1.

1.1. Aplicando o método de Hondt na distribuição dos 15 mandatos, temos:

Partido	A	B	C	D	E
Número de votos	22 010	17 124	15 144	12 333	11 451
Divisão por 1	22 010	17 124	15 144	12 333	11 451
Divisão por 2	$\frac{22\,010}{2} = 11\,005$	$\frac{17\,124}{2} = 8562$	$\frac{15\,144}{2} = 7572$	$\frac{12\,333}{2} = 6166{,}5$	$\frac{11\,1451}{2} = 5725{,}5$
Divisão por 3	$\frac{22\,010}{3} \approx 7336{,}7$	$\frac{17\,124}{3} = 5708$	$\frac{15\,144}{3} = 5048$	$\frac{12\,333}{3} = 4111$	$\frac{11\,451}{3} = 3817$
Divisão por 4	$\frac{22\,010}{4} = 5502{,}5$	$\frac{17\,124}{4} = 42881$	$\frac{15\,144}{4} = 3786$		
Divisão por 5	$\frac{22\,010}{5} = 4402$				
Divisão por 6	$\frac{22\,010}{6} \approx 3668{,}3$				

Aplicando o método de Saint-Laguë na distribuição dos 15 mandatos, temos:

Partido	A	B	C	D	E
Número de votos	22 010	17 124	15 144	12 333	11 451
Divisão por 1	22 010	17 124	15 144	12 333	11 451
Divisão por 3	$\frac{22\,010}{3} \approx 7336{,}7$	$\frac{17\,124}{3} = 5708$	$\frac{15\,144}{3} = 5048$	$\frac{12\,333}{3} = 4111$	$\frac{11\,451}{3} = 3817$
Divisão por 5	$\frac{22\,010}{5} = 4402$	$\frac{17\,124}{5} = 3424{,}8$	$\frac{15\,144}{5} = 3028{,}8$	$\frac{12\,333}{5} = 2466{,}6$	$\frac{11\,451}{5} = 2290{,}2$
Divisão por 7	$\frac{22\,010}{7} \approx 3144{,}3$	$\frac{17\,124}{7} \approx 2446{,}3$	$\frac{15\,144}{7} \approx 2163{,}4$	$\frac{12\,333}{7} \approx 1761{,}9$	
Divisão por 9	$\frac{22\,010}{9} \approx 2445{,}6$				

Assim, os números de mandatos atribuídos às listas dos cinco partidos mais votados no círculo eleitoral de Penha Alta resultantes da aplicação do método de Hondt e da aplicação do método de Saint-Laguë, estão assinalados na tabela seguinte:

Partido	A	B	C	D	E
n.º de mandatos Método de Hondt	5	3	3	2	2
n.º de mandatos Método de Saint-Laguë	4	3	3	3	2

Desta forma, podemos concluir que, as diferenças na atribuição dos mandatos pelos métodos de Hondt e de Saint-Laguë, consistem essencialmente num número de mandatos mais homogéneo entre os partidos na atribuição pelo método de Saint-Laguë.
Assim, deixar de utilizar o método de Hondt e passar a utilizar o método de Saint-Laguë implicaria que o partido A teria menos 1 mandato e o partido D teria mais 1 mandato.

1.2. Aplicando o método A, temos:

<table>
<tr><th></th><th></th><th>150 votos</th><th>180 votos</th><th>100 votos</th><th>Pontuação</th><th>Vencedor</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Castanho

Amarelo</td><td>1ª Pref.</td><td>Castanho</td><td>Amarelo</td><td>Castanho</td><td rowspan="2">Castanho
$150 + 100 = 250$
Amarelo
180</td><td rowspan="2">Castanho</td></tr>
<tr><td>2ª Pref.</td><td>Amarelo</td><td>Castanho</td><td>Amarelo</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Castanho

Vermelho</td><td>1ª Pref.</td><td>Castanho</td><td>Vermelho</td><td>Castanho</td><td rowspan="2">Castanho
$150 + 100 = 250$
Vermelho
180</td><td rowspan="2">Castanho</td></tr>
<tr><td>2ª Pref.</td><td>Vermelho</td><td>Castanho</td><td>Vermelho</td></tr>
</table>

Como o castanho venceu as comparações com as restantes cores é a cor vencedora, usando o método A.

Aplicando o método B, temos:

- Pontuação da cor ≪Castanho≫: $3 \times 150 + 1 \times 180 + 3 \times 100 = 930$
- Pontuação da cor ≪Amarelo≫: $2 \times 150 + 3 \times 180 + 1 \times 100 = 1140$
- Pontuação da cor ≪Vermelho≫: $1 \times 150 + 2 \times 180 + 2 \times 100 = 710$

Como o amarelo tem maior número de pontos é a cor escolhida, usando o método B, o que prova que o Manuel tem razão.

2. Definindo os circuitos possíveis compatíveis com o algoritmo definido, considerando a escolha aleatória da primeira vivenda (B ou D), temos:

$$
\begin{tikzcd}
 & B \arrow[r, "100"] & C \arrow[r, "140"] & E \arrow[r, "110"] & D \arrow[dr, "100"] & \\
A \arrow[ur, "100"] \arrow[dr, "100"'] & & & & & A \\
 & D \arrow[r, "110"'] & E \arrow[r, "110"'] & B \arrow[r, "100"'] & C \arrow[ur, "110"'] &
\end{tikzcd}
$$

Assim, temos que a distância total de cada percurso é:

- Percurso $A \to B \to C \to E \to D \to A$: $100 + 100 + 140 + 110 + 100 = 550$ metros
- Percurso $A \to D \to E \to B \to C \to A$: $100 + 110 + 110 + 100 + 110 = 530$ metros

Logo, aplicando o algoritmo, a escolha aleatória, quando existem duas vivendas à mesma distância, pode levar o Francisco a percorrer uma distância maior do que seria necessário se optar pela vivenda B na primeira escolha.

3.

3.1. Como o dia 1 de junho de 2000 corresponde a $t = 0$, pelo que o número de habitantes de Peso nesta data é:

$$P(0) = 1800 \times e^{0,05\times 0} = 1800 \times 1 = 1800$$

Assim, temos que a população duplica quando atingir o valor:

$$2 \times P(0) = 2 \times 1800 = 3600$$

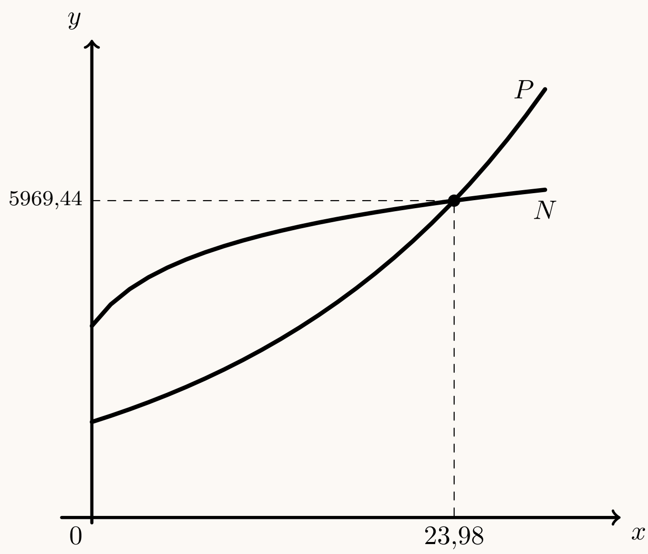
Inserimos na calculadora gráfica o modelo que dá a variação da população de Peso ($y = 1800 \times e^{0,05x}$), e visualizamos a tabela de valores da função, procurando o primeiro valor superior a 3600, como está reproduzida na figura ao lado.

X	Y1
10	2967,7
11	3119,9
12	3279,8
13	3448
14	3624,8
15	3810,6
16	4006

Assim, podemos verificar que o primeiro valor de t, para o qual se obtém uma população superior a 3600 é 14, ou seja, podemos concluir que 14 anos após o dia 1 de junho de 2000, o número de habitantes de Peso venha a duplicar.

3.2. Representando na calculadora gráfica os modelos da variação dos populações de Peso e Neiva em função do tempo ($y = 1800 \times e^{0,05x}$ e $y = 2000 + 1000\ln(2x + 5)$), numa janela compatível com o limite temporal dos modelos, ou seja, $0 \leq x \leq 30$ e também com os valores esperados para a evolução da altura, ou seja, $0 \leq y < 9000$, obtemos os gráficos que se encontram reproduzidos na figura seguinte.

Usando a função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas do ponto de interseção dos dois modelos, obtemos os valores aproximados (com duas casas decimais) das coordenadas, ou seja, o valor correspondente ao tempo em que a população das duas cidades é igual, isto é, o ponto de coordenadas $(23{,}98\,;\, 5969{,}44)$



Assim, pela observação do gráfico, podemos verificar que o número mínimo de anos ao fim dos quais se estima que o número de habitantes de Peso seja superior ao número de habitantes de Neiva, com arredondamento às unidades, é 24 anos.

3.3. Inserindo na calculadora gráfica as listas com os dados relativos aos anos (x) e à população (y), temos:

t (x)	**R** (y)
0	632
1	894
2	1144
3	1407
4	1665
5	1920
6	2183

Desta forma, determinando a regressão linear para estes dados, obtemos os valores de a e de b, aproximados com duas casas decimais: $a \approx 258{,}07$ e $b \approx 632{,}21$

Assim temos que o modelo para a população de Runa é:

$$R(t) = 258{,}07t + 632{,}21$$

Desta forma no dia 1 de junho de 2012, ou seja, 12 anos após o dia 1 de junho de 2000, a população de Runa, arredondada às unidades, é:

$$R(12) = 258{,}07 \times 12 + 632{,}21 \approx 3729 \text{ habitantes}$$

4.

4.1. Observando o histograma das frequências absolutas acumuladas e escrevendo os dados numa tabela obtemos a coluna apresentada a sombreado na tabela seguinte.

A partir da frequência absoluta acumulada é possível obter a coluna da frequência absoluta simples, por subtrações sucessivas, também apresentada na tabela seguinte.

Fazendo a divisão de cada frequência absoluta simples pelo total de saquetas podemos obter as frequências relativas simples, e finalmente, por somas sucessivas, podemos obter as frequências absolutas acumuladas:

Massa de açúcar na saqueta (g)	**Frequência absoluta simples**	**Frequência absoluta acumulada**	**Frequência relativa simples**	**Frequência relativa acumulada**
[5,8;5,9[	24	24	$\frac{24}{60} = 0{,}4$	0,4
[5,9;6,0[	$36 - 24 = 12$	36	$\frac{12}{60} = 0{,}2$	$0{,}4 + 0{,}2 = 0{,}6$
[6,0;6,1[	$54 - 36 = 18$	54	$\frac{18}{60} = 0{,}3$	$0{,}6 + 0{,}3 = 0{,}9$
[6,1;6,2[	$57 - 54 = 3$	57	$\frac{3}{60} = 0{,}05$	$0{,}9 + 0{,}05 = 0{,}95$
[6,2;6,3[	$60 - 57 = 3$	60	$\frac{3}{60} = 0{,}05$	$0{,}95 + 0{,}05 = 1$
Total	60	—	1	—

4.2. Inserindo numa lista da calculadora gráfica os valores dos números de saquetas por caixa, e noutra lista as frequências absolutas simples, ou seja, o número de caixas:

Número de saquetas de açúcar por caixa	**Frequência absoluta simples (Número de caixas)**
693	1
714	1
735	2
756	3
819	5
840	8

e calculando as medidas estatísticas referentes à primeira lista, usando a segunda como frequência, obtemos o valor do número médio de saquetas por caixa da amostra:

$$\overline{x} \approx 798{,}38$$

Assim, como o valor esperado era de 760 saquetas, devem ser retiradas $798 - 760 = 38$ saquetas de cada caixa, e desta forma, como se retiram o mesmo número de saquetas de açúcar a cada uma das caixas da amostra, a média será

$$\overline{x} \approx 798{,}38 - 38 \approx 760 \text{ saquetas}$$

4.3. Pretendemos determinar a dimensão da amostra (admitindo que é superior a 30) para um intervalo de confiança , do qual conhecemos:

- A proporção de pacotes de açúcar, de uma caixa de 6 quilogramas que têm 8 ou mais gramas (52%): $\hat{p} = 0{,}52$
- O valor de z para um nível de confiança de 95%: $z = 1{,}960$
- A amplitude do intervalo: 0,20

Assim, como a amplitude do intervalo de confiança $\left(\left]\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\, , \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right[\right)$, é:

$$\hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} - \left(\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right) = \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} - \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 2z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

Substituindo os valores conhecidos podemos determinar o valor de n:

$$2(1{,}960)\sqrt{\frac{0{,}52(1-0{,}52)}{n}} = 0{,}20 \Leftrightarrow 3{,}92 \times \sqrt{\frac{0{,}2496}{n}} = 0{,}20$$

Inserindo na calculadora gráfica a expressão $y = 3{,}92 \times \sqrt{\frac{0{,}2496}{x}}$, e visualizando a tabela de valores da função, reproduzida na figura ao lado, podemos identificar o valor de x a que corresponde o valor mais próximo de 0,20, ou seja, $x = 96$

X	Y1
92	0,2042
93	0,2031
94	0,2020
95	0,2009
96	0,1998
97	0,1986
98	0,1978

Logo, podemos concluir que a dimensão da amostra, para que a amplitude do intervalo seja aproximadamente 0,20 é:

$$n = 96$$

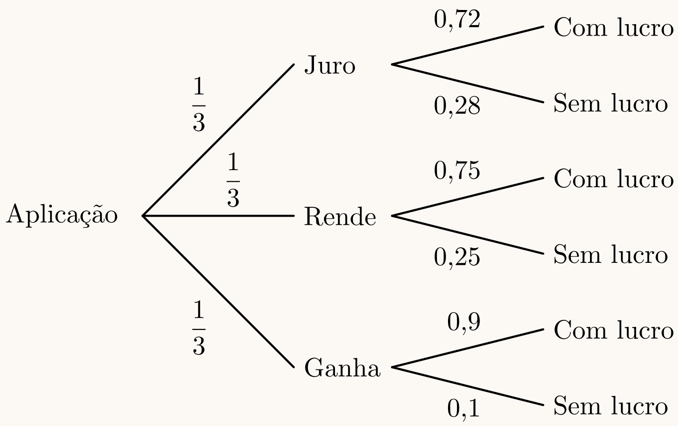
5.

5.1. Como a probabilidade de lucro de uma aplicação financeira é 0,90 se pertence ao banco Ganha, a probabilidade de não obter lucro neste banco é $1 - 0{,}9 = 0{,}1$

Logo, como nesse dia, foram feitas 3500 aplicações financeiras pela seguradora no banco Ganha, o número dessas aplicações financeiras que se estima que não obtenham lucro é:

$$3500 \times 0{,}1 = 350 \text{ aplicações}$$

5.2. Esquematizando as probabilidades conhecidas num diagrama em árvore, temos:



Assim, considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, uma aplicação financeira, e os acontecimentos:
J:≪A aplicação pertence ao banco Juro≫
R:≪A aplicação pertence ao banco Rende≫
G:≪A aplicação pertence ao banco Ganha≫
L:≪A aplicação teve lucro≫

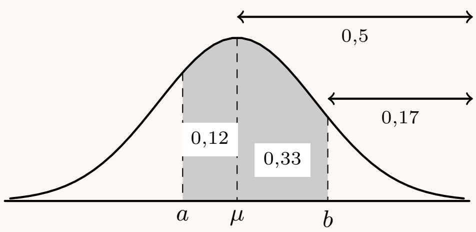
Temos, que a probabilidade de a aplicação financeira pertencer ao banco JURO, sabendo que a aplicação financeira obteve lucro, na forma de fração irredutível, é:

$$P(J|L) = \frac{P(J \cap L)}{P(L)} = \frac{P(J \cap L)}{P(J \cap L) + P(R \cap L) + P(G \cap L)} =$$

$$= \frac{\frac{1}{3} \times 0{,}72}{\frac{1}{3} \times 0{,}72 + \frac{1}{3} \times 0{,}75 + \frac{1}{3} \times 0{,}9} = \frac{0{,}24}{0{,}79} = \frac{24}{79}$$

5.3. Como a variável aleatória X segue uma distribuição normal de valor médio igual a μ, então $P(X > \mu) = 0{,}5$, e como $P(X > b) = 0{,}17$, temos que:

$$P(\mu < X < b) = 0{,}5 - 0{,}17 = 0{,}33$$



E assim, como $P(a < X < \mu) = 0{,}12$, vem que:

$$P(a < X < b) = P(a < X < \mu) + P(\mu < X < b) = 0{,}12 + 0{,}33 = 0{,}45$$