1.

1.1. Calculando o divisor padrão e completando a tabela, temos:

REGIÕES	**NÚMERO DE PRATICANTES (P)**	**QUOTA PADRÃO (D:DP)**	**QUOTA INFERIOR (QI)**	**PARTE DECIMAL**
Minho	561	$\frac{561}{44{,}120} \approx 12{,}715$	12	0,715
Beiras	345	$\frac{345}{44{,}120} \approx 7{,}820$	7	0,820
Alentejo	120	$\frac{120}{44{,}120} \approx 2{,}720$	2	0,720
Ribatejo	870	$\frac{870}{44{,}120} \approx 19{,}719$	19	0,719
Algarve	310	$\frac{310}{44{,}120} \approx 7{,}026$	7	0,026

2 206	NÚMERO TOTAL DE PRATICANTES (**TP**)
50	REPRESENTANTES A DISTRIBUIR (**R**)
$\frac{2\,206}{50} = 44{,}120$	DIVISOR PADRÃO (DP = TP : R)

1.2. Assim, de acordo com o método de Hamilton, como a soma das quotas inferiores é:

$$12 + 7 + 2 + 19 + 7 = 47$$

Logo restam 3 representantes para atribuir, que serão atribuídos às regiões Beira, Alentejo e Ribatejo, por serem as que têm as maiores partes decimais.
Assim, o número de representantes de cada região nas assembleias-gerais, é:

REGIÕES	Minho	Beiras	Alentejo	Ribatejo	Algarve
N.º de Representantes	12	$7+1=8$	$2+1=3$	$19+1=20$	7

1.3.

1.3.1. Calculando o divisor padrão e completando a tabela, com as seis regiões, temos:

REGIÕES	NÚMERO DE PRATICANTES (P)	QUOTA PADRÃO (D:DP)	QUOTA INFERIOR (QI)	PARTE DECIMAL
Minho	561	$\frac{561}{44{,}075} \approx 12{,}728$	12	0,728
Beiras	345	$\frac{345}{44{,}075} \approx 7{,}828$	7	0,828
Alentejo	120	$\frac{120}{44{,}075} \approx 2{,}723$	2	0,723
Ribatejo	870	$\frac{870}{44{,}075} \approx 19{,}739$	19	0,739
Algarve	310	$\frac{310}{44{,}075} \approx 7{,}033$	7	0,033
Madeira	130	$\frac{130}{44{,}075} \approx 2{,}950$	2	0,950

2 336	NÚMERO TOTAL DE PRATICANTES **(TP)**
53	REPRESENTANTES A DISTRIBUIR **(R)**
$\frac{2\,336}{53} \approx 44{,}075$	DIVISOR PADRÃO (DP = TP : R)

1.3.2. Assim, comparando os dois cenários (antes e depois da entrada da região da Madeira na federação), podemos verificar que:

- com o aumento do número de delegados de 50 para 53, o novo divisor padrão mantém-se praticamente inalterado (variando de 44,102 para 44,075), ou seja, o aumento do número de delegados é adequado para o aumento do número total de praticantes resultante da entrada da região da Madeira na federação;
- fazendo a distribuição dos delegados, incluindo a região da Madeira, e comparando com a distribuição anterior, temos a soma das quotas inferiores é:

$$12 + 7 + 2 + 19 + 7 + 2 = 49$$

Logo restam 4 representantes para atribuir, que serão atribuídos às regiões Madeira, Beiras, Minho e Ribatejo, por serem as que têm as maiores partes decimais.
Assim, o número de representantes de cada região nas assembleias-gerais, nas duas distribuições é:

REGIÕES	Minho	Beiras	Alentejo	Ribatejo	Algarve	Madeira
N.º Representantes (sem a Madeira)	12	8	3	20	7	—
N.º Representantes (com a Madeira)	$12 + 1 = 13$	$7 + 1 = 8$	2	$19 + 1 = 20$	7	$2 + 1 = 3$

Desta forma podemos considerar que os três representantes adicionais forma atribuídos à Madeira, e nesse contexto, a região do Alentejo tem razão para se sentir prejudicada, pois vê a sua representação reduzida em 1 lugar (de 3 para 2) enquanto que a região do Minho ganha um representante (aumentando de 12 para 13).

2.

2.1. Utilizando o procedimento simplificado apresentado, o valor de IRS que o Rui e a Luísa pagaram, relativo ao ano de 2005, admitindo que não houve quaisquer deduções a fazer à coleta, é:

Cálculo do rendimento global do casal:

- Contribuinte A (marido), com um rendimento total de € 10 950.
- Contribuinte B (mulher), com um rendimento total de € 10 000.
- O rendimento global deste casal é € 20 950 (€ 10 950 + € 10 000).

Cálculo do rendimento coletável:

- O rendimento coletável é € 10 475 (20 950 : 2).

