

Teste Intermédio de MATEMÁTICA - 9º ano  
3 de fevereiro de 2010

Proposta de resolução

1.

1.1. Organizando as somas dos números de cada face numa tabela, temos:

Face	1 - 0 - 0	1 - 1 - 1	1 - 1 - 0	2 - 2 - 2	2 - 1 - 0	1 - 0 - 3
Soma	1	3	2	6	3	4

Pelo que observar que,

- como a soma é um número par em 3 das 6 faces, a probabilidade do porta-voz ser o Pedro é

$$p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

- como a soma é um número ímpar, maior que 1, em 2 das 6 faces, a probabilidade do porta-voz ser a Rita é

$$p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

- como a soma é o número 1 apenas em uma das 6 faces, a probabilidade do porta-voz ser o Jorge é

$$p = \frac{1}{6}$$

Desta forma podemos afirmar que os três amigos não têm a mesma probabilidade de ser porta-voz. É mais provável que o Pedro seja o porta-voz do que a Rita ou o Jorge. E a probabilidade da Rita ser porta-voz é maior que a probabilidade do Jorge ser escolhido.

1.2. Como o dado tem 6 faces e a probabilidade de, ao lançar o dado, uma face do tipo  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  ficar voltada para cima é  $\frac{1}{3}$ , então existem 2 faces deste tipo, porque

$$6 \times \frac{1}{3} = 2$$

Logo, o número de faces do tipo  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  é 4, porque só existem faces destes dois tipos e se ao total (6 faces) subtrairmos o número de faces do outro tipo, obtemos o número de faces deste tipo ( $6 - 2 = 4$ ).

Resposta: **Opção C**

2. Como existem 5 lugares disponíveis, dos quais 2 são separados, recorrendo à Regra de Laplace, existem 5 casos possíveis e 2 casos favoráveis para que o Pedro fique separado dos amigos, pelo que a probabilidade é

$$p = \frac{2}{5}$$



3. Como a Rita (que é a aluna mais alta da turma) mede 180 cm, e a altura média das raparigas é 150 cm, se o número de raparigas da turma fosse 2, definindo a altura da rapariga mais baixa com  $b$ , teríamos que

$$\frac{180 + b}{2} = 150 \Leftrightarrow 180 + b = 150 \times 2 \Leftrightarrow b = 300 - 180 \Leftrightarrow b = 120 \text{ cm}$$

Ou seja, a rapariga mais baixa deveria medir 120 cm para que a altura média das raparigas fosse 150 cm, o que não pode acontecer porque o aluno mais baixo da turma é o Jorge que mede 120 cm.

4.

- 4.1. Podemos identificar em cada construção, quadrados divididos em 2 triângulos do tipo dos que são contados.

Verificando que

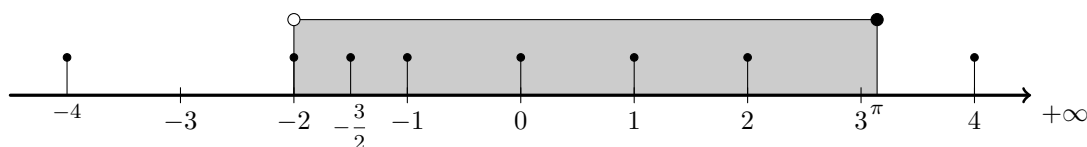
- na 1ª construção existe 1 quadrado, e por isso,  $2 \times 1 = 2$  triângulos
- na 2ª construção existem  $2^2 = 4$  quadrados, e por isso,  $2 \times 4 = 8$  triângulos
- na 3ª construção existem  $3^2 = 9$  quadrados, e por isso,  $2 \times 9 = 18$  triângulos

então na 5ª construção existem  $5^2 = 25$  quadrados, e por isso,  $2 \times 25 = 50$  triângulos.

- 4.2. De acordo com a verificação anterior podemos afirmar que na construção de ordem  $n$  existem  $n^2$  quadrados, e por isso,  $2 \times n^2 = 2n^2$  triângulos.

