1.

1.1. Como o divisor padrão, que se supõe ser 15, se calcula dividindo o número total de bilhetes vendidos pelo número de programas, temos que:

$$\frac{938+849+683+Z}{250}=15 \Leftrightarrow 938+849+683+Z=15\times 250 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2470+Z=3750 \Leftrightarrow Z=3750-2470 \Leftrightarrow Z=1280$$

Resposta: **Opção C**

1.2. Considerando que $Z=530$ e aplicando o método descrito, temos que:

	C1	**C2**	**C3**	**C4**
Número de bilhetes	938	849	683	530
Total de bilhetes	$938+849+683+530=3000$			
Divisor padrão	$\frac{3000}{250}=12$			
Quota padrão	$\frac{938}{12}\approx 78{,}2$	$\frac{849}{12}\approx 70{,}8$	$\frac{683}{12}\approx 56{,}9$	$\frac{530}{12}\approx 44{,}2$
L	78	70	56	44
$\sqrt{L(L+1)}$	$\sqrt{78\times 79}\approx 78{,}5$	$\sqrt{70\times 71}\approx 70{,}5$	$\sqrt{56\times 57}\approx 56{,}5$	$\sqrt{44\times 45}\approx 44{,}5$
Quota arredondada	78	$70+1=71$	$56+1=57$	44
Soma das quotas arredondadas	$78+71+57+44=250$			

Assim, temos que o número de programas a distribuir por cada cinema, é:

- Cinema C1: 78 sessões
- Cinema C2: 71 sessões
- Cinema C3: 57 sessões
- Cinema C4: 44 sessões

2. Aplicando o método descrito aos 600 votos registados na tabela, temos:

   - Pontuação do filme A (195 votos na 1.ª preferência, 180 votos na 3.ª preferência e 225 votos na 4.ª preferência:
   $$4 \times 195 + 2 \times 180 + 1 \times 225 = 1365$$
   - Pontuação do filme B (180 votos na 2.ª preferência e $225 + 195 = 420$ votos na 3.ª preferência:
   $$3 \times 180 + 2 \times 420 = 1380$$
   - Pontuação do filme C (180 votos na 1.ª preferência, 225 votos na 2.ª preferência e 195 votos na 4.ª preferência:
   $$4 \times 180 + 3 \times 225 + 1 \times 195 = 1590$$
   - Pontuação do filme D (225 votos na 1.ª preferência, 195 votos na 2.ª preferência e 195 votos na 4.ª preferência:
   $$4 \times 225 + 1 \times 180 + 3 \times 195 = 1665$$

   Como após a contabilização dos 750 votos, os filmes A e D tiveram a mesma pontuação e a diferença de pontos, após a contabilização dos 600 votos, é de:
   $$1665 - 1365 = 300$$
   Então podemos concluir que o filme A foi classificado pelos 150 votantes em falta 2 preferências acima do filme D (porque $2 \times 150 = 300$), ou seja o filme A foi classificado na 1.ª preferência e o filme D na 3.ª, ou então o filme A foi classificado na 2.ª preferência e o filme D na 4.ª.

   Por outro lado como o filme B obteve a maior pontuação, e a diferença de pontos para o filme A, após a contabilização dos 600 votos, é de:
   $$1380 - 1365 = 15$$
   Se o filme A fosse classificado na 1.ª preferência para os 150 votantes em falta, seria o filme com maior pontuação, pelo que podemos concluir que o filme B foi o classificado na 1.ª preferência para os 150 votantes em falta.

   Desta forma, temos que a ordenação dos 150 votantes em falta foi:

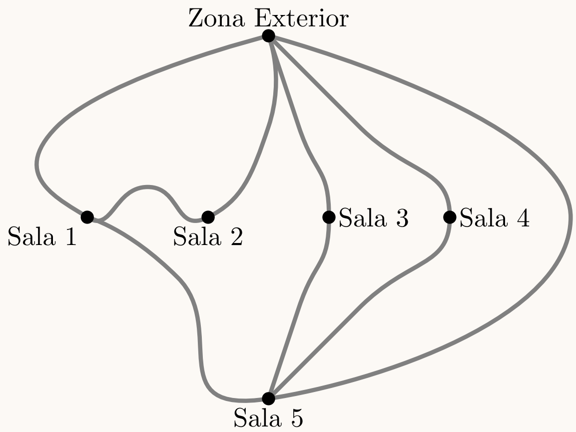
Filme	A	B	C	D
Preferência	2.ª	1.ª	3.ª	4.ª

   E desta forma, aplicando o método descrito aos 750 votos, ou seja às pontuações calculadas anteriormente somamos a pontuação decorrente dos 150 votos falta, e assim, temos:

   - Pontuação do filme A: $1365 + 3 \times 150 = 1815$
   - Pontuação do filme B: $1380 + 4 \times 150 = 1980$
   - Pontuação do filme C: $1590 + 2 \times 150 = 1890$
   - Pontuação do filme D: $1665 + 1 \times 150 = 1815$

3. De acordo com a planta do edifício, considerando as salas e o espaço exterior como vértices e as portas como arestas, obtemos o grafo da figura seguinte, e o grau de cada de cada vértice:

- Sala 1 - Grau 3
- Sala 2 - Grau 2
- Sala 3 - Grau 2
- Sala 4 - Grau 2
- Sala 5 - Grau 4
- Zona Exterior - Grau 5



Como se tentou encontrar um percurso que começa e termina no mesmo vértice (Sala 1), e utiliza cada aresta (porta) uma única vez, estamos a tentar encontrar um circuito de Euler, o que só é possível se todos os vértices tiverem grau par, o que não acontece neste caso, porque existem dois vértices com grau ímpar: Sala 1 (grau 3) e Zona Exterior(grau 5). Ou seja, o funcionário tem razão.

