Teste Intermédio de MATEMÁTICA - 8º ano
27 de abril de 2010

Proposta de resolução

1.

1.1. Observando a tabela, nomeadamente a coluna referente aos dados da recolha de plástico, podemos verificar que nos 3 anos foram recolhidas, 5220 toneladas, 5070 toneladas e 8550 toneladas.
Assim, calculando a média anual de toneladas de plástico recolhidas, neste período de 3 anos, temos

$$\overline{x} = \frac{5220 + 5070 + 8550}{3} = \frac{18\,840}{3} = 6280 \text{ toneladas}$$

1.2. Observando a tabela, nomeadamente a linha referente ao ano de 2008, podemos verificar que a quantidade de plástico recolhido (8550 tonelas) é inferior à quantidade de papel recolhido (17 100 toneladas), pelo que os gráficos das opções (C) e (D) não representam os dados referentes a 2008, porque apresentam uma percentagem de plástico recolhido superior à do papel.

Analisando os dados de 2008 podemos verificar que a quantidade de plástico e vidro recolhidos, consideradas em conjunto totalizam $5070 + 7605 = 12\,675$ toneladas, ou seja, exatamente a mesma quantidade de toneladas de papel recolhido. Desta forma, podemos garantir que a quantidade de papel recolhido representou 50% do total destes três tipos de resíduos recolhidos, pelo que o gráfico da opção (B) também não representa os dados referentes a 2008.

Resposta: **Opção A**

2. Escrevendo 81 na forma de uma potência de base 3 e usando as regras operatórias de potências, temos que:

$$\frac{1}{81} = \frac{1}{9^2} = \frac{1}{\left(3^2\right)^2} = \frac{1}{3^{2\times 2}} = \frac{1}{3^4} = 3^{-4}$$

Resposta: **Opção B**

3.

3.1. Observando os primeiros 3 termos da sequência, é possível verificar que em cada termo são acrescentadas 4 peças retangulares ao termo anterior (uma em cada lado do quadrado).
Assim, somando sucessivamente 4 ao termo anterior, podemos descobrir o número de peças da 5ª construção:

- 1ª construção: 6 peças
- 2ª construção: 6+4=10 peças
- 3ª construção: 10+4=14 peças
- 4ª construção: 14+4=18 peças
- 5ª construção: 18+4=22 peças

3.2. Como todos os termos são obtidos somando 4 unidades ao anterior e o primeiro termo é um número par, todos os termos da sequência terão um número par de peças, pelo que podemos afirmar que nenhuma construção terá 2503 peças, porque 2503 é um número ímpar.

4. Como as 96 latas, as 72 caixas de cartão e as 60 garrafas são divisíveis pelo mesmo número (o número de alunos que as recolheram, porque cada aluno recolheu a mesma quantidade de cada elemento), o maior número de alunos que pode ter participado na atividade é o máximo divisor comum entre 96,72 e 60

Assim, para determinar o máximo divisor comum (M.d.c. (96,72,60)), começamos por decompor cada um dos números em fatores primos:

$$\begin{array}{r|l} 96 & 2 \\ 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$96 = 2^5 \times 3 \qquad 72 = 2^3 \times 3^2 \qquad 60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

Como o máximo divisor comum é o produto dos fatores primos comuns (cada um elevado ao menor expoente), temos que

$$\text{M.d.c. } (96{,}72{,}60) = 2^2 \times 3 = 12$$

Ou seja, na atividade participaram 12 alunos.

5. Escrevendo o número de horas em notação científica, temos

$$4\,380\,000 = 4\,380 \times 1000 = 4{,}38 \times 1000 \times 10^3 = 4{,}38 \times 10^3 \times 10^3 = 4{,}38 \times 10^{3+3} = 4{,}38 \times 10^6 \text{ h}$$

6. Calculando a imagem de 3 por meio da função f, temos

$$f(3) = 2(3) - 5 = 6 - 5 = 1$$

Resposta: **Opção C**

7. Como se multiplica por 340 o tempo, t, ou seja $340 \times t$, e este valor é uma estimativa da distância, d , então, temos que

$$d = 340 \times t$$

Resposta: **Opção A**

8.
$$\frac{8x-2}{3} = x - 1 \Leftrightarrow \frac{8x-2}{3} = \frac{x-1}{1}_{(3)} \Leftrightarrow \frac{8x-2}{3} = \frac{3x-3}{3} \Leftrightarrow 8x - 2 = 3x - 3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 8x - 3x = -3 + 2 \Leftrightarrow 5x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{-1}{5} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{5}$$

