

Prova de aferição de Matemática - 8.º ano (2023)

Proposta de resolução



1. Temos que:

- $36,7 \times 10^6 \times 10^{-3} = 36,7 \times 10^{6-3} = 36,7 \times 10^3 = 3,67 \times 10 \times 10^3 = 3,67 \times 10^{3+1} = 3,67 \times 10^4$
- $3\,670\,000 = 3,67 \times 10^6$
- $0,000\,003\,67 = 3,67 \times 10^{-6}$

2. Calculando 30% de $386\,000\text{ km}^2$, ou seja, o aumento definido pela meta da área marinha protegida em 2030, relativamente ao ano de 2015, temos:

$$386\,000 \times \frac{30}{100} = 115\,800\text{ km}^2$$

Assim, em 2030, a área marinha protegida que se pretende alcançar é de:

$$386\,000 + 115\,800 = 501\,800\text{ km}^2$$

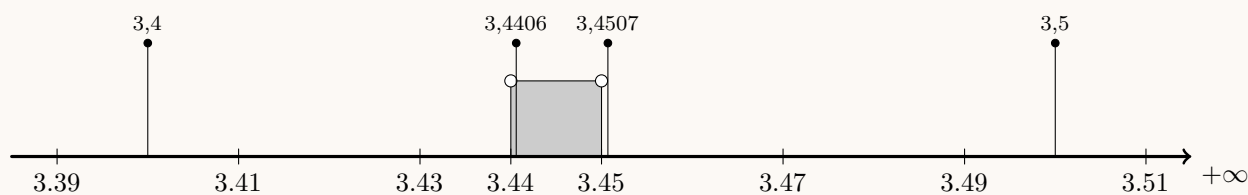
Pelo que, escrevendo este valor em notação científica, vem:

$$501\,800 = 5,018 \times 10^5\text{ km}^2$$

3. Temos que:

- $-\frac{1}{5} + \frac{1}{10} - \frac{3}{2} = -\frac{1}{5_{(2)}} + \frac{1}{10} - \frac{3}{2_{(5)}} = -\frac{2}{10} + \frac{1}{10} - \frac{15}{10} = \frac{-2+1-15}{10} = -\frac{16}{10} = -\frac{8}{5}$
- $\frac{1}{2} - \frac{5}{6} \times \frac{3}{2} = \frac{1}{2_{(6)}} - \frac{15}{12} = -\frac{6}{12} - \frac{15}{12} = \frac{6-15}{12} = -\frac{9}{12} = -\frac{3}{4}$
- $-\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} : \frac{2}{3} = -\frac{1 \times 3}{3 \times 4} : \frac{2}{3} = -\frac{1}{4} : \frac{2}{3} = -\frac{1}{4} \times \frac{3}{2} = -\frac{3}{8}$

4. Representando os valores na reta real, temos:



Assim, podemos verificar que de entre os valores apresentados o único que é maior do que 3,44 e menor do que 3,45 é o número 3,4406.

5. Temos que:

- $\frac{1}{7^{22}} = 7^{-22}$
- $7^{-21} \times 7^{-21} = 7^{-21+(-21)} = 7^{-21-21} = 7^{-42}$
- $\left(\frac{1}{7}\right)^{-32} : 7^{-10} = 7^{-(-32)} : 7^{-10} = 7^{32} : 7^{-10} = \frac{7^{32}}{7^{-10}} = 7^{32-(-10)} = 7^{42}$

6. Identificando a diferença de quadrados no primeiro membro da equação, temos:

$$x^2 - 16 = x^2 - 4^2 = (x - 4)(x + 4)$$

E assim, a equação equivalente a $x^2 - 16 = 0$, é:

$$(x - 4)(x + 4) = 0$$

7. Ordenando as etapas de resolução da equação, temos:

1. $3\left(x - \frac{2}{3}\right) - \frac{4}{3} = \frac{x}{2} - 5 \Leftrightarrow$ Equação inicial.
2. $\Leftrightarrow 3x - 2 - \frac{4}{3} = \frac{x}{2} - 5 \Leftrightarrow$ Desembaraçar a equação de parêntesis.
3. $\Leftrightarrow 3x - \frac{x}{2} = -5 + 2 + \frac{4}{3} \Leftrightarrow$ Isolar os termos com incógnita num dos membros.
4. $\Leftrightarrow \frac{5x}{2} = -\frac{5}{3} \Leftrightarrow$ Reduzir o termos semelhantes.
5. $\Leftrightarrow x = -\frac{5}{3} \times \frac{2}{5} \Leftrightarrow$ Multiplicar ambos os membros por $\frac{2}{5}$.
6. $\Leftrightarrow x = -\frac{2}{3}$ Calcular $-\frac{5}{3} \times \frac{2}{5}$.
7. $S = \left\{-\frac{2}{3}\right\}$ Apresentar o conjunto solução da equação.