Cálculo da coleta do casal:

- Consultar a tabela dada e identificar que o rendimento coletável do casal se encontra no 3.º escalão
  (taxa a aplicar: 23,5%; parcela a abater: € 799,78);
- Aplicar a taxa de imposto ao rendimento coletável do casal:
  $€10\,475 \times 0{,}235 \approx €2461{,}63$;
- Subtrair, do valor anteriormente obtido, a parcela a abater:
  $€2461{,}63 - €799{,}78 = €1661{,}85$
- A coleta do casal obtém-se multiplicando por 2 o valor anterior:
  $€1661{,}85 \times 2 = €3323{,}70$.

Cálculo do IRS:

- IRS = coleta − deduções = € 3323,70.
  Neste caso simplificado, como não existem deduções a fazer, a coleta coincide com o valor do IRS.

2.2. Fazendo o cálculo do IRS com a prestação do serviço, e sem a prestação do serviço, temos;

	IRS **com** a prestação do serviço	IRS **sem** a prestação do serviço
Rendimento global (€)	$12\,500 + 500 + 1000 =$ $= 14\,000$	$12\,500 + 500 =$ $= 13\,000$
Rendimento coletável (€)	$14\,000 : 2 =$ $= 7000$	$13\,000 : 2 =$ $= 6500$
Escalão Taxa a aplicar (%) Parcela a abater (€)	3 23,5 799,78	2 13 108,78
Taxa sobre o rendimento coletável (€)	$7000 \times 0{,}235 =$ $= 1645$	$6500 \times 0{,}13 =$ $= 845$
Dedução da parcela a abater (€)	$1645 - 799{,}78 =$ $= 845{,}22$	$845 - 108{,}78 =$ $= 736{,}22$
Coleta do casal (€)	$845{,}22 \times 2 =$ $= 1690{,}44$	$736{,}22 \times 2 =$ $= 1472{,}44$
Rendimento **antes** da aplicação do imposto (€)	14 000	13 000
Rendimento **após** da aplicação do imposto (€)	$14\,000 - 1690{,}44 =$ $= 12\,309{,}56$	$13\,000 - 1472{,}44 =$ $= 11\,527{,}56$

Assim, podemos concluir que o Manuel não tem razão, pois apesar do rendimento relativo ao serviço a prestar no Natal implicar a passagem para o 3.º escalão de IRS, e consequentemente o aumento da taxa de IRS, também aumenta a parcela a abater ao rendimento coletável, o que faz com que, após o dedução do imposto, o rendimento seja maior no caso de haver a prestação do serviço (12 309,56 €), do que se não existir o rendimento relativo a este serviço (11 527,56 €).

3.

3.1. Como a probabilidade de conseguir entrar no jogo em cada tentativa é de 0,8, a probabilidade de não conseguir é de $1 - 0{,}8 = 0{,}2$

A probabilidade de um candidato conseguir entrar na sala de jogo apenas à terceira tentativa, é o produto das probabilidade de ter tentado entrado, sem sucesso, por duas vezes e ter sucesso na terceira tentativa, ou seja:

$$0{,}2 \times 0{,}2 \times 0{,}8 = 0{,}032$$

3.2. A especialista tem razão.

Como o inquérito foi feito aos frequentadores que estavam na sala, deixou de fora todos aqueles que não conseguiram entrar após uma, ou mais tentativas, e desistiram.

Se a amostra incluísse todos os jogadores que tentaram aceder ao site, incluindo os que desistiram após uma ou mais tentativas sem sucesso, a percentagem de entradas na primeira tentativa seria menor, porque estes jogadores - que ficaram excluídos da amostra - teriam todos reportado uma tentativa mal sucedida de entrar à primeira tentativa, o que significaria um valor menor para a probabilidade referida daquele que foi encontrado com a amostra escolhida.

3.3. Como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 50$
- A proporção amostral dos inquiridos que desejam prosseguir estudos: $\hat{p} = \dfrac{39}{50} = 0{,}78$
- O valor de z para um nível de confiança de 95%: $z = 1{,}960$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left(\left] \hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \, , \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right[\right)$, para a proporção de pessoas que, efetivamente, conseguiram entrar à primeira tentativa e arredondando os valores às milésimas, temos:

$$\left] 0{,}78 - 1{,}960\sqrt{\frac{0{,}78(1-0{,}78)}{50}} \; ; \; 0{,}78 + 1{,}960\sqrt{\frac{0{,}78(1-0{,}78)}{50}} \right[\approx \left]0{,}665; 0{,}895\right[$$

3.4. Inserindo na calculadora gráfica as listas com os dados relativos ao tempo decorrido desde o lançamento do *site* (x) e o número de jogadores (y), temos:

Tempo (em semanas) (x)	**Número de jogadores (em milhares)** (y)
5	20
10	46
15	58
20	82
25	110
30	128
35	136
40	163
45	170
50	194
55	210
60	245

Determinando a equação da reta de regressão, temos que os valores de a e b, com uma aproximação às centésimas, são $a \approx 3{,}85$ e $b \approx 4{,}94$, pelo que equação da reta de regressão linear, é:

$$y = 3{,}85x + 4{,}94$$

Visualizando o diagrama de dispersão e a reta de regressão linear, obtemos os seguintes gráficos: