Instrumento de aferição amostral de Matemática - 8.º ano **(2021)**
Proposta de resolução

Caderno 1

1. Ordenando os dados da tabela podemos verificar que os valores centrais, são 1229 e 1438.

$$\underbrace{1100\ \ 1154\ \ 1187\ \ 1229}_{50\%}\ \underbrace{1438\ \ 1564\ \ 1926\ \ 1963}_{50\%}$$

Logo a mediana, $\tilde{x}$, do conjunto de dados é

$$\tilde{x} = \frac{1229 + 1438}{2} = \frac{2667}{2} = 1333{,}5$$

2. Como 91% das 6300 milhões de toneladas de resíduos não foram reciclados, essa quantidade é:

$$6300 \times \frac{91}{100} = 5733 \text{ milhões de toneladas}$$

Assim, escrevendo este número em toneladas, em notação científica, vem:

$$5733 \text{ milhões de toneladas} = 5\,733\,000\,000 \text{ toneladas} = 5{,}733 \times 10^9 \text{ toneladas}$$

3. Como no canteiro foram plantadas túlipas, exceto na zona representada pelo retângulo $[ABCD]$, a área desta zona do canteiro é a diferença das áreas do círuclo e do retângulo. Determinando cada uma das áreas temos:

- $A_{[ABCD]} = 7 \times 5 = 35 \text{ m}^2$
- Como o triângulo $[ABC]$ é retângulo em B, recorrendo ao Teorema de Pitágoras para calcular $\overline{AC}$, temos:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 7^2 + 5^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 49 + 25 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 74 \underset{\overline{AC}>0}{\Rightarrow} \overline{AC} = \sqrt{74} \text{ m}$$

Assim, temos que o raio do círculo é $\dfrac{\sqrt{74}}{2}$, pelo que a área do círculo é:

$$A_\circ = \pi \times \left(\frac{\overline{AC}}{2}\right) = \pi \times \left(\frac{\sqrt{74}}{2}\right)^2 = \pi \times \frac{74}{4} \approx 58{,}12 \text{ m}^2$$

Assim a área da zona do canteiro das túlipas, arredondado às unidades, é:

$$A_{\text{Túlipas}} = A_\circ - A_{[ABCD]} \approx 58{,}12 - 35 \approx 23 \text{ m}^2$$

4. Como o gráfico da função f é parte de uma reta contém os pontos de coordenadas $(2{,}26\,000)$ e $(9{,}40\,000)$, então podemos calcular o valor do decliveda reta:

$$m = \frac{40\,000 - 26\,000}{9-2} = \frac{14\,000}{7} = 2000$$

Ou seja, a equação da reta é da forma:

$$y = 2000x + b$$

Substituindo as coordenadas de um ponto do gráfico, por exemplo $(2{,}26\,000)$, podemos determinar o valor da ordenada da origem (b):

$$26\,000 = 2000 \times 2 + b \Leftrightarrow 26\,000 = 4000 + b \Leftrightarrow 26\,000 - 4000 = b \Leftrightarrow 22\,000 = b$$

E assim, temos que a equação da reta é:

$$y = 2000x + 22\,000$$

Desta forma o volume de água tratada registado às 11 horas, em metros cúbicos, corresponde a $f(0)$, ou seja, ao valor da ordenada na origem da reta:

$$f(0) = 22\,000$$

5.

5.1. Como os triângulos $[ABC]$ e $[EDC]$ são semelhantes e os lados $[DE]$ e $[AB]$ são correspondentes assim como os lados $[CE]$ e $[AC]$, calculando $\overline{DE}$ em decímetros, vem que:

$$\frac{\overline{DE}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \frac{\overline{DE}}{6} = \frac{1{,}6}{4{,}8} \Leftrightarrow \overline{DE} = \frac{1{,}6 \times 6}{4{,}8} \Leftrightarrow \overline{DE} = 2 \text{ dm}$$

5.2. Como triângulo $[ABC]$ é uma ampliação do triângulo $[EDC]$ e os lados $[AB]$ e $[DE]$ são correspondentes, porque ambos são lados que se opõe ao ângulos verticalmente opostos, então a razão de semelhança é:

$$r = \frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{6}{2} = 3$$

Assim, como a razão das áreas de figuras semelhantes é o quadrado da razão de semelhança, temos que:

$$\frac{\text{Área do triângulo } [ABC]}{\text{Área do triângulo } [EDC]} = r^2 = (3)^2 = 9$$

Resposta: **Opção D**

Caderno 2

6.

