1.

1.1. Aplicando o método de Hondt na distribuição dos 8 mandatos, temos:

Lista	A	B	C	D
Número de votos	1232	1035	613	555
Divisão por 1	1232	1035	613	555
Divisão por 2	$\frac{1232}{2} = 616$	$\frac{1035}{2} = 517{,}5$	$\frac{613}{2} = 306{,}5$	$\frac{555}{2} = 277{,}5$
Divisão por 3	$\frac{1232}{3} \approx 410{,}7$	$\frac{1035}{3} = 345$		
Divisão por 4	$\frac{1232}{4} = 308$	$\frac{1035}{4} \approx 258{,}8$		

Aplicando o método de Hamilton na distribuição dos 8 mandatos, temos:

Lista	A	B	C	D
Número de votos	1232	1035	613	555
Total de votos	$1232 + 1035 + 613 + 555 = 3435$			
Divisor padrão	$\frac{3435}{8} \approx 429{,}375$			
Quota padrão	$\frac{1232}{429{,}375} \approx 2{,}869$	$\frac{1035}{429{,}375} \approx 2{,}410$	$\frac{613}{429{,}375} \approx 1{,}428$	$\frac{555}{429{,}375} \approx 1{,}293$
1.ª atribuição	2	2	1	1
Mandatos atribuídos	$2 + 2 + 1 + 1 = 6$			
2.ª atribuição	1	0	1	0
Total de mandatos	$2 + 1 = 3$	$2 + 0 = 2$	$1 + 1 = 2$	$1 + 0 = 1$

Assim, o número de mandatos para a direção do GDP, distribuídos pelo Método de Hondt e pelo Método de Hamilton, estão assinalados na tabela seguinte:

Lista	A	B	C	D
n.º de mandatos Método de Hondt	3	3	1	1
n.º de mandatos Método de Hamilton	3	2	2	1

Assim, podemos concluir que, com a alteração do método de Hondt para o método de Hamilton, a lista B teria menos um mandato atribuído e a lista C teria mais um mandato atribuído, e as listas A e D não teriam diferenças de mandatos atribuídos.

1.2. Determinando a partilha dos dois bens, e o valor a receber ou a pagar por cada lista, aplicando o método descrito, temos:

Lista	**A**	**B**	**C**	**D**
Automóvel	10 000	15 000	12 500	12 000
Computador	1500	500	2000	2500
Valor global	11 500	15 500	14 500	14 500
Número de votos	1232	1035	613	555
Total de votos	$1232 + 1035 + 613 + 555 = 3435$			
Percentagem de votos	$\frac{1232}{3435} \times 100 \approx 36$	$\frac{1035}{3435} \times 100 \approx 30$	$\frac{630}{3435} \times 100 \approx 18$	$\frac{1232}{3435} \times 100 \approx 16$
Porção justa	$11\,500 \times \frac{36}{100} = 4140$	$15\,500 \times \frac{30}{100} = 4650$	$14\,500 \times \frac{18}{100} = 2610$	$14\,500 \times \frac{16}{100} = 2320$
Atribuição de bens	—	Automóvel	—	Computador
Val. dos bens recebidos	0	15 000	0	2500
Valor a pagar	—	$15\,000 - 4650 = 10\,350$	—	$2500 - 2320 = 180$
Valor a receber	4140	—	2610	—
Valor em excesso	$10\,350 + 180 - 4140 - 2610 = 3780$			
Distribuição do excesso	$3780 \times \frac{36}{100} = 1360{,}8$	$3780 \times \frac{30}{100} = 1134$	$3780 \times \frac{18}{100} = 680{,}4$	$3780 \times \frac{16}{100} = 604{,}8$

Assim, a partilha dos dois bens, e o valor a receber ou a pagar por cada lista, é:

- Lista A: Recebe $4140 + 1360{,}8 = 5500{,}8$ euros
- Lista B: Recebe o automóvel e paga $10\,350 - 1134 = 9216$ euros
- Lista C: Recebe $2610 + 680{,}4 = 3290{,}4$ euros
- Lista D: Recebe o computador e ainda $604{,}8 - 180 = 424{,}8$ euros