8. Observando as representações gráficas de cada uma das funções, temos que:

- o gráfico da função g é uma reta de declive positivo, paralela ao gráfico da função f , ou seja o declive é 2, e cuja ordenada na origem é -2 , pelo que a uma expressão algébrica que define a função g é $2x - 2$;
- o gráfico da função h é uma reta de declive negativo, e cuja ordenada na origem é 4, pelo que a uma expressão algébrica que define a função h é $-x + 4$;
- o gráfico da função j é uma reta de declive negativo, e cuja ordenada na origem é 0, pelo que a uma expressão algébrica que define a função j é $-2x$.

9. Como o ponto de coordenadas $(2,165)$ pertence ao gráfico da função, o valor a pagar por 2 horas de utilização do barco é 165 euros.

Este valor corresponde a 2 horas de utilização acrescido dos 35 euros de seguro, pelo que a quantia relativa apenas às duas horas de utilização é $165 - 35 = 130$ euros.

Assim, temos que o valor a pagar por cada hora de utilização do barco, excluindo o valor do seguro é:

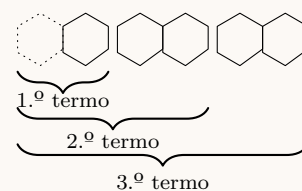
$$\frac{130}{2} = 65 \text{ euros}$$



10.

- 10.1. Como em cada termo são adicionados dois hexágonos brancos, à exceção do primeiro termo em que apenas um hexágono foi criado, no décimo termo, existem 10 pares de hexágonos brancos menos um (relativo ao primeiro termo), ou seja, o número de hexágonos brancos do décimo termo, é:

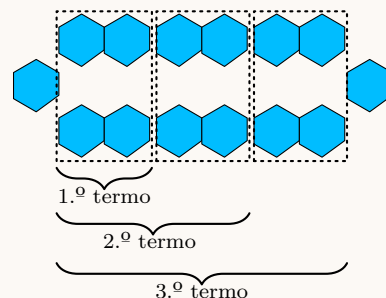
$$10 \times 2 - 1 = 20 - 1 = 19$$



- 10.2. Em cada termo são adicionados quatro hexágonos azuis, à exceção do primeiro termo em que foram criados seis (um acréscimo de 2 hexágonos).

Assim, no termo de ordem n , existem n conjuntos de 4 hexágonos azuis mais 2 (relativos ao primeiro termo, ou considerando os que estão nos extremos esquerdo e direito), pelo que, uma expressão que permite determinar o número de hexágonos azuis do termo de ordem n , é:

$$4 \times n + 2 = 4n + 2$$



11. Como x é o número de sacos de 50 l e y é o número de sacos de 30 l , e foram enchidos um total de 24 sacos, então temos que $x + y = 24$.

Como a capacidade total dos sacos enchidos foi de 1040 l , vem que $50x + 30y = 1024$.

Assim, o sistema de equações cuja resolução permite determinar o número de sacos de cada tipo, é:

$$\begin{cases} x + y = 24 \\ 50x + 30y = 1024 \end{cases}$$

12. Identificando os valores relativos à quantidade de lixo recolhida por cada mergulhador, e calculando a média destes valores, temos:

$$\bar{x} = \frac{20 + 18 + 14 + 16 + 11 + 16 + 8 + 9}{8} = \frac{112}{8} = 14$$

13. Analisando os dados do gráfico, temos que:

- relativamente ao país que registou um crescimento de 10% da área marinha protegida, em 2019, face a 2016, temos que na Finlândia o aumento foi de 800 km^2 neste período de tempo, que corresponde a 10% de 8000 km^2 (valor referente a 2016);
- relativamente ao país com menor crescimento da área marinha protegida, em quilómetros quadrados, em 2019, face a 2016, temos que na Estónia o aumento foi de $6813 - 6757 = 56\text{ km}^2$, e em todos os outros países o aumento foi superior;
- relativamente ao país que triplicou a área marinha protegida, em quilómetros quadrados, em 2019, face a 2016, temos que na Grécia o valor da área correspondente a 2019 foi $22\,290\text{ km}^2$ que é o triplo do valor relativo a 2016 ($3 \times 7430 = 22\,290\text{ km}^2$).



14.

