



1.

1.1. Completando a tabela para o apuramento do candidato vencedor, temos:

MÉTODO PREFERENCIAL

	Contagem dos pontos	Pontuação total
João	$40 \times 1 + 45 \times 3 + 38 \times 1$	213
Rui	$40 \times 3 + 45 \times 1 + 38 \times 2$	241
Luís	$40 \times 2 + 45 \times 2 + 38 \times 3$	284

Assim, como o Luís é o candidato com pontuação total mais elevada, é o candidato vencedor segundo este método.

1.2.

1.2.1. Construindo as tabelas com as comparações entre o Rui e o Luís, e depois entre o João e o Luís, e identificando o vencedor em cada caso, temos:

COMPARAÇÃO DA VOTAÇÃO NO RUI COM A VOTAÇÃO NO LUÍS

PREFERÊNCIAS	VOTOS		
1ª	Rui	Luís	Luís
2ª	Luís	Rui	Rui
TOTAL	40	45	38

Nesta comparação o vencedor é o Luís com $45 + 38 = 83$ votos, porque o Rui teve apenas 40 votos.

COMPARAÇÃO DA VOTAÇÃO NO JOÃO COM A VOTAÇÃO NO LUÍS

PREFERÊNCIAS	VOTOS		
1ª	Luís	João	Luís
2ª	João	Luís	João
TOTAL	40	45	38

Nesta comparação o vencedor também é o Luís com $40 + 38 = 78$ votos, porque o João teve apenas 45 votos

1.2.2. Organizando as contagens dos resultados das comparações dos candidatos dois a dois, temos:

- Comparação entre o Rui e o João:

– Rui: $40 + 38 = 78$ votos

– João: 45 votos

Vencedor: Rui

- Comparação entre o Rui e o Luís:

– Rui: 40 votos

– Luís: $45 + 38 = 83$ votos

Vencedor: Luís

- Comparação entre o João e o Luís:

– João: 45 votos

– Luís: $40 + 38 = 75$ votos

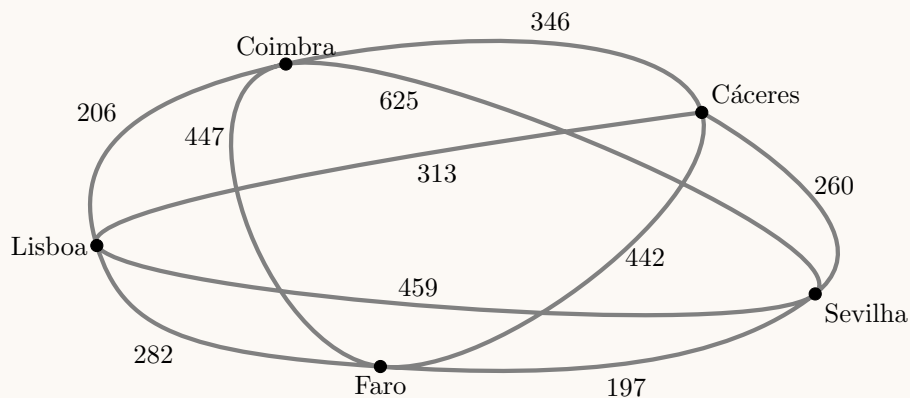
Vencedor: Luís

Desta forma temos que na ordenação dos candidatos, em primeiro lugar figura o Luís (com a vitória em 2 comparações), em segundo lugar figura o Rui (vencendo 1 comparação) e em terceiro lugar o João (sem qualquer vitória nas comparações).

