Prova de aferição de Matemática - 8.º ano **(2023)**

Proposta de resolução

1. Temos que:

   - $36{,}7 \times 10^6 \times 10^{-3} = 36{,}7 \times 10^{6-3} = 36{,}7 \times 10^3 = 3{,}67 \times 10 \times 10^3 = 3{,}67 \times 10^{3+1} = 3{,}67 \times 10^4$
   - $3\ 670\ 000 = 3{,}67 \times 10^6$
   - $0{,}000\ 003\ 67 = 3{,}67 \times 10^{-6}$

2. Calculando 30% de 386 000 km^2, ou seja, o aumento definido pela meta da área marinha protegida em 2030, relativamente ao ano de 2015, temos:

$$386\,000 \times \frac{30}{100} = 115\,800\,km^2$$

   Assim, em 2030, a área marinha protegida que se pretende alcançar é de:

$$386\,000 + 115\,800 = 501\,800\,km^2$$

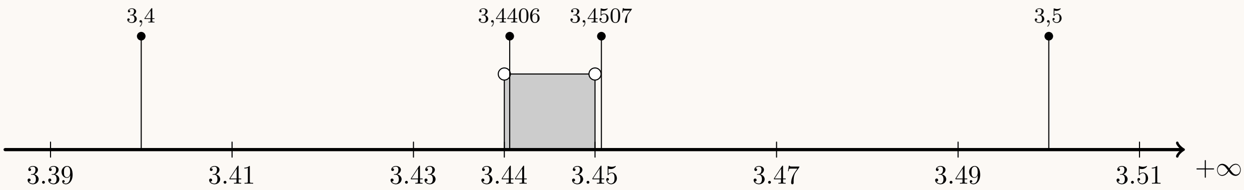
   Pelo que, escrevendo este valor em notação científica, vem:

$$501\,800 = 5{,}018 \times 10^5\,km^2$$

3. Temos que:

   - $-\frac{1}{5} + \frac{1}{10} - \frac{3}{2} = -\frac{1}{5}_{(2)} + \frac{1}{10} - \frac{3}{2}_{(5)} = -\frac{2}{10} + \frac{1}{10} - \frac{15}{10} = \frac{-2+1-15}{10} = -\frac{16}{10} = -\frac{8}{5}$
   - $\frac{1}{2} - \frac{5}{6} \times \frac{3}{2} = \frac{1}{2}_{(6)} - \frac{15}{12} = -\frac{6}{12} - \frac{15}{12} = \frac{6-15}{12} = -\frac{9}{12} = -\frac{3}{4}$
   - $-\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} : \frac{2}{3} = -\frac{1 \times 3}{3 \times 4} : \frac{2}{3} = -\frac{1}{4} : \frac{2}{3} = -\frac{1}{4} \times \frac{3}{2} = -\frac{3}{8}$

4. Representando os valores na reta real, temos:



   Assim, podemos verificar que de entre os valores apresentados o único que é maior do que 3.44 e menor do que 3,45 é o número 3,4406.

5. Temos que:

    - $\dfrac{1}{7^{22}} = 7^{-22}$
    - $7^{-21} \times 7^{-21} = 7^{-21+(-21)} = 7^{-21-21} = 7^{-42}$
    - $\left(\dfrac{1}{7}\right)^{-32} : 7^{-10} = 7^{-(-32)} : 7^{-10} = 7^{32} : 7^{-10} = \dfrac{7^{32}}{7^{-10}} = 7^{32-(-10)} = 7^{42}$

6. Identificando a diferença de quadrados no primeiro membro da equação, temos:

$$x^2 - 16 = x^2 - 4^2 = (x-4)(x+4)$$

E assim, a equação equivalente a $x^2 - 16 = 0$, é:

$$(x-4)(x+4) = 0$$

7. Ordenando as etapas de resolução da equação, temos:

1.	$3\left(x - \frac{2}{3}\right) - \frac{4}{3} = \frac{x}{2} - 5 \Leftrightarrow$	Equação inicial.
2.	$\Leftrightarrow 3x - 2 - \frac{4}{3} = \frac{x}{2} - 5 \Leftrightarrow$	Desembaraçar a equação de parêntesis.
3.	$\Leftrightarrow 3x - \frac{x}{2} = -5 + 2 + \frac{4}{3} \Leftrightarrow$	Isolar os termos com incógnita num dos membros.
4.	$\Leftrightarrow \frac{5x}{2} = -\frac{5}{3} \Leftrightarrow$	Reduzir o termos semelhantes.
5.	$\Leftrightarrow x = -\frac{5}{3} \times \frac{2}{5} \Leftrightarrow$	Multiplicar ambos os membros por $\frac{2}{5}$.
6.	$\Leftrightarrow x = -\frac{2}{3}$	Calcular $-\frac{5}{3} \times \frac{2}{5}$.
7.	$S = \left\{-\frac{2}{3}\right\}$	Apresentar o conjunto solução da equação.

