1.

1.1. O valor da herança para cada um dos herdeiros e o valor que cada um deles considera justo receber, é:

| Bens \ Herdeiros | Pedro | Rita | Sofia |
|---|---|---|---|
| **Apartamento** | €200 000 | €210 000 | €190 000 |
| **Terreno** | €100 000 | €90 000 | €80 000 |
| **Valor da herança (€)** | $200\,000+100\,000 = = 300\,000$ | $210\,000+90\,000 = = 300\,000$ | $190\,000+80\,000 = = 270\,000$ |
| **Valor considerado justo (€)** | $\frac{300\,000}{3} = 100\,000$ | $\frac{300\,000}{3} = 100\,000$ | $\frac{270\,000}{3} = 90\,000$ |

1.2. Determinando a forma como ficou distribuída a herança pelos três irmãos, temos:

| Herdeiros / Bens | Pedro | Rita | Sofia |
|---|---|---|---|
| **Atribuição dos bens** | Terreno | Apartamento | — |
| **Valor dos bens recebidos (€)** | 100 000 | 210 000 | 0 |
| **Valor a pagar (€)** | — | 210 000-100 000= =110 000 | — |
| **Valor a receber (€)** | — | — | 90 000 |
| **Dinheiro sobrante (€)** | $110\,000 - 90\,000 = 20\,000$ | | |
| **Distribuição do dinheiro (€)** | $\frac{20\,000}{3} \approx 6666{,}67$ | $\frac{20\,000}{3} \approx 6666{,}67$ | $\frac{20\,000}{3} \approx 6666{,}67$ |

Assim, a partilha dos bens, e o valor a receber ou a pagar por cada herdeiro, é:

- Pedro: Recebe o terreno e ainda 6666,67 euros
- Rita: Recebe o apartamento e paga $110\,000 - 6666{,}67 = 103\,333{,}33$ euros
- Sofia: Recebe $90\,000 + 6666{,}67 = 96\,666{,}67$ euros

Comparando o valor da herança que cada um dos herdeiros considerava justo receber e o que efetivamente recebeu, temos:

| Herdeiros / Bens | Pedro | Rita | Sofia |
|---|---|---|---|
| **Valor considerado justo (€)** | 100 000 | 100 000 | 90 000 |
| **Valor recebido (€)** | $100\,000 + 6666{,}67 =$ $= 106\,666{,}67$ | $210\,000 - 103\,333{,}33 =$ $= 106\,666{,}67$ | 96 666,67 |

Desta forma verificamos que todos os os herdeiros receberam mais do que consideraram justo receber, o que significa que nenhum deles tem razão para reclamar do resultado final da divisão.

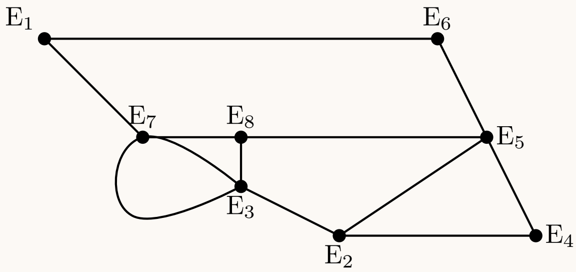
2.

2.1. Um dos percursos possíveis, com início em $E_4$ que termine em $E_2$ , passando por todos os ecopontos uma única vez, é:

$$E_4 \rightarrow E_5 \rightarrow E_6 \rightarrow E_1 \rightarrow E_7 \rightarrow E_8 \rightarrow E_3 \rightarrow E_2$$

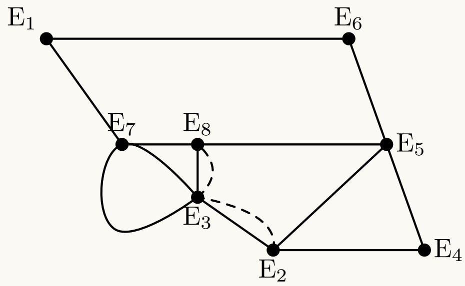
2.2. Representado a informação do mapa recorrendo a um grafo, em que cada vértice representa um ecoponto e cada aresta um troço de rua, obtemos o grafo da figura seguinte, e o grau de cada de cada vértice:

- $E_1$ - Grau 2
- $E_2$ - Grau 3
- $E_3$ - Grau 4
- $E_4$ - Grau 2
- $E_5$ - Grau 4
- $E_6$ - Grau 6
- $E_7$ - Grau 4
- $E_8$ - Grau 3




A impossibilidade de inspecionar todos os troços de rua, passando por cada um deles uma única vez corresponde a encontrar um circuito de Euler, o que só é possível se todos os vértices do grafo tiverem grau par, o que não acontece neste caso, porque existem vértices com grau ímpar: $E_2$ e $E_8$ (ambos com grau 3).

Assim, para determinar um percurso que se inicie e termine no ecoponto $E_2$ e que permita ao funcionário inspecionar todos os troços de rua, sendo o número de troços de rua a percorrer o menor possível, depende de duplicar arestas para tornar par o grau dos vértices com grau ímpar.




Como não existe uma aresta que ligue os vértices $E_2$ e $E_8$, podemos duplicar, por exemplo, as arestas ($E_2$, $E_3$) e ($E_3$, $E_8$), mantendo a paridade do grau do vértice $E_3$, como se representa na figura ao lado.
Assim, um percurso que se inicie e termine no ecoponto $E_2$ e que permita ao funcionário inspecionar todos os troços de rua, sendo o número de troços de rua a percorrer o menor possível, é, por exemplo:

$$E_2 \to E_4 \to E_5 \to E_2 \to E_3 \to E_7 \to E_3 \to E_8 \to E_7 \to E_1 \to E_6 \to E_5 \to E_8 \to E_3 \to E_2$$

3.