Resposta: $C.S. = \left\{-\frac{1}{5}\right\}$

9. Sabemos que a área de um trapézio, A_T é dada por: $A_T = \frac{B+b}{2} \times h$

   Como, neste caso temos que

   - a medida do comprimento da base maior é $5x$, ou seja, $B = 5x$
   - a medida do comprimento da base menor é $2x+1$, ou seja, $b = 2x+1$
   - a medida do comprimento da altura é 3, ou seja, $h = 3$

   escrevendo uma expressão, na variável x, que represente a área do trapézio retângulo, e simplificando, temos
$$A_T = \frac{5x+2x+1}{2} \times 3 = \frac{7x+1}{2} \times 3 = \frac{(7x+1)3}{2} = \frac{21x+3}{2} = \frac{21x}{2} + \frac{3}{2}$$

10. A representação gráfica de uma função de proporcionalidade direta é uma reta (ou parte de uma reta) que contém o a origem (o ponto de coordenadas (0,0)), pelo que dos dois gráficos apresentados é o gráfico A o que representa uma função de proporcionalidade direta.

11. Como o volume do paralelepípedo é dado por
$$V_{[ABCDEFGH]} = \overline{AB} \times \overline{BC} \times \overline{AE}$$
   substituindo os valores conhecidos, podemos calcular a medida de $\overline{AE}$ em mestro:
$$0{,}24 = 1{,}2 \times 0{,}5 \times \overline{AE} \Leftrightarrow 0{,}24 = 0{,}6 \times \overline{AE} \Leftrightarrow \frac{0{,}24}{0{,}6} = \overline{AE} \Leftrightarrow \overline{AE} = 0{,}4 \text{ m}$$

12. Se o triângulo for retângulo, as medidas dos comprimentos verificam o Teorema de Pitágoras.

   Como o lado maior de um triângulo retângulo é a hipotenusa, fazendo a verificação temos:
$$30^2 = 28^2 + 21^2 \Leftrightarrow 900 = 784 + 441 \Leftrightarrow 900 = 1225 \text{ Prop. Falsa}$$
   Logo como as medidas dos lados do triângulo não verificam o Teorema de Pitágoras, podemos concluir que o triângulo não é retângulo.

13. Como sabemos que num triângulo a soma dos comprimentos dos lados menores é superior ao comprimento do lado maior, então

   - considerando $[ST]$ o lado maior, temos que
$$\overline{RS} + \overline{RT} < \overline{ST} \Leftrightarrow 5 + 4 < \overline{ST} \Leftrightarrow 9 < \overline{ST}$$
   - considerando $[ST]$ o lado menor, temos que o lado maior é o lado $[RS]$, pelo que
$$\overline{ST} + \overline{RT} < \overline{RS} \Leftrightarrow \overline{ST} + 4 < 5 \Leftrightarrow \overline{ST} < 5 - 4 \Leftrightarrow \overline{ST} < 1$$

   Ou seja, o lado $[ST]$ deve ser maior que 1 e e menor que 9

   Resposta: **Opção D**

14. Como os dois hexágonos são regulares, são semelhantes, e como o lado do maior é cinco vezes maior que o lado do menor, podemos afirmar que a razão de semelhança é 5

    Como a razão das áreas de figuras semelhantes é o quadrado da razão de semelhança das figuras, temos que $\frac{A_{\text{Hexágono exterior}}}{A_{\text{Hexágono interior}}} = 5^2$

    Logo, substituindo o valor da área do hexágono interior, podemos calcular a área do hexágono exterior:

$$\frac{A_{\text{Hexágono exterior}}}{23} = 5^2 \Leftrightarrow A_{\text{Hexágono exterior}} = 25 \times 23 \Leftrightarrow A_{\text{Hexágono exterior}} = 575 \text{ cm}^2$$

    E assim, calcular a área da zona sombreada, A_S, em cm^2, como a diferença das áreas dos dois hexágonos:

$$A_S = A_{\text{Hexágono exterior}} - A_{\text{Hexágono interior}} = 575 - 23 = 552 \text{ cm}^2$$

15.