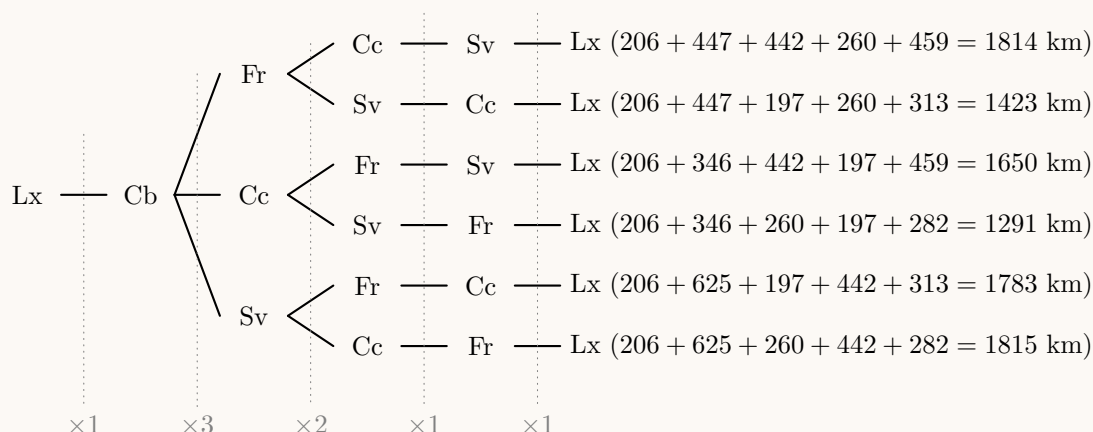
Desta forma o Luís tem razões para assumir que deve ser considerado o vencedor porque vence quando comparado diretamente com qualquer um dos restantes candidatos.

2.

2.1. Usando a informação da tabela podemos desenhar o grafo ponderado da figura seguinte:



2.2. Designado Lisboa por Lx, Coimbra por Cb, Faro por Fr, Cáceres por Cc e Sevilha por Sv, podemos identificar todos os percursos possíveis com início e final em Lisboa visitando em primeiro lugar Coimbra, recorrendo ao seguinte diagrama em árvore, bem como a distância percorrida em cada um deles através da informação da tabela:



Assim temos que, no total, existem $1 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 6$ circuitos que obedecem aos critérios definidos.

Destes apenas dois estão de acordo com o critério definido pelo António, cujas distâncias percorridas são 1814 km e 1423 km.

Podemos observar que existe um circuito que visita primeiro as cidades espanholas, e só depois Faro, que permite obter uma distância percorrida de 1291 km, portanto sem cumprir o critério definido pelo António mas com uma distância total inferior:

Lisboa \rightarrow Coimbra \rightarrow Cáceres \rightarrow Sevilha \rightarrow Faro \rightarrow Lisboa (1291 km)

Assim, concluímos que o António não tem razão.

3.

3.1. A variável associada ao histograma é o comprimento dos parafusos, em centímetros, produzidos pela fábrica.

3.2. Consultando a tabela, podemos verificar que os parafusos cujo comprimento é inferior a 5,5 cm, são os que estão nas classes $[5,0; 5,1[$, $[5,1; 5,2[$, $[5,2; 5,3[$, $[5,3; 5,4[$ ou $[5,4; 5,5[$, ou seja, um total de $3 + 5 + 9 + 13 + 18 = 48$, de um conjunto de 100 parafusos, pelo que a percentagem correspondente é 48%:

$$\frac{48}{100} \times 100 = 48$$



- 3.3. Começamos por identificar a marca de classe relativa a cada classe de comprimentos dos parafusos, e introduzindo na calculadora os valores da marca de classe numa lista e as respetivas frequências absolutas noutra lista:

