1.

1.1. Calculando o número total de votos (incluíndo votos brancos e nulos), temos:

$$2\,225 + 1\,550 + 28\,799 + 17\,437 + 11\,959 + 4\,785 + 948 + 340 = 68\,043$$

Considerando que o total de eleitores inscritos é 141 360, a percentagem de votantes (v), é:

$$\frac{141\,360}{68\,043} = \frac{100}{v} \Leftrightarrow v = \frac{100 \times 68\,043}{141\,360} \Rightarrow v \approx 48\%$$

Desta forma, a percentagem de eleitores que não votaram, ou seja, a percentagem de abstenção é:

$$100 - 48 = 52\%$$

1.2. Aplicando o método de Hondt na atribuição dos 11 mandatos, temos:

Partidos	A	B	C	D	E	F
N.º de votos	28 799	17 437	11 959	4 785	948	340
Divisão por 1	28 799	17 437	11 959	4 785	948	340
Divisão por 2	$\frac{28\,799}{2} = 14399{,}5$	$\frac{17\,437}{2} = 8718{,}5$	$\frac{11\,959}{2} = 5979{,}5$			
Divisão por 3	$\frac{28\,799}{3} \approx 9599{,}7$	$\frac{17\,437}{3} \approx 5812{,}3$	$\frac{11\,959}{3} \approx 3986{,}3$			
Divisão por 4	$\frac{28\,799}{4} \approx 7199{,}8$	$\frac{17\,437}{4} \approx 4359{,}3$				
Divisão por 5	$\frac{28\,799}{5} = 5759{,}8$					
Divisão por 6	$\frac{28\,799}{6} \approx 4799{,}8$					
Divisão por 7	$\frac{28\,799}{7} \approx 4114{,}1$					

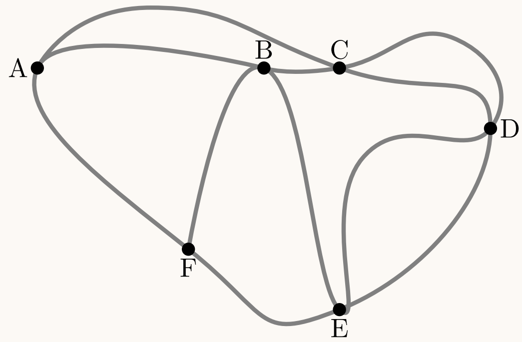
Assim, temos que:

- A distribuição dos 11 mandatos pelos partidos é a seguinte:
  Partido A: 6 mandatos; Partido B: 3 mandatos; Partido C: 2 mandatos e os restantes partidos não elegeram quaisquer mandatos;
- se o partido D tivesse tido mais 15 votos (admitindo que os restantes partidos mantinham a votação) seria suficiente para conseguir um mandato, pois nesse caso o quociente relativo à divisão por 1 ($4785 + 15 = 4800$) seria superior ao quociente da divisão por 6 do partido A (4799,8) que garantiu a atribuição do 11.º mandato ao partido A;
- caso se tivesse verificado a atribuição do 11.º mandato ao partido D, o partido A teria apenas uma maioria relativa no executivo (5 mandatos num total de 11) o que se iria traduzir na necessidade de "dialogar com a oposição", invocada pelo candidato do partido D, para conseguir uma maioria nas votações.

2.

2.1. De acordo com o mapa da zona do Parque, considerando os cruzamentos como vértices e os caminhos como arestas, obtemos o grafo da figura seguinte, e o grau de cada de cada vértice:

- A - Grau 3
- B - Grau 4
- C - Grau 4
- D - Grau 4
- E - Grau 4
- F - Grau 3



Logo, como o grupo de jovens que parte do ponto A, percorre todos os caminhos assinalados e regressa ao ponto A, tem de percorrer pelo menos um caminho, mais do que uma vez, porque percorrer todos os caminhos, uma única vez corresponde a encontrar um circuito de Euler, o que só é possível se todos os vértices tiverem grau par, o que não acontece neste caso, porque existem dois vértices com grau ímpar: A e F (ambos com grau 3).

2.2. Assim um percurso em que o número de caminhos percorridos mais do que uma vez seja o menor possível, consiste em percorrer o caminho que liga o cruzamento A ao cruzamento F, por duas vezes, tornando assim par o grau de todos os vértices do grafo.

Logo, um dos percursos possíveis que percorre todos os caminhos, começando e terminando no cruzamento A, é:

$$A \to C \to D \to E \to F \to A \to B \to C \to D \to E \to B \to F \to A$$

2.3. A realidade depende e incorpora detalhes que podem ser simplificados ou ignorados, sem perda de informação relevante, e cuja desvalorização pode resultar em situações mais abstratas, mas mais fáceis de analisar.

Neste processo de simplificação é importante garantir que não são omitidos, simplificados ou ignorados detalhes relevantes, sob pena de comprometer a análise e a adequação da solução encontrada para a situação específica que se pretende estudar.

Nesta situação em particular, no mapa (situação original) existem informações que não são relevantes para a solução, como a localização dos lagos, da fonte, da estufa, ou da tapada. Assim, a omissão destes dados não compromete a adequação da solução para a situação estudada, porque apenas se centra na quantidade de caminhos e dos cruzamentos que cada caminho liga, sendo estas as informações que não podem ser simplificadas ou omitidas no processo de modelação.

