Prova de aferição de Matemática - 3.º ciclo **(2002)**

Proposta de resolução

1. Como a Rita obteve a segunda melhor marca, percorreu uma distância inferior ao João (que fez a melhor marca) e superior à Leonor (que ficou em 3º lugar), ou seja a distância que a Rita percorreu é um valor compreendido entre 2,95 km e 2,96 km.

   Assim, um valor possível para a marca obtida pela Rita é:

   $$2{,}955 \text{ Km, (porque } 2{,}95 \ < \ 2{,}955 \ < \ 2{,}96 \text{)}$$

2. Resolvendo a equação, temos:

   $$3b - 5(b+1) = 0 \ \Leftrightarrow \ 3b - 5b - 5 = 0 \ \Leftrightarrow \ -2b - 5 = 0 \ \Leftrightarrow \ -5 = 2b \ \Leftrightarrow \ \frac{-5}{2} = b \ \Leftrightarrow \ -\frac{5}{2} = b$$

   $C.S. = \left\{ -\frac{5}{2} \right\}$

3. De acordo com a figura observamos que o bambu forma, com o chão um triângulo retângulo em que os catetos medem 2,275 cm e 1,5 m de comprimento.
   Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, para calcular a medida do comprimento, h, da hipotenusa, temos:

   $$h^2 = 2{,}275^2 + 1{,}5^2 \ \Leftrightarrow \ h^2 = 5{,}175625 + 2{,}25 \ \Leftrightarrow \ h^2 = 7{,}425625 \underset{h>0}{\Rightarrow} h = \sqrt{7{,}425625} \ \Leftrightarrow \ h = 2{,}725 \text{ m}$$

   Assim, e de acordo com a figura, a altura inicial do bambu, a_i, é a soma do comprimento da hipotenusa com o comprimento do cateto maior do triângulo:

   $$a_i = 2{,}725 + 2{,}275 = 5 \text{ m}$$

4.

   4.1.
   - Como a altura não aumenta até aos 50 anos, podemos rejeita o gráfico Gráfico A
   - Como no nascimento (valor da idade igual a zero) a altura é assinalavelmente maior que zero, podemos rejeitar o gráfico C
   - Como a altura não decresce com o aumento da idade, podemos rejeitar o gráfico D

   Resposta: **Opção** Gráfico B

4.2. O gráfico A exprime uma relação em que a altura aumenta sempre com a idade da pessoa, e sempre ao mesmo ritmo, o que não se verifica na realidade, porque o ritmo de crescimento vai sendo progressivamente menor até que deixar de haver aumento da altura, a partir de uma determinada idade.

O gráfico C mostra que para a idade zero (no nascimento) a altura também é zero, o que não se verifica, porque no instante do nascimento a altura de qualquer pessoa é diferente de zero.

O gráfico D exprime uma relação em que, a partir de uma determinada idade, a altura começa a diminuir, o que não acontece na realidade porque a altura de todas as pessoas aumenta nos primeiros anos e depois permanece constante a partir da idade adulta.

5.

5.1. Como a Associação de Estudantes de uma escola é constituída por 3 rapazes e 2 raparigas, existem 5 casos possíveis para o responsável de uma tarefa, sendo que apenas 3 são favoráveis ao facto da responsabilidade dessa tarefa estar a cargo de um rapaz.

Assim, a probabilidade de o elemento encarregado de uma qualquer dessas tarefas ser um rapaz é:

$$p = \frac{3}{5}$$

5.2. Como na Associação de Estudantes só existem 2 raparigas, e há 3 alunos da Associação de Estudantes não é possível que esses alunos sejam todos raparigas, ou seja a probabilidade de esses alunos serem todos raparigas é zero.

6. Observando o triângulo podemos verificar que o número de elementos de cada linha pode ser decomposto em duas parcelas, uma com o número da linha e outra com menos um elemento:

$$\begin{array}{lccccc|cccc}
\text{Linha 1: } 1+(1-1)=1+0=1 & & & & & 1 & & & & \\
\text{Linha 2: } 2+(2-1)=2+1=3 & & & & 1 & 2 & 1 & & & \\
\text{Linha 3: } 3+(3-1)=3+2=5 & & & 1 & 2 & 3 & 2 & 1 & & \\
\text{Linha 4: } 4+(4-1)=4+3=7 & & 1 & 2 & 3 & 4 & 3 & 2 & 1 & \\
\text{Linha 5: } 5+(5-1)=5+4=9 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1
\end{array}$$