6.1. Calculando a área do trapézio $[ABCD]$, 3m centímetros quadrados, temos:

$$A_{[ABCD]} = \frac{\overline{DC} + \overline{AB}}{2} \times \overline{DA} = \frac{7+15}{2} \times 6 = \frac{22}{2} \times 6 = 11 \times 6 = 66 \text{ cm}^2$$

Resposta: **Opção C**

6.2. Considerando o ponto P, como a interseção da reta perpendicular a AB pelo ponto C, com a reta AB, temos que:

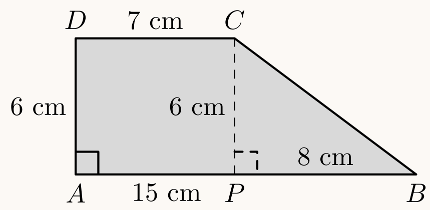
- $\overline{PA} = \overline{CD} = 7$ cm
- $\overline{PB} = \overline{AB} - \overline{PA} = 15 - 7 = 8$ cm
- $\overline{PC} = \overline{AD} = 6$ cm

Assim, usando o Teorema de Pitágoras, temos:

$$\overline{BC}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 8^2 + 6^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 64 + 36 \Leftrightarrow \overline{CB}^2 = 100 \underset{\overline{BC}>0}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow \overline{BC} = \sqrt{100} \Leftrightarrow \overline{BC} = 10 \text{ m}$$



7.
- **A**: $3\,020\,000\,000 = 3{,}02 \times 10^9$
- **B**: $0{,}000\,000\,125 = 1{,}25 \times 10^{-7}$

8. Como até às 10 horas cada irmão recolheu, em média, 15 garrafas de plástico, e eram 3 irmãos, o número de garrafas recolhidas antes das horas foi de $15 \times 3 = 45$

Como depois das 10 a Maria recolheu mais 6 garrafas e os irmãos não recolheram nenhuma, o número total de garrafas recolhidas foi $15 \times 3 + 6 = 45 + 6 = 51$

Assim, a média do número de garrafas recolhidas por cada irmão, é:

$$\overline{x} = \frac{51}{3} = 17$$

Resposta: **Opção B**

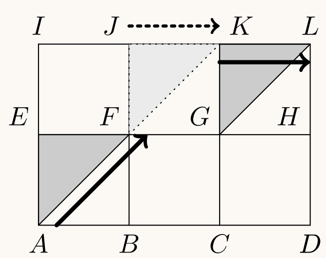
9. Calculando o divisão e depois a diferença, respeitando as prioridades das operações, e apresentado o resultado na forma de fração irredutível, temos:

$$\frac{2}{7} - \frac{5}{7} : \frac{3}{4} = \frac{2}{7} - \frac{\frac{5}{7}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{7} - \frac{5 \times 4}{7 \times 3} = \frac{2}{7} - \frac{20}{21} = \frac{2}{7}_{(3)} - \frac{5 \times 4}{7 \times 3} = \frac{6}{21} - \frac{20}{21} = -\frac{14}{21} = -\frac{2}{3}$$

10. Considerando a translação do triângulo $[AEF]$ associada ao vetor $\overrightarrow{AF}$, obtemos o triângulo $[FJK]$. Depois a translação deste triângulo pelo vetor $\overrightarrow{KL}$ (que é igual ao vetor $\overrightarrow{JK}$) obtemos o tiângulo $[GKL]$.

Assim, a isometria que transforma o triângulo $[AEF]$ no triângulo $[GKL]$ é a composta da translação $T_{\overrightarrow{AF}}$ com a translação $T_{\overrightarrow{KL}}$

Resposta: **Opção A**



11. Como a expressão algébrica da função f é do tipo $f(x) = ax$, e o ponto de coordenadas (5,10) pertence ao seu gráfico, temos que $f(5) = 10$

Assim, substituindo as coordenadas do ponto na expressão algébrica da função podemos calcular o valor de a:

$$f(5) = 10 \;\Leftrightarrow\; 10 = a \times 5 \;\Leftrightarrow\; \frac{10}{5} = a \;\Leftrightarrow\; 2 = a$$

Resposta: **Opção C**

12. Usando as regras operatórias de potências, temos que:

(1) $5^{-40} = \frac{1}{5^{40}}$, pelo que deve ser assinalada a coluna **(B)** na linha **(1)**

