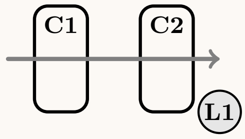
1. Aplicando o método descrito, temos:

Vídeo	**A**	**B**	**C**
Média do n.º de visualizações por hora	154	221	145
Quota (Q)	$\frac{154+221+145}{15+1} = \frac{520}{16} = 32{,}5$		
Divisão por Q	$\frac{154}{32{,}5} \approx 4{,}7$	$\frac{221}{32{,}5} = 6{,}8$	$\frac{145}{32{,}5} \approx 4{,}5$
1.ª atribuição (parte inteira do quociente)	4	6	4
Divisão pela parte inteira mais um	$\frac{154}{4+1} = 30{,}8$	$\frac{221}{6+1} \approx 31{,}6$	$\frac{145}{4+1} = 29$
2.ª atribuição (maior quociente)	0	1	0
N.º total de anúncios	$4+0=4$	$6+1=7$	$4+0=4$

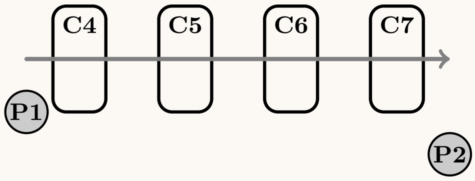
Assim, dos 15 anúncios são atribuídos 7 anúncios ao vídeo B e os restantes são atribuídos em igual número aos vídeos A e C, ou seja, 4 anúncios para cada um destes dois vídeos.

2. Aplicando o método descrito, de acordo com a posição dos marcadores, temos que:

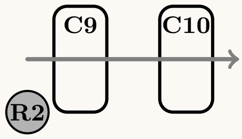
   - Percorrendo a linha de caixas, partindo da caixa mais à esquerda, até se encontrar o primeiro marcador, observamos que a Laura, que colocou esse marcador, fica responsável por todas as caixas à esquerda do mesmo.



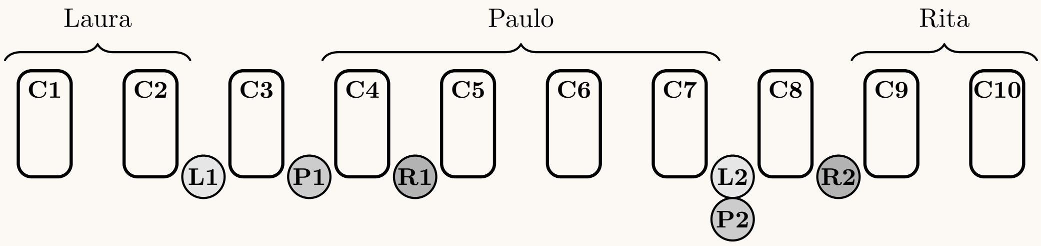
   - Percorrendo a linha de caixas, novamente da esquerda para a direita, até se encontrar o segundo marcador de um dos outros dois amigos, observamos que o Paulo colocou esse marcador, pelo que fica responsável pelas caixas compreendidas entre os seus primeiro e segundo marcadores.



   - O amigo que resta, ou seja, a Rita fica responsável por todas as caixas situadas à direita do seu segundo marcador.



   - As caixas C3 e C8 serão distribuídas por sorteio.



   Assim, a distribuição das caixas pelos amigos, aplicando o método descrito, é:

   - A Laura fica responsável pelas caixas C1 e C2.
   - O Paulo fica responsável pelas caixas C4, C5, C6 e C7.
   - A Rita fica responsável pelas caixas C9 e C10.
   - As caixas C3 e C8 serão distribuídas por sorteio.

3.