Assim, podemos verificar que não considerando a aresta que une os dois vértices de grau de ímpar, tornaria o percurso possível, porque todos os vértices teriam grau par, pelo que a porta que corresponde a esta aresta é aquela em que o funcionário terá necessariamente de passar duas vezes, ou seja a porta entre a Sala 1 e a Zona Exterior.

4.

4.1. Como o número de espectadores presentes no domingo foi 70% do número de espectadores presentes no fim de semana, então sabemos que os $100 - 70 = 30\%$ de espectadores que não estiveram no domingo estiveram obrigatoriamente no sábado.

Como no sábado estiveram 72% do número de espectadores presentes no fim de semana, dos quais 30% não estiveram no domingo, então a percentagem de espectadores que estiveram presentes tanto no sábado como no domingo é:

$$72 - 30 = 42\%$$

Resposta: **Opção B**

4.2.

4.2.1. Considerando a experiência aleatória que consiste em selecionar, ao acaso, um dos espectadores presentes no fim de semana, e os acontecimentos:
S:≪O espectador esteve presente no sábado≫
D:≪O espectador viu um filme em 3D≫

Temos, de acordo com o enunciado, que: $P\left(S\right)=0{,}72$ e $P\left(D|S\right)=0{,}15$, $P\left(\overline{S}\cap\overline{D}\right)=0{,}21$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P\left(D\cap S\right)=P\left(S\right)\times P\left(D|S\right)=0{,}72\times 0{,}15=0{,}108$
- $P\left(S\cap\overline{D}\right)=P(S)-P\left(S\cap D\right)=0{,}72-0{,}108=0{,}612$
- $P\left(\overline{D}\right)=P\left(S\cap\overline{D}\right)+P\left(\overline{S}\cap\overline{D}\right)=0{,}612+0{,}21=0{,}822$

	S	$\overline{S}$	
D	10,8%		
$\overline{D}$	61,2%	21%	82,2%
	72%		100%

Desta forma, a probabilidade de um dos espectadores que estiveram presentes no fim de semana, ter estado presente no sábado, sabendo-se que não viu um filme em 3D, é:

$$P\left(S|\overline{D}\right)=\frac{P\left(S\cap\overline{D}\right)}{P\left(\overline{D}\right)}=\frac{0{,}612}{0{,}822}\approx 0{,}74453$$

E assim, o valor da probabilidade em percentagem, arredondado às centésimas, é de 74,45%

4.2.2. Considerando os acontecimentos do item anterior, e os valores das probabilidade indicados na tabela anterior, temos:

- $P(D)=1-P\left(\overline{D}\right)=1-0{,}82=0{,}178$
- $P\left(D\cap\overline{S}\right)=P(D)-P\left(D\cap S\right)=0{,}178-0{,}108=0{,}07$

Logo, como o CineJov teve 4000 espectadores, o número de espetadores que não estiveram presentes no sábado e viram um filme em 3D, é:

$$4000\times 0{,}07=280$$

Assim, a probabilidade de escolher, ao acaso, dois desses espectadores é:

$$\frac{280}{4000}\times\frac{279}{3999}\approx 0{,}00488$$

Desta forma, o valor da probabilidade, em percentagem, arredondado às centésimas é 0,49%

5.

5.1. Inserindo numa lista da calculadora gráfica os valores:

$$435\quad 379\quad 65\quad 60\quad 276\quad 59\quad 43$$

e calculando as medidas estatísticas referentes a esta lista obtemos o valor para a média e o desvio padrão (com arredondamento às décimas):

$$\overline{x}\approx 188{,}1$$

Consultando a tabela podemos observar que apenas os filmes A, B e E, ou seja, 3 filmes, têm um custo de produção superior ao valor médio.

Resposta: **Opção C**

5.2. Inserindo na calculadora gráfica as listas com os dados apresentados, temos:

Custo x	**Espectadores** y
435	99
379	84
65	16
60	13
276	75
59	12
43	9

Determinando a equação da reta de regressão, temos que os valores de a e b, usando valores aproximados com três casas decimais, são $a \approx 0{,}233$ e $b \approx 0{,}238$.