14.1. Identificando $[BC]$ como a base maior, $[AD]$ como a base menor e $[AE]$ como a altura do trapézio, temos que:

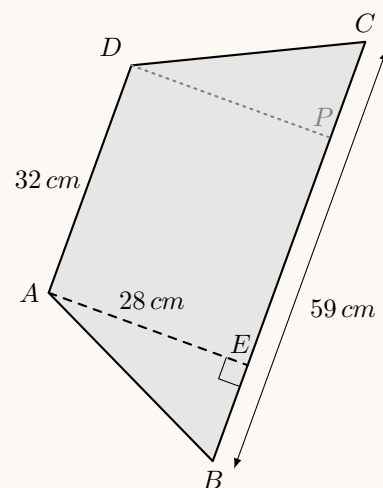
$$A_{[ABCD]} = \frac{\overline{BC} + \overline{AD}}{2} \times \overline{AE} = \frac{59 + 32}{2} \times 28 = 1274 \text{ cm}^2$$

14.2. Considerando o ponto P , como a interseção da reta perpendicular a BC pelo ponto D , com a reta BC , temos que:

- Como $\overline{AB} = \overline{CD}$, então $\overline{BE} = \overline{PC}$;
- $\overline{BE} + \overline{AD} + \overline{PC} = \overline{BC} \Leftrightarrow 2\overline{BE} + \overline{AD} = \overline{BC} \Leftrightarrow \overline{BE} = \frac{\overline{BC} - \overline{AD}}{2}$
- $\overline{BE} = \frac{59 - 32}{2} = \frac{27}{2} = 13,5 \text{ cm}$

Assim, usando o Teorema de Pitágoras, para calcular o comprimento do segmento de reta $[AB]$ em centímetros, arredondado às décimas, temos:

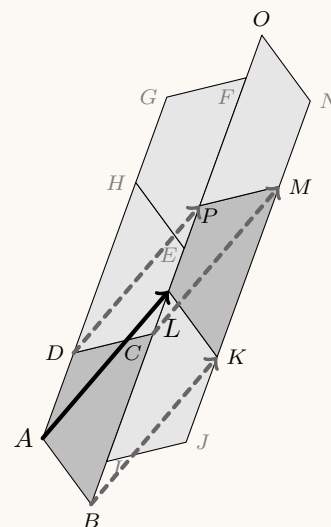
$$\begin{aligned} \overline{AB}^2 &= \overline{BE}^2 + \overline{AE}^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 13,5^2 + 28^2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \overline{AB}^2 &= 966,25 \underset{\overline{AB} > 0}{\Rightarrow} \overline{AB} = \sqrt{966,25} \Rightarrow \overline{AB} = 31,1 \text{ cm} \end{aligned}$$



15. Considerando o vetor \vec{AL} temos que:

- $A + \vec{AL} = L$
- $B + \vec{AL} = K$
- $C + \vec{AL} = M$
- $D + \vec{AL} = P$

Pelo que o trapézio $[LKMP]$ é a imagem do trapézio $[ABCD]$ por uma translação associada ao vetor \vec{AL} .



16. Como os triângulos $[ABC]$ e $[DEF]$ são semelhantes e os lados $[AB]$ e $[DE]$ são correspondentes (porque em ambos os triângulos são os lados maiores adjacentes ao ângulo reto), e que também os lados $[BC]$ e $[EF]$ são correspondentes (porque em ambos os triângulos são os lados menores adjacentes ao ângulo reto), temos que:

$$\frac{\overline{EF}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \frac{\overline{EF}}{a} = \frac{5,6}{8,4} \Leftrightarrow \overline{EF} = \frac{5,6}{8,4} \times a \Leftrightarrow \overline{EF} = \frac{2}{3}a$$



17. Como a altura do cilindro é igual ao seu diâmetro, ou seja o dobro do raio, temos que a altura do cilindro é:

$$\overline{CV} = 2 \times \overline{BC} = 2 \times 4,5 = 9$$

E a área de cada uma das bases é:

$$A_o = \pi \times \overline{BC}^2 = \pi \times 20,25$$

Assim, o volume do cilindro, é:

$$V_{\text{cilindro}} = A_o \times \overline{CV} = 182,25\pi$$

Como as bases do cone e do cilindro, e também as alturas são iguais, temos que:

$$V_{\text{cone}} = \frac{V_{\text{cilindro}}}{3} = \frac{182,25\pi}{3} = 60,75\pi$$

E desta forma, calculando a diferença entre o volume do cilindro e do cone, e arredondando o resultado às unidades, temos:

$$V_{\text{cilindro}} - V_{\text{cone}} = 182,25\pi - 60,75\pi = (182,25 - 60,75)\pi = 121,5\pi \approx 382$$