Resposta: **Opção D**

5. Como  $\pi \approx 3,14159$ , representando na reta real o intervalo  $] - 2, \pi ]$ , e os números indicados nas opções, temos:



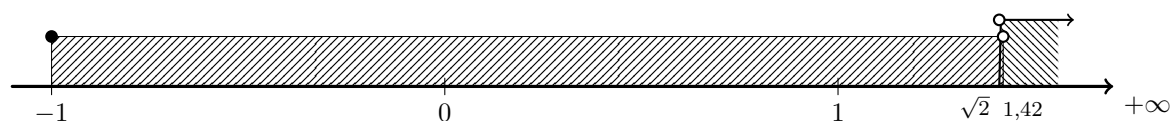
Assim, podemos verificar que

- $4 \notin I$ , logo  $\left\{ -\frac{3}{2}, 2, 4 \right\} \not\subset I$
- $-2 \notin I$ , logo  $\{ -2, -1, 2 \} \not\subset I$
- $-4 \notin I$ , logo  $\{ -4, -1, 0 \} \not\subset I$

e que  $\left\{ -\frac{3}{2}, 0, 1 \right\} \subset I$

Resposta: **Opção B**

6. Como  $\sqrt{2} \approx 1,41$ , representando os dois intervalos indicados na definição do conjunto  $B$  na reta real, temos:



Assim temos que  $B = [-1; 1,42 [ \cap ] \sqrt{2}, +\infty [ = ] \sqrt{2}; 1,42 [$



7. Como  $\sqrt{5} + \sqrt{7} \approx 4,882$ , então o valor aproximado, por excesso, a menos de uma centésima é

$$4,88 + 0,01 = 4,89$$

8. Quando a água começa a ser colocada no reservatório, vai encher, numa primeira fase do enchimento, a parte do reservatório com a forma de um cone, e quando esta parte estiver cheia começará a encher, numa segunda fase, a parte cilíndrica.

Assim, a mesma quantidade de água (o que corresponde a um período de tempo igual) não produz o mesmo aumento da altura da água do reservatório, na primeira fase do enchimento e na segunda.

Na primeira fase do enchimento o aumento da altura será cada vez mais lento, porque a mesma quantidade de água provocará um aumento da altura maior junto ao vértice do cone e menor junto da base do cone. Na segunda fase do enchimento a altura irá variar de forma constante, porque a mesma quantidade de água corresponde a uma variação da altura da água igual, independentemente de considerarmos a parte inferior ou superior do cilindro.

Assim o único gráfico que corresponde a esta variação em duas fases, com uma desaceleração na primeira fase e uma variação constante na segunda é o gráfico da opção (D).

Resposta: **Opção D**

9. Designando por  $x$  o número de pessoas no grupo de amigos, e por  $y$  o preço, em euros, do almoço, como sabemos que se os  $x$  amigos pagarem 14 euros cada um, ou seja  $x \times 14$ , ou ainda  $14x$  a quantia total é o preço do almoço menos 4 euros, isto é  $y - 4$ , logo temos que

$$14x = y - 4$$

Da mesma forma, se os  $x$  amigos pagarem 16 euros cada um, ou seja  $16x$  a quantia apurada é  $y + 6$  pelo que sabemos que

$$16x = y + 6$$

Assim, podemos escrever um sistema e resolvê-lo determinar o valor de  $y$ , e depois dividir pelo valor de  $x$ :

$$\begin{aligned} \begin{cases} 14x = y - 4 \\ 16x = y + 6 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 14x + 4 = y \\ 16x = 14x + 4 + 6 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 14x + 4 = y \\ 16x - 14x = 10 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 14x + 4 = y \\ 2x = 10 \end{cases} &\Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 14x + 4 = y \\ x = \frac{10}{2} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 14(5) + 4 = y \\ x = 5 \end{cases} &\Leftrightarrow \Leftrightarrow \begin{cases} 70 + 4 = y \\ x = 5 \end{cases} &\Leftrightarrow \Leftrightarrow \begin{cases} 74 = y \\ x = 5 \end{cases} \end{aligned}$$

Assim, temos que, o preço do almoço é de 74 euros e são 5 amigos, pelo que, cada um deles deve pagar  $\frac{74}{5} = 14,8$  euros, ou seja, 14 euros e 80 cêntimos.