3.1. Inserindo numa lista da calculadora gráfica os 22 registos dos tempos de recolha:

86, 86, 87, 87, 87, 89, 89, 90, 90, 94, 94, 95, 95, 95, 95, 103, 103, 106, 106, 108, 111, 116

e calculando as medidas estatísticas referentes a esta lista, obtemos os valores para o valor médio e para o desvio padrão (arredondados às décimas):

$$\overline{x} = 96 \text{ e } s \approx 8{,}98$$

3.2. Assim, usando os valores calculados no item anterior, temos que o intervalo $]\overline{x} - s, \overline{x} + s[$ é:

$$]96 - 8{,}98\,;\,96 + 8{,}98[=]87{,}02\,;\,104{,}985[$$

Logo, podemos verificar que existem 12 registos que pertencem ao intervalo (89, 89, 90, 90, 94, 94, 95, 95, 95, 95, 103 e 103). Assim calculando a percentagem, $p$, arredondada às unidades, correspondente, temos:

$$\frac{22}{14} = \frac{100}{p} \Leftrightarrow p = \frac{14 \times 100}{22} \Leftrightarrow p \approx 55$$

Desta forma, temos que, nesta distribuição, 55% dos registos pertencem ao intervalo $]\overline{x} - s, \overline{x} + s[$.

4.

4.1. Como a percentagem de alunos que se auto-avaliaram com ≪*Muito Bom*≫ é o dobro da percentagem de alunos que responderam ≪*Insuficiente*≫, temos que a frequência relativa da resposta ≪*Muito Bom*≫ é $2 \times 10 = 20\%$

E assim, a percentagem de alunos inquiridos que não responderam à questão relativa à auto-avaliação do desempenho escolar é:

$$100 - 35 - 10 - 25 - 20 = 10\%$$

4.2. Em circunstâncias razoáveis a afirmação é falsa. Ou seja, observando que a mediana é 17, podemos afirmar que 50% dos alunos inquiridos têm 17 ou mais anos de idade.

Contudo, na situação especial de não existir qualquer aluno com 17 anos e existirem exatamente 150 alunos com 16 anos ou menos e 150 alunos com 18 anos ou mais, a mediana é 17, e, para amostras com estas características, a afirmação é verdadeira.

4.3. Observando que existem 300 jovens inquiridos (número de casos possíveis) e que destes, são 130 as raparigas que desejam prosseguir estudos (número de casos favoráveis), recorrendo à Regra de LaPlace, a probabilidade de, escolhido um jovem ao acaso de entre os inquiridos, este ser uma rapariga e desejar prosseguir estudos, na forma de fração, é:

$$\frac{130}{300}$$

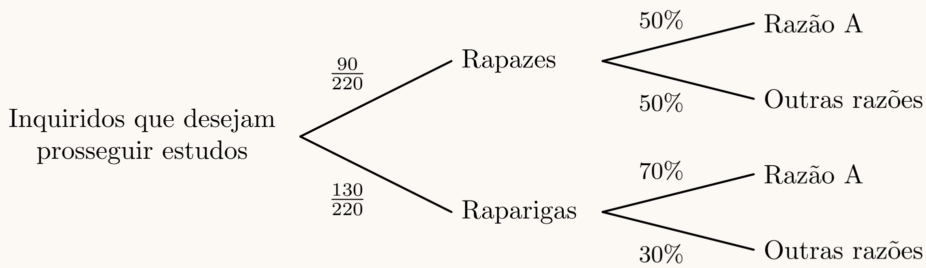
4.4. Como a amostra dos inquéritos tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 300$
- A proporção amostral dos inquiridos que desejam prosseguir estudos: $\hat{p} = \dfrac{220}{300} \approx 0{,}7333$
- O valor de $z$ para um nível de confiança de 99%: $z = 2{,}576$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left( \left] \hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} , \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right[ \right)$, para a proporção de jovens dessa região que desejam prosseguir estudos e arredondando os valores às milésimas, temos:

$$\left] 0{,}7333 - 2{,}576\sqrt{\frac{0{,}7333(1-0{,}7333)}{300}} \, ; \, 0{,}7333 + 2{,}576\sqrt{\frac{0{,}7333(1-0{,}7333)}{300}} \right[ \approx \,]0{,}668; 0{,}799[$$

4.5. Considerando os jovens que desejam prosseguir estudos, entre os rapazes, 40% apresentaram a razão B e 10% a razão C, temos os restantes 50% dos rapazes apresentaram a razão A. Assim, esquematizando as probabilidades conhecidas num diagrama em árvore, temos:




Assim, considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, ao acaso, um dos jovens que desejam prosseguir os estudos, e os acontecimentos:
$R$:≪O jovem é um rapaz ≫
$A$:≪O jovem indicou a razão A≫

Desta forma, a probabilidade de o jovem ser rapaz, sabendo-se que apresentou a razão A, na forma de dízima, arredondado às centésimas, é:

$$P\left(R|A\right) = \frac{P\left(R \cap A\right)}{P\left(A\right)} = \frac{P\left(R \cap A\right)}{P\left(R \cap A\right) + P\left(\overline{R} \cap A\right)} = \frac{\frac{90}{220} \times 0{,}5}{\frac{90}{220} \times 0{,}5 + \frac{130}{220} \times 0{,}7} \approx 0{,}33$$