

**PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DE MACS DO ENSINO SECUNDÁRIO  
(CÓDIGO DA PROVA 835) – 1ª FASE – 23 DE JUNHO 2015**

1.

Distribuição dos 9 mandatos através da aplicação do método proposto:

Listas	A	B	C	D
Nº votos	<b>220</b>	<b>530</b>	<b>650</b>	<b>150</b>
<b>1</b>	220	530	650	150
<b>3</b>	73,3	176,7	216,7	50
<b>5</b>	44	106	130	30
<b>7</b>	31,4	75,7	92,9	21,4
<b>9</b>	24,4	58,9	72,2	16,7
<b>11</b>	20	48,2	59,1	13,6
<b>Nº de Mandatos</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>1</b>

Distribuição dos 9 mandatos na proporção direta dos votos obtidos por cada lista:

Listas	A	B	C	D
Nº votos	<b>220</b>	<b>530</b>	<b>650</b>	<b>150</b>
<b>Proporção direta</b>	$\frac{220}{1550} \times 9 \approx 1,277$	$\frac{530}{1550} \times 9 \approx 3,077$	$\frac{650}{1550} \times 9 \approx 3,774$	$\frac{150}{1550} \times 9 \approx 0,871$
<b>Nº de Mandatos</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>1</b>

**R:** A aplicação do método proposto pelos representantes da lista A não modificaria o número de mandatos a atribuir a cada lista concorrente

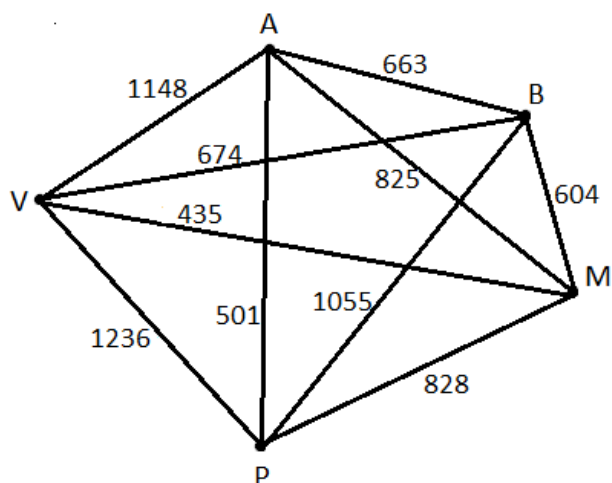
2.1.

Considere-se os seguintes vértices do grafo:

- A: Amesterdão

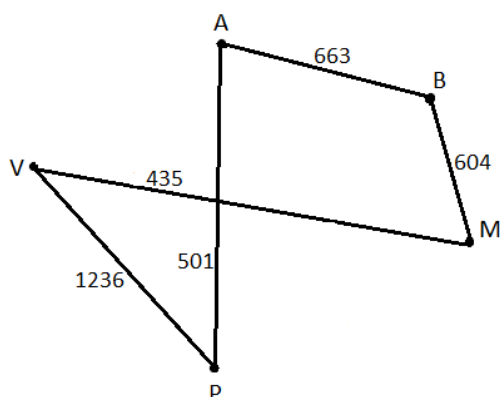
- B: Berlim
- M: Munique
- P: Paris
- V: Viena

O grafo que traduz a situação é:



- 1ª aresta a integrar o percurso – MV – 435 km  
 2ª aresta – PA – 501 km  
 3ª aresta – BM – 604 km  
 4ª aresta – AB – 663 km  
 5ª aresta – VP – 1236 km

R: Um percurso possível, com início e fim em Amesterdão, ilustrado pelo seguinte grafo



é:  $A \rightarrow B \rightarrow M \rightarrow V \rightarrow P \rightarrow A$

2.2. Aplicando o método proposto, obtém-se:

	<b>Alice</b>	<b>Bernardo</b>	<b>Camila</b>
Valor global	1800	2250	1860
Valor justo	600	750	620
Bem recebido	Tablet	Computador Viagem	nenhum
Valor do bem	350	1950	0
Valor a receber ou a pagar	250 recebe	1200 paga	620 recebe
Valor a distribuir no final por cada herdeiro	$(1200 - 620 - 250)/3 = 110$		
Valor monetário final	360 recebe	1090 paga	730 recebe

Assim, a distribuição será feita da seguinte forma:

- Alice: recebe o *tablet* e 360€;
- Bernardo: recebe o computador e a viagem e paga 1090€;
- Camila: não recebe nenhum bem e recebe 730€.

3.1. Representemos por

$E$  – número de encartados em 1990

$\bar{E}$  – número de encartados em outros anos que não 1990

$F$  – número de mulheres

$M$  – número de homens

E complete-se de seguida a tabela

	<b>M</b>	<b>F</b>	<b>Total</b>
<b>E</b>	$350 - 110 = 240$	<u>110</u>	<u>350</u>
$\bar{E}$	$600 - 140 = 460$	$250 - 110 = 140$	<b>950 - 350 = 600</b>
<b>Total</b>	<b>240 + 460 = 700</b>	<u>250</u>	<u>950</u>

Nota: a sublinhado encontram-se os dados fornecidos

Responderam ao inquérito 460 homens encartados em outros anos que não 1990

3.2.1. O ano de 1985 corresponde a  $t=5$

$$M(5) = \frac{58}{1 + 1,7e^{-0,23 \times 5}} \approx 37,7044$$

O que significa que em 1985 era 38% a percentagem de novos encartados mulheres de um total de 4750 novos encartados. O que corresponde a  $4750 \times 0,38 \approx 1805$  mulheres