1.3. Os acontecimentos H e D são independentes se $P(H) = P(H|D)$ (ou se $P(D) = P(D|H)$).

De acordo com os dados da tabela, temos que:

- $P(H) = \dfrac{518 + 411 + 255 + 250}{518 + 411 + 255 + 250 + 714 + 624 + 358 + 305} = \dfrac{1434}{3435} \approx 0{,}42$
- $P(H|D) = \dfrac{250}{250 + 305} = \dfrac{250}{555} \approx 0{,}45$

Desta forma, como $P(H) \neq P(H|D)$ podemos concluir que os acontecimentos H e D não são independentes.

2. Como se tentou encontrar um percurso que começa e termina no mesmo vértice (posto A), e utiliza cada aresta (trajeto) uma única vez, estamos a tentar encontrar um circuito de Euler, o que só é possível se todos os vértices tiverem grau par, o que não acontece neste caso, porque existem dois vértices com grau ímpar: Posto E (grau 3) e posto F (grau 3).
Assim, não é possível organizar a caminhada que cumpra, em simultâneo as três condições.

3.

3.1. Como 2018 corresponde a $2018 - 1980 = 38$ anos a partir do início da contagem, temos que a previsão do número de habitantes para o ano 2018, arredondada às unidades, caso se adote o modelo N por um período de tempo mais alargado, é:

$$N(38) = 678{,}211 \times e^{0{,}065 \times 38} \approx 8018 \text{ habitantes}$$

3.2. Inserindo na calculadora gráfica as listas com os dados correspondentes a $t = 0{,}5{,}10{,}15$ e 20 (x) e os correspondentes valores de N (y), temos:

t (x)	**N** (y)
0	650
5	940
10	1380
15	1999
20	2373

Desta forma, determinando a regressão linear para estes dados, obtemos os valores de a e de b, arredondados às unidades: $a \approx 90$ e $b \approx 567$

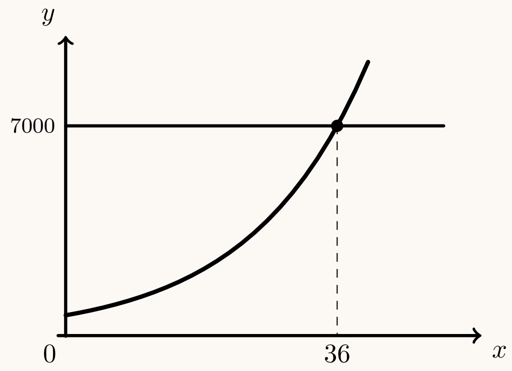
Assim, temos que o modelo para o número de habitantes de Pontes de Cima, neste período de tempo é:

$$N(t) = 90t + 567$$

Desta forma podemos verificar que, de acordo com o modelo, o número de habitantes em 1980 (no inicio da contagem do tempo) era aproximadamente 567 e que aumentou aproximadamente 90 habitantes por cada ano em que o modelo se manteve adequado, pelo que o valor aproximado do crescimento anual do número de habitantes da localidade, de acordo com o modelo apresentado pela Joana é de 90.

3.3. Representamos na calculadora gráfica os gráficos do modelo da variação do número de habitantes em função do tempo tempo ($y = 678{,}211e^{0{,}065x}$) e da reta correspondente à representação de 7000 habitantes ($y = 7000$), numa janela compatível com o limite temporal do modelo, ou seja, $0 < x \leq 50$ e também com os valores esperados para a evolução do número de habitantes, ou seja, $0 \leq y < 10000$, que se encontra reproduzido na figura seguinte.