   3.1. Calculando o custo total de duas encomendas separadas, uma dos dois artigos mais leves e outra do artigo mais pesado, temos:

   - Massa dos dois artigos mais leves: $1{,}9 + 1{,}5 = 3{,}4$ kg
   - Custo associado a duas encomendas de 3,4 kg e 3,8 kg: $10{,}80 + 10{,}80 = 21{,}16$€

   Calculando o custo total de duas encomendas separadas, uma dos dois artigos mais pesados e outra do artigo mais leve, vem:

   - Massa dos dois artigos mais pesados: $3{,}8 + 1{,}9 = 5{,}7$ kg
   - Custo associado a duas encomendas de 1,5 kg e 5,7 kg: $5{,}70 + 14{,}60 = 20{,}30$€

   Resposta: **Opção C**

3.2. Calculado os custos totais em cada uma das lojas, para uma entrega até 48 horas, temos:

Loja ≪Paga Menos≫	**Loja ≪Sempre a Poupar≫**
Equipamento + IVA: $258{,}22 \times 1{,}23 \approx 317{,}61$ € Portes de envio (3,4 kg): 10,80 € Tarifa expresso (48 h): 25 €	Equipamento + IVA: 347,88 € Portes de envio : 12 € Desconto (40 pontos - 4×10 pontos): $4 \times 2 = 8$ €
Custo total: $317{,}61 + 10{,}80 + 25 = 353{,}41$ €	Custo total: $347{,}88 + 12 - 8 = 351{,}88$ €

Assim, de acordo com os cálculos anteriores, podemos verificar que a proposta da loja ≪Sempre a Poupar≫ é a mais vantajosa para o Nuno.

4.

4.1.

4.1.1. Como a média é relativa a 5 anos, temos que:

$$\frac{10\,980 + 12\,000 + a + 15\,000 + 16\,450}{5} = 13\,576 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 10\,980 + 12\,000 + a + 15\,000 + 16\,450 = 13\,576 \times 5 \Leftrightarrow 54\,430 + a = 67\,880 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a = 67\,880 - 54\,430 \Leftrightarrow a = 13\,450$$

4.1.2. Observando os valores da figura relativos às percentagens de testes cujo valor de latência foi inferior a 34 ms, podemos verificar que em 2015 foi de 57,5% e em 2017 foi de 54,7%

Considerando os valores da tabela, ou seja, dos testes realizados em 2015 (12 000) e em 2017 (15 000), podemos calcular o número de testes, em cada um destes anos, cujos valores de latência foram inferiores a 34 ms:

- 2015: $12\,000 \times 0{,}575 = 6900$
- 2017: $15\,000 \times 0{,}547 = 8205$

Assim, verificamos que relativamente aos testes cujo valor da latência foi inferior a 34 ms, em 2015 representam uma percentagem superior do que em 2017, mas, relativamente ao mesmo período, houve um aumento de 6900 testes nestas condições em 2015 para 8205 em 2017, pelo que a afirmação é falsa.

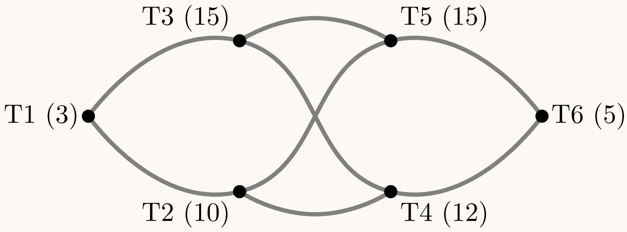
4.2. Observando as linhas da tabela até ao valor de latência 21 ms, podemos calcular as frequências relativas acumuladas relativa com o objetivo de localizar o 1.º quartil e a mediana:

Latência (ms)	**N.º de testes**	**Frequência absoluta acumulada**	**Frequência relativa acumulada**	
9	18	18	$\frac{18}{150} = 0{,}12$	
13	27	$18 + 27 = 45$	$\frac{45}{150} = 0{,}3$	$Q_1 = 13$
17		51	$\frac{51}{150} = 0{,}34$	
21	42	$51 + 42 = 93$	$\frac{93}{150} = 0{,}62$	$\tilde{x} = 21$
...	...	...	...	

Assim, de entre os diagramas de extremos e quartis apresentados, o único compatível com os valores calculados do primeiro quartil e da mediana é o da opção A.

Resposta: **Opção A**

5. De acordo com as informações da tabela podemos desenhar o grafo da figura ao lado, em que cada vértice representa uma tarefa e cada aresta representa uma relação de precedência. A ponderação de cada vértice representa o tempo necessário para a execução da tarefa.