10.

10.1. De acordo com o enunciado, sabemos que a massa ( $p$ ) de cada uma das fatias de bolo é inversamente proporcional ao número de fatias ( $n$ ), ou seja,  $p \times n = k$

Podemos calcular o valor da constante de proporcionalidade inversa,  $k$ , pelo produto de valores correspondentes de  $n$  e  $p$ :

$$6 \times 0,60 = 8 \times 4,5 = 10 \times 0,36 = 3,6$$

Desta forma, o valor da constante de proporcionalidade inversa é obtido multiplicando o número de fatias pela massa de cada fatia, o que em cada caso, corresponde à massa total do bolo, que é 3,6 kg



10.2. Como as variáveis  $p$  e  $n$  são inversamente proporcionais, e a constante de proporcionalidade é 60, temos que

$$p \times n = 3,6 \Leftrightarrow p = \frac{3,6}{n}$$

11. Resolvendo o sistema, vem

$$\begin{aligned} \begin{cases} y - 3x = 0 \\ x + 2y = \frac{1}{2} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x \\ x + 2(3x) = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x \\ x + 6x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x \\ 7x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x \\ x = \frac{1}{2 \times 7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \times \frac{1}{14} \\ x = \frac{1}{14} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{14} \\ x = \frac{1}{14} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \left\{ \left( \frac{1}{14}, \frac{3}{14} \right) \right\}$$

12. Resolvendo a inequação, temos

$$\begin{aligned} \frac{7(2-x)}{3} \geq 7 &\Leftrightarrow \frac{14-7x}{3} \geq 7 \Leftrightarrow 14-7x \geq 7 \times 3 \Leftrightarrow -7x \geq 21-14 \Leftrightarrow -7x \geq 7 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 7x \leq -7 \Leftrightarrow x \leq -\frac{7}{7} \Leftrightarrow x \leq -1 \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = ]-\infty, -1]$$

13.

13.1. Como os pontos  $E$  e  $F$  são os pontos médios dos lados  $[AB]$  e  $[BC]$ , respectivamente, e a medida do lado do quadrado é 10, temos que  $\overline{BE} = \overline{BF} = 5$

E assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, e substituindo os valores conhecidos, vem que:

$$\overline{EF}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{BF}^2 \Leftrightarrow \overline{EF}^2 = 5^2 + 5^2 \Leftrightarrow \overline{EF}^2 = 25 + 25 \Leftrightarrow \overline{EF}^2 = 50 \underset{\overline{EF} > 0}{\Rightarrow} \overline{EF} = \sqrt{50}$$

Escrevendo o resultado arredondado às décimas, temos

$$\overline{EF} = \sqrt{50} \approx 7,1$$

13.2. Como  $\overline{AB} = \overline{BC} = 10$  e  $E$  e  $F$  são pontos médios de  $[AB]$  e  $[BC]$ , respectivamente, então vem que

$$\overline{EB} = \overline{BF} = \frac{\overline{AB}}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

E assim, calculando a área do triângulo  $[BEF]$ , vem

$$A_{[BEF]} = \frac{\overline{EB} \times \overline{BF}}{2} = \frac{5 \times 5}{2} = \frac{25}{2}$$

Observando que os triângulos  $[BEF]$  e  $[DGH]$  são congruentes, podemos calcular a área da região sombreada como a diferença entre as áreas do quadrado  $[ABCD]$  e dos triângulos  $[BEF]$  e  $[DGH]$ :

$$A_{[AEFCGH]} = A_{[ABCD]} - 2 \times A_{[BEF]} = 10 \times 10 - 2 \times \frac{25}{2} = 100 - 25 = 75$$

Resposta: **Opção B**