Assim, o número de elementos da 112ª linha pode ser calculado como a soma de duas parcelas:

$$112 + (112 - 1) = 112 + 111 = 223$$

7. Designado por c o preço de cada caderno:

- na papelaria Almerinda, o preço a pagar pelos 3 cadernos seria $2 \times c$
- na papelaria Vitória, o preço a pagar pelos 3 cardernos seria $0{,}75 \times 3 \times c = 2{,}25 \times c$

Assim podemos concluir que se a Rita comprasse os três cadernos na papelaria Vitória teria de gastar 2,25 vezes o preço de um caderno e na papelaria Almerinda o preço será de 2 vezes o preço de um caderno, pelo que é na papelaria Almerinda que a Rita gastará menos dinheiro.

8.

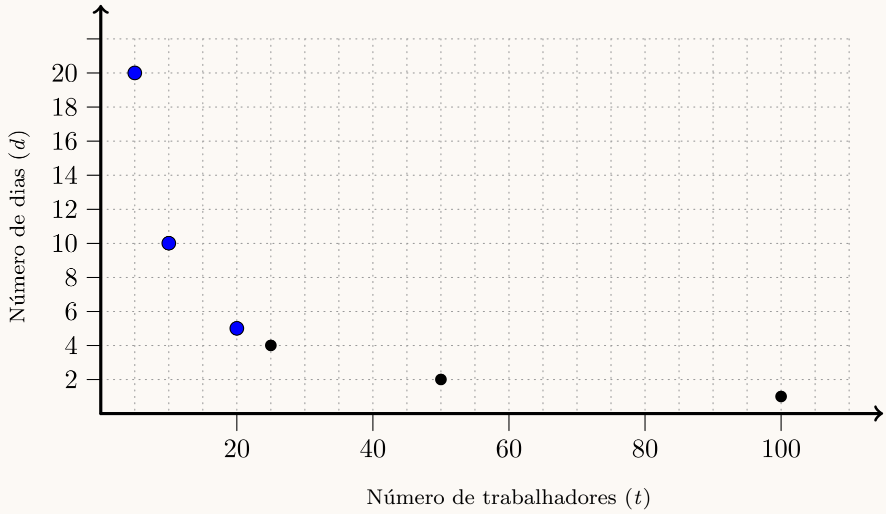
8.1. Como as grandezas t e d são inversamente proporcionais, podemos determinar a constante de proporcionalidade inversa, multiplicando dois valores correspondentes, por exemplo

$$t \times d = 100 \times 1 \Leftrightarrow t \times d = 100$$

Assim, substituindo t por 5, 10 e 20, calculamos os valores de d correspondentes:

- Se $t = 5$ então $5 \times d = 100 \Leftrightarrow d = \frac{100}{5} \Leftrightarrow d = 20$
- Se $t = 10$ então $10 \times d = 100 \Leftrightarrow d = \frac{100}{10} \Leftrightarrow d = 10$
- Se $t = 20$ então $20 \times d = 100 \Leftrightarrow d = \frac{100}{20} \Leftrightarrow d = 5$

E assim, assinalando no gráfico os pontos (5,20), (10,10) e (20,5), vem:



8.2. Como as grandezas t e d são inversamente proporcionais, podemos determinar a constante de proporcionalidade inversa, multiplicando dois valores correspondentes, por exemplo

$$t \times d = 100 \times 1 \Leftrightarrow t \times d = 100$$

Resposta: **Opção** $t \times d = 100$

8.3. Como a apanha demorou 4 dias, podemos verificar pelos dados da tabela que estiveram envolvidos 25 trabalhadores.

Assim, como foram apanhados 80 000 kg de uvas, no total, a média da quantidade total de uvas apanhadas, **por cada trabalhador**, foi:

$$\overline{x_t} = \frac{80\,000}{25} = 3200 \text{ kg}$$

Como cada trabalhador apanhou uvas durante 4 dias, a média da quantidade de uvas apanhadas, **por dia**, foi:

$$\overline{x_d} = \frac{3200}{4} = 800 \text{ kg}$$

9.