Usando a função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas do ponto de interseção do modelo com a reta, obtemos o valor aproximado (às unidades) da abcissa do ponto de interseção, ou seja, o valor correspondente ao ano em que o número de habitantes é 7000, ou seja, o ponto de coordenadas $(36\,;\,7000)$

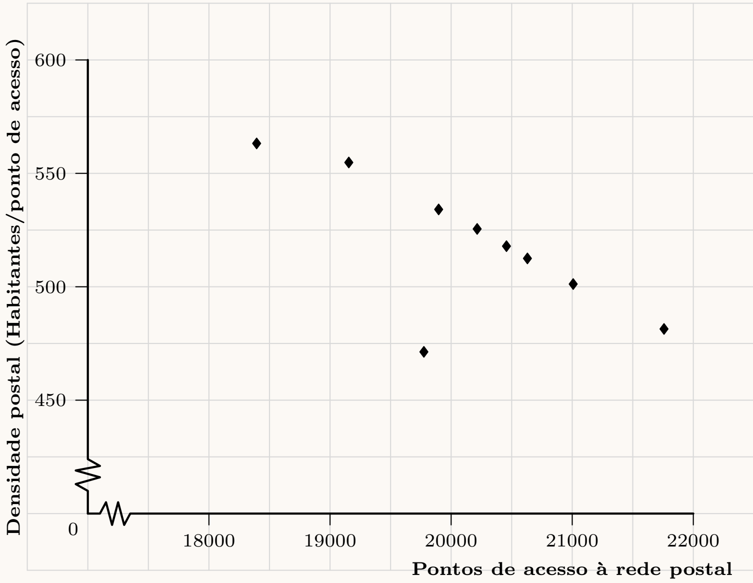


Assim, é previsto que o número de habitantes seja 7000, 36 anos após o inicio da contagem do tempo, ou seja, no ano $1980 + 36 = 2016$.

A nova escola deverá ser construída em 2016.

4.

4.1. Inserindo os dados relativos ao pontos de acesso da rede postal e da densidade postal em duas listas da calculadora gráfica, podemos obter o diagrama de dispersão seguinte:



Usando os mesmos dados, inseridos na calculadora, ou seja:

Pontos de acesso (x)	**Densidade postal** (y)
19 775	471,3
21 758	481,4
21 008	501,2
20 630	512,5
20 457	517,9
20 215	525,5
19 897	534,1
19 155	554,8
18 394	563,2

Podemos determinar o valor do coeficiente de correlação linear, incluindo os dados relativos ao ano 2001, cujo valor, arredondado às milésimas, é:

$$r \approx -0{,}728$$

Se eliminarmos os dados da primeira linha da tabela, ou seja os dados referentes a 2001, e calcularmos novamente o valor do coeficiente de correlação linear, este valor, arredondado às milésimas, é alterado para:

$$r \approx -0{,}992$$

Logo, podemos verificar que a supressão destes dados implica um maior ajustamento da reta de regressão à nuvem de pontos e uma alteração no valor do coeficiente de correlação linear, indicando uma correlação mais forte, ou seja, o seu valor aproxima-se de -1.

Assim, podemos concluir que a exclusão do *outlier* permite a obtenção de uma reta de regressão mais ajustada aos dados restantes. Desta forma, a reta de regressão permite a obtenção de previsões mais ajustadas (e por isso, mais fiáveis) aos dados que são tomados em consideração.

4.2. Como existem 12 registos, para que a média do número de habitantes por cada ponto de acesso seja 512,5, temos que a soma (S) de todos os registos é calculada por:

$$\frac{S}{12} = 9512{,}5 \Leftrightarrow S = 512{,}5 \times 12 \Leftrightarrow S = 6150$$

Assim, subtraindo ao valor de S os valores dos registos conhecidos, obtemos o valor do registo em falta, ou seja o valor de a:

$$a = 6150 - 531 - 518 - 481 - 535 - 493 - 500 - 490 - 525 - 502 - 493 - 550 = 532$$

Assim, inserindo numa lista da calculadora gráfica todos os valores:

531 518 481 535 493 500 490 532 525 502 493 550

e calculando as medidas estatísticas referentes a esta lista, obtemos o valor do desvio padrão do número de habitantes servidos por cada um dos pontos de acesso desse concelho, em 2004, que arredondado às unidades, é:

$$\sigma = 21$$

4.3. Como o valor médio do intervalo de confiança é a média amostral, temos que o valor médio de habitantes por ponto de acesso ($\overline{x}$), é:

$$\overline{x} = \frac{546 + 554}{2} = 550$$

Considerando o extremo superior do intervalo de confiança, temos que: $\overline{x} + z\frac{s}{\sqrt{n}} = 554$, e como a dimensão da amostra é $n = 200$ e ainda $z = 1{,}645$ (associado a um nível de confiança de 90%), logo o valor do desvio padrão amostral (s), com arredondamento às unidades, é:

$$550 + 1{,}645 \times \frac{s}{\sqrt{200}} = 554 \Leftrightarrow 1{,}645 \times \frac{s}{\sqrt{200}} = 554 - 550 \Leftrightarrow s = \frac{4 \times \sqrt{200}}{1{,}645} \Rightarrow s \approx 34$$

5.

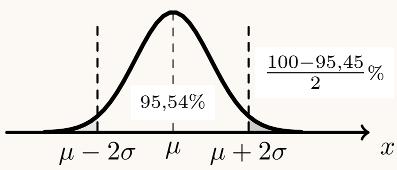
5.1. O André chega atrasado se chegar depois das 8 h 30 min, ou seja a uma duração da viagem superior a 29 minutos, ou seja, $21 + 2 \times 4$ minutos, a que corresponde $\mu + 2\sigma$

Sabemos que a distribuição normal é simétrica relativamente ao valor médio, ou seja,

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 95{,}45\% \quad \text{e} \quad P(X < \mu - 2\sigma) = P(X > \mu + 2\sigma)$$

Logo, considerando a variável aleatória X: Duração da viagem, temos que a probabilidade de o André chegar atrasado, na forma de percentagem, com arredondamento às centésimas, é:

$$P(X > \mu + 2\sigma) \approx \frac{100 - 95{,}45}{2} \approx 2{,}28\%$$

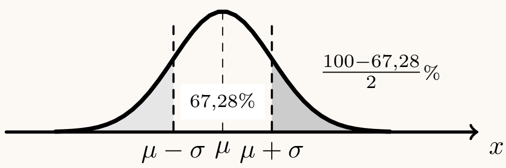


5.2. A probabilidade de haver um engarrafamento, ou seja, de que a viagem dure mais de 25 minutos corresponde a uma duração superior a $\mu+\sigma$, ou seja $21+4$ min e sabemos que a distribuição normal é simétrica relativamente ao valor médio, ou seja,

$$P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)\approx 68{,}27\% \quad \text{e} \quad P(X<\mu-\sigma)=P(X>\mu+\sigma)$$

Logo, considerando a variável aleatória X anteriormente definida, temos que a probabilidade de haver um engarrafamento, é:

$$P(X>\mu+\sigma)\approx \frac{100-68{,}27}{2}\approx 15{,}865\%$$



Assim, a probabilidade de o pai do André fazer o percurso alternativo é 15,865% e a de não fazer é $100-15{,}865=84{,}135\%$. Logo o valor aproximado para a probabilidade de, em três dias, exatamente dois dias reunirem as condições em que o pai do André faz o percurso alternativo, é:

$$\overbrace{0{,}15865\times 0{,}15865\times 0{,}84135}^{\text{No 1.º e 2.º dias}}+\overbrace{0{,}15865\times 0{,}84135\times 0{,}15865}^{\text{No 1.º e 3.º dias}}+\overbrace{0{,}84135\times 0{,}15865\times 0{,}15865}^{\text{No 2.º e 3.º dias}}=$$

$$=3\times 0{,}84135\times 0{,}15865\times 0{,}15865\approx 0{,}06353$$

Ou seja, a probabilidade solicitada, na forma de percentagem, com arredondamento às unidades é 6%