Marca de classe	Frequência absoluta
$\frac{5,0+5,1}{2} = 5,05$	3
$\frac{5,1+5,2}{2} = 5,15$	5
$\frac{5,2+5,3}{2} = 5,25$	9
$\frac{5,3+5,4}{2} = 5,35$	13
$\frac{5,4+5,5}{2} = 5,45$	18
$\frac{5,5+5,6}{2} = 5,55$	19
$\frac{5,6+5,7}{2} = 5,65$	17
$\frac{5,7+5,8}{2} = 5,75$	10
$\frac{5,8+5,9}{2} = 5,85$	3
$\frac{5,9+6,0}{2} = 5,95$	2
$\frac{6,0+6,1}{2} = 6,05$	1

e calculando as medidas estatísticas referentes à primeira lista, usando a segunda como frequência, obtemos o valor aproximado para a média do comprimento dos parafusos da amostra selecionada, com aproximação às décimas:

$$\bar{x} \approx 5,5 \text{ cm}$$



- 3.4. Considerando que o menor valor registado foi de 5,025 cm e que o maior valor foi de 6,070 cm, obtemos uma amplitude da amostra de:

$$A = 6,070 - 5,025 = 1,045$$

Desta forma temos que:

- a amplitude cada classe, considerando que os dados devem ser agrupados em 7 classes será:

$$A_c = \frac{1,045}{7} \approx 0,1493$$

Assim, podemos arredondar este valor por excesso e considerar um valor adequado para a amplitude das classes de 0,15

- Desta forma, tomando para o valor inferior da primeira classe, o menor valor registado (ou uma aproximação por defeito), temos que as classes a considerar, serão:

[5,026; 5,026 + 0,15[[5,026; 5,176[
[5,176; 5,176 + 0,15[[5,176; 5,326[
[5,326; 5,326 + 0,15[[5,326; 5,476[
[5,476; 5,476 + 0,15[[5,476; 5,626[
[5,626; 5,626 + 0,15[[5,626; 5,776[
[5,776; 5,776 + 0,15[[5,776; 5,926[
[5,926; 5,926 + 0,15[[5,926; 6,076[

Verificando que o valor máximo registado pertence à última classe, podemos assumir estes valores para delimitar as 7 classes pretendidas.

- Contudo não é possível identificar a frequência absoluta de cada uma destas classes, porque não dispomos de informação precisa sobre as amostras recolhidas, ou seja, por exemplo, podemos garantir que os 3 parafusos da classe original [5,0; 5,1[devem ser incluídos na classe [5,026; 5,176[, mas não é possível alocar os 5 parafusos da classe original [5,1; 5,2[à classe [5,026; 5,176[nem à classe [5,176; 5,326[, porque não sabemos se algum deles, ou quantos dos 5, têm comprimentos inferiores a 5,176 cm.

- 3.5. Como o quadrado do desvio padrão é a variância, podemos determinar o valor do desvio padrão amostral, calculando a raiz quadrada da variância e como a dimensão da amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 100$
- A média amostral: $\bar{x} = 5,5$ cm
- O desvio padrão amostral: $s = \sqrt{0,043} \approx 0,207$ cm
- O valor de z para um nível de confiança de 95%: $z = 1,960$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança para o comprimento médio dos parafusos produzidos pela máquina $\left(\bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$, e arredondando os valores dos extremos às centésimas, temos:

$$\left[5,5 - 1,960 \times \frac{0,207}{\sqrt{100}}; 5,5 + 1,960 \times \frac{0,207}{\sqrt{100}} \right] \approx]5,46; 5,54[$$



- 3.6. Como a amostra tem 100 parafusos, dos quais $19 + 18 + 13 + 9 + 5 + 3 = 67$ têm comprimento inferior a 5,6 cm, a probabilidade de selecionar, ao acaso e sem reposição, dois parafusos e ambos terem comprimento inferior a 5,6 cm, na forma de fração, é:

$$\underbrace{\frac{67}{100}}_{\substack{1.^\circ \text{ parafuso} \\ \text{ter menos de} \\ 5,6 \text{ cm}}} \times \underbrace{\frac{66}{99}}_{\substack{2.^\circ \text{ parafuso} \\ \text{ter menos de} \\ 5,6 \text{ cm}, \\ \text{sabendo que o} \\ 1.^\circ \text{ também tinha}}} = \frac{67}{150}$$