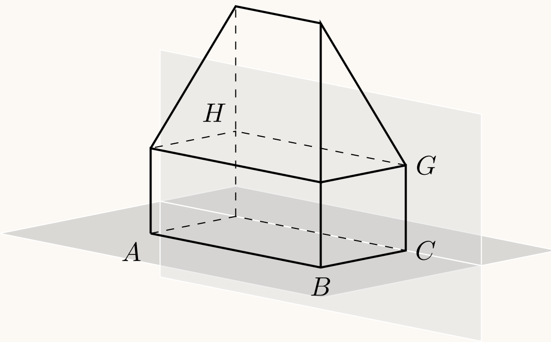
9.1. Como o chão da casa é um retângulo cujos lados medem 4,5 m e 2,25 m, então a área é:

$$A_{[ABCD]} = 4{,}5 \times 2{,}25 = 10{,}125 \text{ m}^2$$

9.2. Como $[ABCDEFGH]$ é um prisma quadrangular reto, quaisquer duas faces adjacentes pertencem, respetivamente a dois planos perpendiculares.

Assim, o plano que contém o chão da casa, ou seja o plano ABC é perpendicular, por exemplo ao

plano CGH



9.3. Como a reta GC é perpendicular ao plano ABC é perpendicular a todas as retas do plano, em particular é perpendicular á reta CA, logo GCA é um ângulo reto.

Resposta: **Opção** $\measuredangle GCA$

10.
- Na primeira eliminatória, como há 16 jogadores e se realizam $\frac{16}{2} = 8$ jogos, existem 8 jogadores apurados para a eliminatória seguinte.
- Assim na segunda eliminatória, existem 8 jogadores e são realizados $\frac{8}{2} = 4$ jogos, pelo que serão 4 jogadores apurados para a eliminatória seguinte.
- Na terceira eliminatória, como existem 4 jogadores o número de jogos realizados são $\frac{4}{2} = 2$ jogos, e serão apurados para a eliminatória seguinte 2 jogadores.
- Finalmente, a quarta eliminatória consiste num único jogo entre os 2 jogadores apurados.

Assim, o número de jogos realizados durante todo o torneio é a soma do número de jogos realizados nas quatro eliminatórias, ou seja:

$$8 + 4 + 2 + 1 = 15 \text{ jogos}$$

11.

11.1. Como no mês de maio o dobro do valor da temperatura foi:

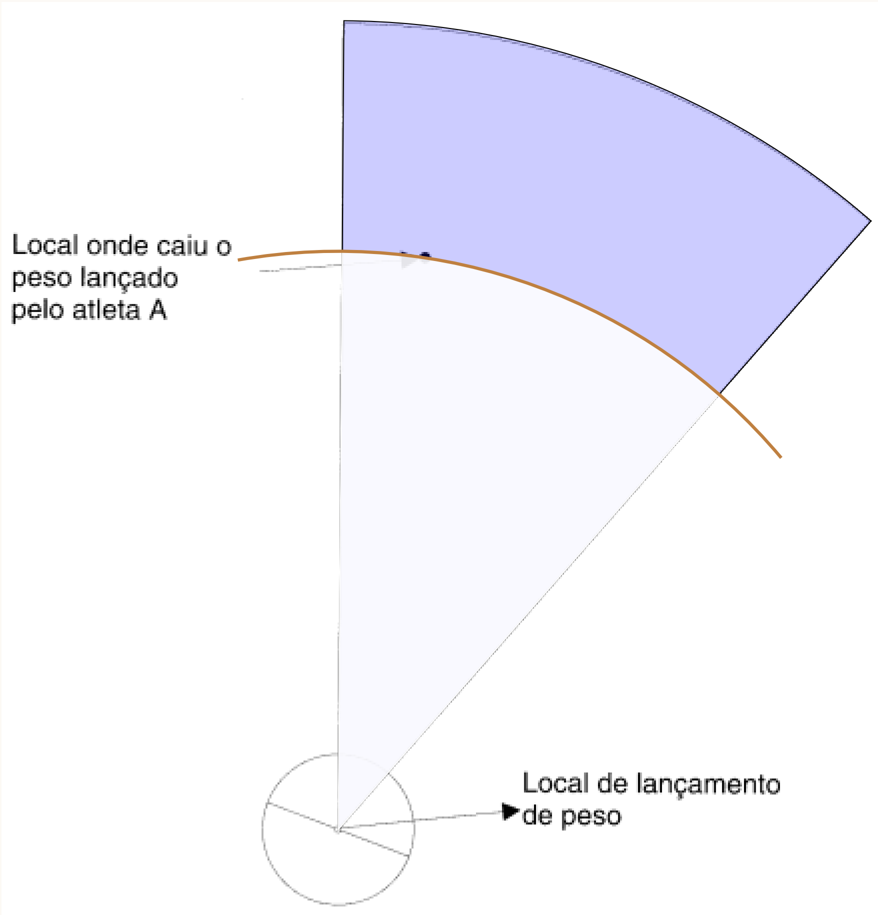
$$2\text{T} = 2 \times 16{,}7 = 33{,}4 \text{ mm}$$