3.2.2. Colocando a expressão dada no editor de funções da calculadora, é possível consultar a respetiva tabela de valores. Verifica-se que o primeiro ano em que, no mês de Janeiro, a percentagem de encartados do sexo feminino foi superior a 50%, foi no ano de 1991 (11 anos após 1980)

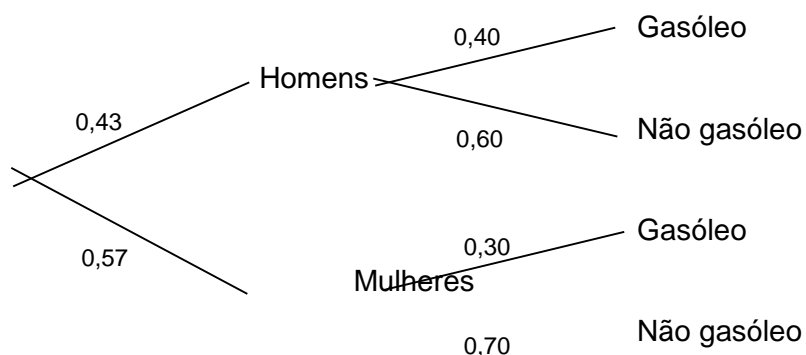
X	$Y_1$
(...)	(...)
9	47,756
10	49,554
11	51,082

### 3.2.3

Pelo modelo anterior podemos determinar a percentagem de mulheres encartadas em 2000, que corresponde a  $t=20$

$$M(20) = \frac{58}{1 + 1,7e^{-0,23 \times 20}} \approx 57$$

Elabore-se um diagrama de árvore relativo à situação apresentada



$$P(\text{Mulher}|\text{Não gasóleo}) = \frac{0,57 \times 0,70}{0,57 \times 0,70 + 0,43 \times 0,60} \approx 0,61$$

4. Tendo em conta a situação que é descrita, podemos organizar numa tabela a informação dada no enunciado. Para tal, ter-se-á que ter em conta que:

- O valor do ISV no país onde vive o Ivo é calculado da seguinte forma:

$$ISV_{\text{Estrangeiro}} = ISV_{\text{Portugal}} \times 1,28$$

- O preço base do automóvel que o Ivo pretende comprar é igual quer em Portugal, quer no país onde vive.
- O IVA em Portugal é de 23% e o IVA do país de residência do Ivo é de 18%.

Assim, podemos verificar que:

	Portugal	País de residência do Ivo
Preço Base do Automóvel (€)	18 000	18 000
ISV (€)	9251	$9251 \times 1,28 = 11\,841,30$
IVA (%)	23	18

Logo, podemos verificar que o PVP do automóvel em Portugal é calculado da seguinte forma:

$$PVP_{Portugal} = (18\,000 + 9251) \times 1,23 = 33\,518,73 \text{ €}$$

O PVP do automóvel no país onde o Ivo vive é calculado da seguinte maneira:

$$PVP_{Estrangeiro} = 18\,000 \times 1,18 + 11\,841,30 = 33\,081,28 \text{ €}$$

Comparando ambos os valores, podemos concluir que o preço de venda ao público de um automóvel com preço base de 18000€ é menor no país onde o Ivo vive.

5.1. Tendo em conta que o inquérito foi realizado a 200 condutores encartados e que o ângulo ao centro do setor correspondente aos encartados que realizaram três exames de condução possui uma amplitude de 27 graus, podemos verificar que:

$$a = \frac{200}{360} \times 27 = 15$$

Daqui, vem que:

$$b = 200 - (130 + 50 + 15) = 200 - 195 = 5$$

5.2. Considerando  $X$  a variável aleatória “número de encartados que realizaram exatamente 2 exames” e sabendo que foram escolhidos aleatoriamente dois elementos dos 200 condutores em estudo, podemos concluir que  $X$  deverá assumir os valores 0, 1 e 2.

Logo, construindo uma tabela de distribuição de probabilidades da variável  $X$ :

$X = x_i$	0	1	2
$P(X = x_i)$	0,56	0,38	0,06

Calculando cada uma das probabilidades isoladamente para se proceder ao preenchimento da tabela de distribuição:

- $P(X = 0) = \frac{150}{200} \times \frac{149}{199} \approx 0,56$  - uma vez que o cálculo desta probabilidade tem em conta que não existe nenhum encartado que realizou exatamente 2 exames.
- $P(X = 1) = \frac{50}{200} \times \frac{150}{199} + \frac{150}{200} \times \frac{50}{199} \approx 0,38$  - pois terão de ser escolhidos um encartado que realizou 2 exames e um encartado que não realizou 2 exames.
- $P(X = 2) = \frac{50}{200} \times \frac{49}{199} \approx 0,06$  - porque terão de ser escolhidos exatamente dois condutores encartados que realizaram 2 exames.

5.3. Considerando as informações que podem ser recolhidas no enunciado, podemos verificar que a dimensão da amostra  $n$  é de 200 indivíduos, sendo que

$$\bar{x} = 30,2 \quad \text{e} \quad s = 3,4$$

Uma vez que o nível de confiança é de 95%, consultando o formulário da prova podemos concluir que  $z = 1,960$ .

Logo, o intervalo de confiança para o número médio de horas que os encartados dedicaram à preparação do exame de condução é dado por:

$$\left[ \bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right] = \left[ 30,2 - 1,960 \times \frac{3,4}{\sqrt{200}}; 30,2 + 1,960 \times \frac{3,4}{\sqrt{200}} \right] \approx ]29,7; 30,7[$$