8. Observando as representações gráficas de cada uma das funções, temos que:

    - o gráfico da função g é uma reta de declive positivo, paralela ao gráfico da função f, ou seja o declive é 2, e cuja ordenada na origem é -2, pelo que a uma expressão algébrica que define a função g é $2x - 2$;
    - o gráfico da função h é uma reta de declive negativo, e cuja ordenada na origem é 4, pelo que a uma expressão algébrica que define a função h é $-x + 4$;
    - o gráfico da função j é uma reta de declive negativo, e cuja ordenada na origem é 0, pelo que a uma expressão algébrica que define a função j é $-2x$.

9. Como o ponto de coordenadas (2,165) pertence ao gráfico da função, o valor a pagar por 2 horas de utilização do barco é 165 euros.

    Este valor corresponde a 2 horas de utilização acrescido dos 35 euros de seguro, pelo que a quantia relativa apenas às duas horas de utilização é $165 - 35 = 130$ euros.

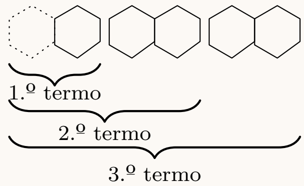
    Assim, temos que o valor a pagar por cada hora de utilização do barco, excluindo o valor do seguro é:

$$\frac{130}{2} = 65 \text{ euros}$$

10.

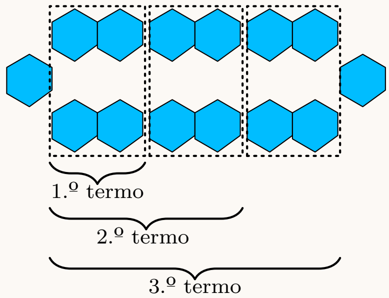
10.1. Como em cada termo são adicionados dois hexágonos brancos, à exceção do primeiro termo em que apenas um hexágono foi criado, no décimo termo, existem 10 pares de hexágonos brancos menos um (relativo ao primeiro termo), ou seja, o número de hexágonos brancos do décimo termo, é:

$$10 \times 2 - 1 = 20 - 1 = 19$$



10.2. Em cada termo são adicionados quatro hexágonos azuis, à exceção do primeiro termo em que foram criados seis (um acréscimo de 2 hexágonos).
Assim, no termo de ordem n, existem n conjuntos de 4 hexágonos azuis mais 2 (relativos ao primeiro termo, ou considerando os que estão nos extremos esquerdo e direito), pelo que, uma expressão que permite determinar o número de hexágonos azuis do termo de ordem n, é:

$$4 \times n + 2 = 4n + 2$$



11. Como x é o número de sacos de $50\,l$ e y é o número de sacos de $30\,l$, e foram enchidos um total de 24 sacos, então temos que $x + y = 24$.

Como a capacidade total dos sacos enchidos foi de $1040\,l$, vem que $50x + 30y = 1040$.

Assim, o sistema de equações cuja resolução permite determinar o número de sacos de cada tipo, é:

$$\begin{cases} x + y = 24 \\ \\ 50x + 30y = 1040 \end{cases}$$

12. Identificando os valores relativos à quantidade de lixo recolhida por cada mergulhador, e calculando a média destes valores, temos:

$$\overline{x} = \frac{20 + 18 + 14 + 16 + 11 + 16 + 8 + 9}{8} = \frac{112}{8} = 14$$

13. Analisando os dados do gráfico, temos que:

- relativamente ao **país que registou um crescimento de 10% da área marinha protegida, em 2019, face a 2016**, temos que na **Finlândia** o aumento foi de $800\,km^2$ neste período de tempo, que corresponde a 10% de $8000\,km^2$ (valor referente a 2016);
- relativamente ao **país com menor crescimento da área marinha protegida, em quilómetros quadrados, em 2019, face a 2016**, temos que na **Estónia** o aumento foi de $6813 - 6757 = 56\,km^2$, e em todos os outros países o aumento foi superior;
- relativamente ao **país que triplicou a área marinha protegida, em quilómetros quadrados, em 2019, face a 2016**, temos que na **Grécia** o valor da área correspondente a 2019 foi $22\,290\,km^2$ que é o triplo do valor relativo a 2016 ($3 \times 7430 = 22\,290\,km^2$).

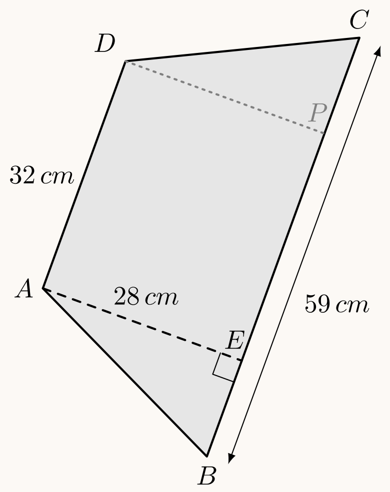
14.

14.1. Identificando $[BC]$ como a base maior , $[AD]$ como a base menor e $[AE]$ como a altura do trapézio, temos que:

$$A_{[ABCD]} = \frac{\overline{BC} + \overline{AD}}{2} \times \overline{AE} = \frac{59+32}{2} \times 28 = 1274\,cm^2$$

14.2. Considerando o ponto P, como a interseção da reta perpendicular a BC pelo ponto D, com a reta BC, temos que:

- Como $\overline{AB} = \overline{CD}$, então $\overline{BE} = \overline{PC}$;
- $\overline{BE} + \overline{AD} + \overline{PC} = \overline{BC} \Leftrightarrow 2\overline{BE} + \overline{AD} = \overline{BC} \Leftrightarrow$
  $\Leftrightarrow \overline{BE} = \dfrac{\overline{BC} - \overline{AD}}{2}$
- $\overline{BE} = \dfrac{59-32}{2} = \dfrac{27}{2} = 13{,}5\,cm$



Assim, usando o Teorema de Pitágoras, para calcular o comprimento do segmento de reta $[AB]$ em centímetros, arredondado às décimas, temos:

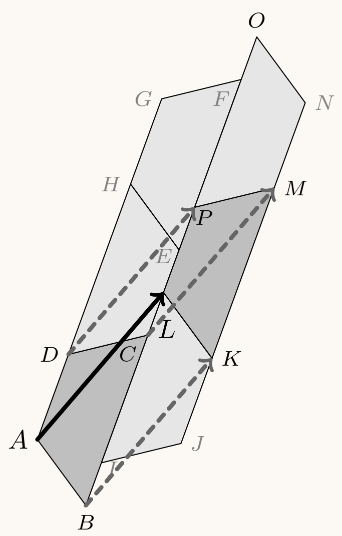
$$\overline{AB}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{AE}^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 13{,}5^2 + 28^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 966{,}25 \underset{\overline{AB}>0}{\Rightarrow} \overline{AB} = \sqrt{966{,}25} \Rightarrow \overline{AB} = 31{,}1\,cm$$

15. Considerando o vetor $\overrightarrow{AL}$ temos que:

- $A + \overrightarrow{AL} = L$
- $B + \overrightarrow{AL} = K$
- $C + \overrightarrow{AL} = M$
- $D + \overrightarrow{AL} = P$

Pelo que o trapézio $[LKMP]$ é a imagem do trapézio $[ABCD]$ por uma translação associada ao vetor $\overrightarrow{AL}$.



16. Como os triângulos $[ABC]$ e $[DEF]$ são semelhantes e os lados $[AB]$ e $[DE]$ são correspondentes (porque em ambos os triângulos são os lados maiores adjacentes ao ângulo reto), e que também os lados $[BC]$ e $[EF]$ são correspondentes (porque em ambos os triângulos são os lados menores adjacentes ao ângulo reto), temos que:

$$\frac{\overline{EF}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \frac{\overline{EF}}{a} = \frac{5{,}6}{8{,}4} \Leftrightarrow \overline{EF} = \frac{5{,}6}{8{,}4} \times a \Leftrightarrow \overline{EF} = \frac{2}{3}a$$

17. Como a altura do cilindro é igual ao seu diâmetro, ou seja o dobro do raio, temos que a altura do cilindro é:

$$\overline{CV} = 2 \times \overline{BC} = 2 \times 4{,}5 = 9$$

E a área de cada uma das bases é:

$$A_{\circ} = \pi \times \overline{BC}^2 = \pi \times 20{,}25$$

Assim, o volume do cilindro, é:

$$V_{\text{cilindro}} = A_{\circ} \times \overline{CV} = 182{,}25\pi$$

Como as bases do cone e do cilindro, e também as alturas são iguais, temos que:

$$V_{\text{cone}} = \frac{V_{\text{cilindro}}}{3} = \frac{182{,}25\pi}{3} = 60{,}75\pi$$

E desta forma, calculando a diferença entre o volume do cilindro e do cone, e arredondando o resultado às unidades, temos:

$$V_{\text{cilindro}} - V_{\text{cone}} = 182{,}25\pi - 60{,}75\pi = (182{,}25 - 60{,}75)\pi = 121{,}5\pi \approx 382$$