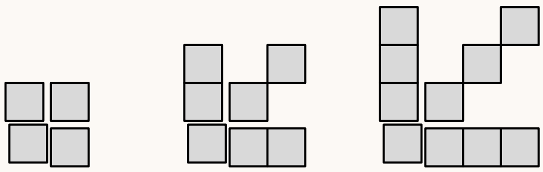
(2) $25^{20} = \left(5^2\right)^{20} = 5^{2\times 20} = 5^{40}$, pelo que deve ser assinalada a coluna **(E)** na linha **(2)**

(3) $10^{-20} : 2^{-20} = \frac{10^{-20}}{2^{-20}} = \left(\frac{10}{2}\right)^{-20} = 5^{-20}$, pelo que deve ser assinalada a coluna **(C)** na linha **(3)**

13.

13.1. Considerando que o primeiro termo é constituído por 1 quadrado (no canto inferior esquerdo) e mais 3 (acrescentados em três direções - para cima, para a direita e para cima e direita), e que em cada termo são adicionados mais 3 círculos (acrescentados nas mesmas 3 direções), o termo de ordem n terá um total de 1 quadrado, mais $3 \times n$ quadrados adicionados, ou seja, um total de:

$$1 + \underbrace{3 + 3 + \ldots + 3}_{n \text{ vezes}} = 1 + 3 \times n = 3n + 1 \text{ quadrados}$$



1.º termo 2.º termo 3.º termo

Assim o número de quadrados do 5.º termo da sequência é:

$$1 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 1 + 3 \times 5 = 1 + 15 = 16 \text{ quadrados}$$

13.2. Como um dos termos tem 319 quadrados, podemos verificar que $319 = 318 + 1$ e assumir que foram adicionados 318 quadrados, sucessivamente em grupos de 3.

Como $\frac{318}{3} = 106$, temos que foram adicionados 3 quadrados 106 vezes, ou seja, a ordem do termo da sequência que tem 319quadrados, é 106.

14. Resolvendo as equações, temos:

- **A**: $-\frac{x}{5} = 3 \;\Leftrightarrow\; -x = 3 \times 5 \;\Leftrightarrow\; -x = 15 \;\Leftrightarrow\; x = -15$

  $C.S. = \{-15\}$

- **B**: $x - 2 = 2x \;\Leftrightarrow\; -2 = 2x - x \;\Leftrightarrow\; -2 = x$

  $C.S. = \{-2\}$

15. Resolvendo as equações, aplicando lei do anulamento do produto, temos:

- **A**: $x(x+3)=0 \Leftrightarrow x=o \vee x+3=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=-3$

  $C.S.=\{-3{,}0\}$

- **B**: $x-2=2x \Leftrightarrow 4x-x^2=0 \Leftrightarrow x(4-x)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee 4-x=0 \Leftrightarrow x=0 \vee 4=x$

  $C.S.=\{0{,}4\}$

16. Como x é o número de viagens realizadas pelo camião com capacidade de carga de 3 toneladas e y é o número de viagens realizadas pelo camião com capacidade de carga de 4 toneladas, e durante a semana, os dois camiões realizaram 23 viagens, temos que $x+y=23$

    Como as viagens foram realizadas com a carga máxima, ou seja, $3x$ toneladas carregadas por um camião em x viagens, e $4y$ toneladas carregas pelo outro camião em y viagens; e como sabemos que ao todo foram carregadas 80 toneladas de lixo, temos que $3x+4y=80$

    Assim, um sistema de equações que permite determinar o número de viagens que cada camião efetuou, é:

$$\begin{cases} x+y=23 \\ 3x+4y=80 \end{cases}$$

17. Como ambas as equações do sistema estão na forma de uma equação reduzida da reta, podemos verificar que as duas representam retas com declives não nulos, pelo que as opções (A) e (C) não representam as retas definidas pelas equações do sistema.

    Verificando se as coordenadas dos pontos assinalados nas opções (B) e (D) são soluções do sistema, temos:

    - Opção (B): Coordenadas $(-2{,}4)$: $\begin{cases} 4=-(-2)+2 \\ 4=-2-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4=2+2 \\ 4=-8 \end{cases}$ (Proposição falsa)
    - Opção (D): Coordenadas $(4,-2)$: $\begin{cases} -2=-4+2 \\ 4=4-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2=-2 \\ -2=-2 \end{cases}$ (Proposição verdadeira)

    Resposta: **Opção D**