Desta forma a equação da reta de regressão é $y = 0{,}233x + 0{,}238$, e como 52,5 milhares de espectadores corresponde a um valor de $y = 52{,}5$, a estimativa do custo de produção associado é a solução da equação $52{,}5 = 0{,}233x + 0{,}238$. Resolvendo a equação e aproximando a solução às unidades, temos:

$$52{,}5 = 0{,}233x + 0{,}238 \Leftrightarrow 52{,}5 - 0{,}238 = 0{,}233x \Leftrightarrow \frac{52{,}262}{0{,}233} = x \Leftrightarrow x \approx 224$$

Assim a estimativa do custo de produção de um filme com 52,5 milhares de espectadores, é de 224 milhões de euros.

5.3. Como o número de espectadores do filme D, registado na tabela, foi obtido nas quatro semanas em que o filme esteve em exibição, e, pela consulta da tabela sabemos que este número foi de 13 milhares, ou seja, 13 000, podemos calcular o número de espectadores que viu o filme na 4.ª semana, porque corresponde a 5% do total (conforme a informação do gráfico), ou seja:

$$13\,000 \times 0{,}05 = 650 \text{ espectadores}$$

Assim, como na terceira semana o número de espectadores foi 3250, então o número total de espectadores do filme D nas duas primeiras semanas, foi de:

$$13\,000 - 650 - 3250 = 9100$$

6. Como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 800$
- A proporção amostral das pessoas recetivas à proposta apresentada, arredondada às centésimas: $\hat{p} = \dfrac{250}{800} = 0{,}3125$
- O valor de z para um nível de confiança de 90%: $z = 1{,}645$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left(\left]\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\, , \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right[\right)$, e arredondando os valores com cinco casas decimais, temos:

$$\left]0{,}3125 - 1{,}645\sqrt{\frac{0{,}3125(1-0{,}3125)}{800}}\, ; 0{,}3125 + 1{,}645\sqrt{\frac{0{,}3125(1-0{,}3125)}{800}}\right[\approx]0{,}28554; 0{,}33946[$$

Logo, a amplitude do intervalo de confiança a 90%, para estimar a proporção de espectadores interessados em adquirir o passe de ingresso no CineJov, em percentagem, arredondados às unidades, é:

$$33{,}946 - 28{,}554 \approx 5\%$$

7. Relativamente ao jovem que pretende comprar bilhetes para 4 dias úteis e o passe para o fim de semana, temos que o gasto total desta opção é:

$$4 \times 12 + 24 = 48 + 24 = 72 \text{ €}$$

Ou seja, neste caso, a opção de comprar o passe válido para todos os dias não é mais vantajosa.

Em relação ao jovem que pretende comprar bilhetes para os 5 dias úteis e para o sábado, temos que o gasto total desta opção é:

$$5 \times 12 + 16 = 60 + 16 = 76 \text{ €}$$

Assim, neste caso, a opção de comprar o passe válido para todos os dias é mais vantajosa.

8.

8.1. Como o modelo dá uma boa aproximação, com arredondamento às unidades, do número total de novas partilhas da lista de filmes, ao fim de t horas após o instante em que o Rui partilhou a lista de filmes, ou seja, t horas após as oito horas, temos que:

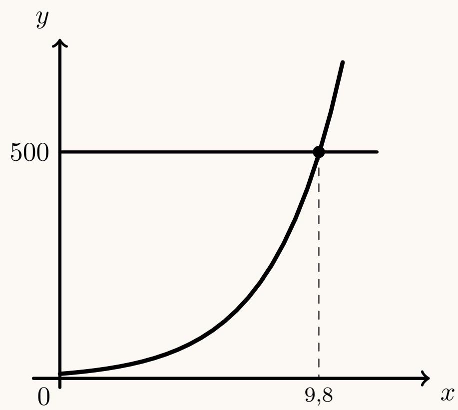
- as treze horas correspondem a $t = 13 - 8 = 5$ e $P(5) = 12e^{0,38\times 5} - 2 \approx 78$
- as catorze horas correspondem a $t = 14 - 8 = 6$ e $P(6) = 12e^{0,38\times 6} - 2 \approx 115$

Assim, vem que o número total de novas partilhas realizadas entre as treze e as catorze horas (inclusive) é 37, porque:

$$P(6) - P(5) \approx 115 - 78 \approx 37$$

8.2. Representamos na calculadora gráfica os gráficos do modelo da variação do número total de partilhas em função do tempo tempo ($y = 12e^{0,38x} - 2$) e da reta correspondente à representação de 500 novas partilhas ($y = 500$), numa janela compatível com o limite temporal do modelo, ou seja, $0 < x \leq 12$ e também com os valores esperados para a evolução do número de partilhas (valores inferiores a 500), ou seja, $0 \leq y < 700$, que se encontra reproduzido na figura seguinte.

Usando a função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas do ponto de interseção do modelo com a reta, obtemos o valor aproximado (às décimas) da abcissa do ponto de interseção, ou seja, o valor correspondente ao número de horas após as oito horas em que o número de novas partilhas é igual a 500, ou seja, o ponto de coordenadas $(9{,}8\,;\,500)$



Assim, de acordo com o modelo, tinham passado 10 horas depois das oito horas, quando o número de novas partilhas foi pela primeira vez superior a 500, ou seja, eram 18 horas quando este valor foi atingido.