3.

3.1. Consultando os dados da tabela, como os níveis 8, 9 e 10 correspondem a um elevado conhecimento das questões da UE, a percentagem de inquiridos que considera situar-se nestes níveis é de: $4+1+1 = 6\%$

Como a dimensão da amostra foi de 15 800 pessoas, o número de inquiridos que considera ter um elevado conhecimento sobre as questões da UE, é:

$$15\,800 \times 0{,}06 = 948$$

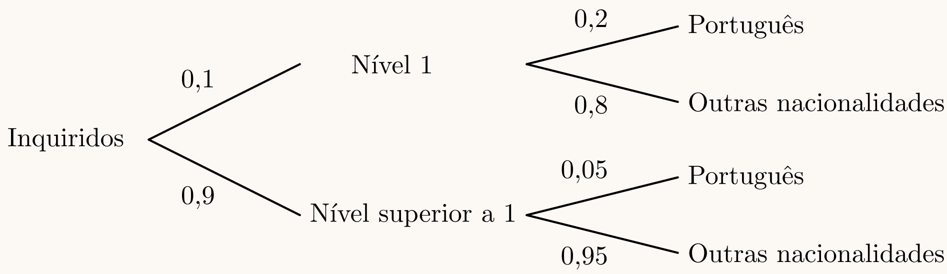
3.2. Como a percentagem de respostas em cada nível da escala é a frequência relativa, podemos calcular a frequência relativa acumulada:

Escala	**Percentagem**	**Freq. relativa acumulada**
1	10	10
2	12	$10+12=22$
3	16	$22+16=38$
4	17	$38+17=55$
5	19	$55+19=74$
6	12	$74+12=86$
7	8	$86+8=94$
8	4	$94+4=98$
9	1	$98+1=99$
10	1	$99+1=100$

Assim, temos que:

- o primeiro quartil é 3, porque é a menor observação que tem frequência relativa acumulada superior a 25%
- a mediana é 4, porque é a menor observação que tem frequência relativa acumulada superior a 50%

3.3. Esquematizando as probabilidades conhecidas num diagrama em árvore, temos:



Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um indivíduo inquirido no inquérito, e os acontecimentos:
U:≪O inquirido auto-avaliou-se com nível 1≫
N:≪O inquirido é português≫

Desta forma, a probabilidade de um inquirido,escolhido ao acaso se ter auto-avaliado com nível 1, sabendo-se que era português, é:

$$P\left(U|N\right)=\frac{P\left(U\cap N\right)}{P\left(N\right)}=\frac{P\left(U\cap N\right)}{P(U\cap N)+P\left(\overline{U}\cap N\right)}=\frac{0{,}1\times 0{,}2}{0{,}1\times 0{,}2+0{,}9\times 0{,}05}=\frac{0{,}02}{0{,}065}\approx 0{,}308$$

Logo a probabilidade na forma de percentagem, arredondado às unidades é 31%

3.4. Como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 15\,800$
- A proporção amostral de cidadãos que se avaliaram no nível 1: $\hat{p} = 0{,}10$ (correspondente a 10%)
- O valor de z para um nível de confiança de 99%: $z = 2{,}576$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left(\left]\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\, , \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right[\right)$, para a proporção de cidadãos da UE, com 15 ou mais anos, que consideram não saber nada (nível 1) sobre as políticas e instituições da UE, e arredondando os valores às milésimas, temos:

$$\left]0{,}1 - 2{,}576\sqrt{\frac{0{,}1(1-0{,}1)}{15\,800}}\ ;\ 0{,}1 + 2{,}576\sqrt{\frac{0{,}1(1-0{,}1)}{15\,800}}\right[\approx \left]0{,}094; 0{,}106\right[$$

3.5. A margem de erro do intervalo é metade da amplitude do intervalo de confiança.
Assim, considerando $\hat{p} = 0{,}5$ e $n = 100$ o intervalo, com um nível de confiança de 95% a que corresponde o valor $z = 1{,}960$, o intervalo de confiança para a proporção p, é:

$$\left]0{,}5 - 1{,}960\sqrt{\frac{0{,}5(1-0{,}5)}{100}}\ ;\ 0{,}5 + 1{,}960\sqrt{\frac{0{,}5(1-0{,}5)}{100}}\right[= \left]0{,}402; 0{,}598\right[$$

Desta forma, para este intervalo, a margem de erro é: $\frac{0{,}598 - 0{,}402}{2} = 0{,}098$
Mantendo os mesmos valores para $\hat{p}$ e z, e variando a dimensão da amostra, obtemos os seguintes intervalos de confiança e as respetivas margens de erro:

Dimensão da amostra n	**Intervalo de confiança** $\hat{p} = 0{,}5$ e $z = 1{,}960$	**Margem de erro**
100	$]0{,}402; 0{,}598[$	0,098
500	$]0{,}456; 0{,}544[$	0,044
1000	$]0{,}469; 0{,}531[$	0,031
10 000	$]0{,}490; 0{,}510[$	0,01

Desta forma, podemos observar que, mantendo a confiança a margem de erro diminui com o aumento da dimensão da amostra.