E o valor da temperatura média não é inferior ao valor calculado (2T), porque $87{,}2 > 33{,}4$, então maio não pode ser considerado um mês seco.

11.2. Como a precipitação média nos meses julho, agosto e setembro foi, respetivamente 16,5; 27,5 e 61,5; então, calculando a precipitação média nestes três meses e arredondado o resultado às décimas, temos:

$$\overline{x}_P = \frac{16{,}5 + 27{,}5 + 61{,}5}{3} = \frac{105{,}5}{3} \approx 35{,}2 \text{ °C}$$

12.



13. Como 1 litro são 1000 ml, então o João ingeriu, em litros, $\frac{200}{1000} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$, pelo que, para gastar as calorias relativas ao sumo de laranja que bebeu, deverá pedalar:

$$\frac{1}{5} \times 53 \text{ min}$$

Da mesma forma, para gastar as calorias relativas aos amendoins que comeu precisará de pedalar:

$$\frac{10}{100} \times 86 = \frac{1}{10} \times 86 \text{ min}$$

Desta forma, o tempo total que o João terá que pedalar para gastar as calorias correspondentes aos ingeridos no lanche, em minutos, é:

$$\frac{53}{5} + \frac{86}{10} = 19{,}2 \text{ min}$$

14. Como o triângulo retângulo tem um ângulo reto (90°), e a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°, então a soma das amplitudes dos restantes ângulos internos é $180 - 90 = 90°$, ou seja, qualquer um deles tem amplitude inferior a 90°
Assim, como os ângulos de um triângulo retângulo não têm todos a mesma amplitude, o triângulo não é equilátero.

15. Como cada aula tem 50 minutos, então $\frac{4{,}2 \times 10^3}{50}$ é o total de aulas de Matemática já teve a Rita este ano.
Simplificando o quociente, temos:

$$\frac{4{,}2 \times 10^3}{50} = \frac{4{,}2 \times 10^3}{5 \times 10} = \frac{4{,}2}{5} \times \frac{10^3}{10} = 0{,}84 \times 10^{3-1} = 8{,}4 \times 10^{-1} \times 10^2 = 8{,}4 \times 10^{-1+2} = 8{,}4 \times 10 = 84$$

Ou seja, este ano, a Rita já teve 84 aulas de Matemática.

16.

16.1. De acordo com as indicações temos que:

- População $= 100\,000$
- $\mathrm{A} = 2000$
- $\mathrm{B} = 1250$

Assim, como População $= \frac{\mathrm{A} \times \mathrm{B}}{\mathrm{M}}$, substituindo os valores conhecidos e calculando o número de trutas marcadas na 2ª amostra (M), vem que:

$$100\,000 = \frac{2000 \times 1250}{\mathrm{M}} \Leftrightarrow \mathrm{M} = \frac{2000 \times 1250}{100\,000} \Leftrightarrow \mathrm{M} = \frac{2 \times 125}{10} \Leftrightarrow \mathrm{M} = \frac{250}{10} \Leftrightarrow \mathrm{M} = 25$$

16.2. Se na 2ª amostra todas as trutas estiverem marcadas, concluímos que todas a População é igual ao número de animais capturados na 1ª amostra.

Por exemplo se a 1ª amostra tiver 2000 animais e a 2ª amostra tiver 1250, todos marcados, vem que a população é:

$$\text{População} = \frac{2000 \times 1250}{1250} \Leftrightarrow \text{População} = 2000$$

17. Uma redução da figura terá a mesma forma e as mesma proporções.

- A Figura 1 tem aproximadamente a mesma altura e largura diferente, pelo que não é uma redução.
- A Figura 3 não tem a mesma forma, pelo que não é uma redução
- A Figura 4 tem aproximadamente a mesma largura e altura diferente, pelo que não é uma redução.

Resposta: **Opção** Figura 2