Assim podemos verificar que podem ocorrem quatro sequências de tarefas:

- T1 $\rightarrow$ T2 $\rightarrow$ T4 $\rightarrow$ T6, com um tempo associado de $3 + 10 + 12 + 5 = 30$ min
- T1 $\rightarrow$ T2 $\rightarrow$ T5 $\rightarrow$ T6, com um tempo associado de $3 + 10 + 15 + 5 = 33$ min
- T1 $\rightarrow$ T3 $\rightarrow$ T4 $\rightarrow$ T6, com um tempo associado de $3 + 15 + 12 + 5 = 35$ min
- T1 $\rightarrow$ T3 $\rightarrow$ T5 $\rightarrow$ T6, com um tempo associado de $3 + 15 + 15 + 5 = 38$ min

Como, em cada uma das sequências de tarefas as tarefas não referidas podem decorrer simultaneamente, o tempo mínimo, em minutos, necessário para realizar todas as tarefas que compõem a montagem da banca é 38 minutos, correspondente ao tempo necessário para a concretização da sequência com maior duração.

6.

6.1. Como t representa o tempo, em minutos, e se considera que $t = 0$ é o instante em que o Paulo observou, pela primeira vez, a barra de progresso; um minuto antes de o Paulo observar a barra de progresso pela primeira vez, corresponde a $t = -1$, pelo que a percentagem da descarga do jogo associada é:

$$D(-1) = -200 + 100 \log_{10}(50 \times (-1) + 250) \approx 30{,}103\%$$

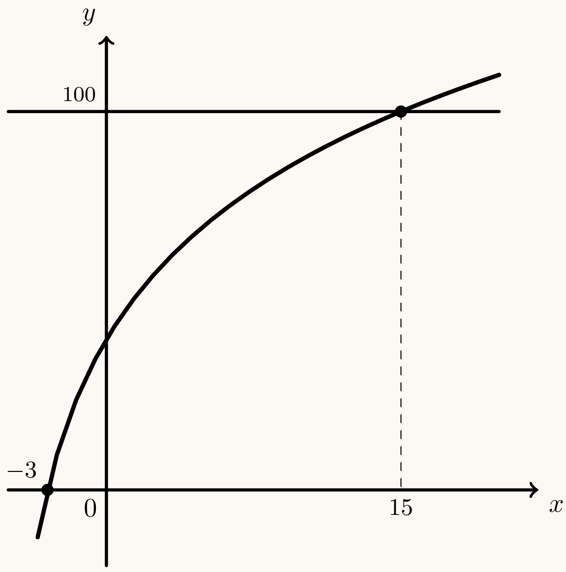
Desta forma, como a descarga completa do jogo, corresponde a transferir 8 gigabytes, a percentagem correspondente, arredondada às décimas, é:

$$8 \times 0{,}301 \approx 2{,}4 \text{ gigabytes}$$

6.2. Para que a descarga do jogo fique concluída, a percentagem deve atingir os 100%. Assim, representamos na calculadora gráfica os gráficos do modelo da variação da percentagem de descarga ($y = -200 + 100\log_{10}(50x + 250)$) e da reta correspondente ao 100% ($y = 100$), numa janela que permita observar a variação da percentagem entre os zero e os 100%, ou seja, $-3{,}5 \leq x \leq 20$ e também com os valores esperados para a evolução da percentagem, ou seja, $0 \leq y < 100$, que se encontra reproduzido na figura seguinte.

Usando a função da calculadora para determinar os valores das coordenadas do ponto de interseção do modelo com a reta, obtemos o valor da abcissa do ponto de interseção, ou seja, o tempo (número de minutos) após o Paulo ter olhado para a barra de progresso pela primeira vez, ou seja, o ponto de coordenadas $(15\,;\,100)$

Da mesma forma, determinamos o valor da coordenada em que o gráfico do modelo interseta o eixo das abcissas, ou que permite determinar o tempo (número de minutos) antes o Paulo ter olhado para a barra de progresso pela primeira vez, ou seja, o ponto de coordenadas $(-3\,;\,0)$



Assim, temos que antes do Paulo ter olhado pela primeira vez para a barra de progresso passaram 3 minutos e depois de ter olhado passaram mais 15 minutos, até a descarga atingir os 100%, pelo que o tempo que demorou a efetuar-se a descarga do jogo desde que o Paulo deu início ao processo foi:

$$3 + 15 = 18 \text{ minutos}$$

7.

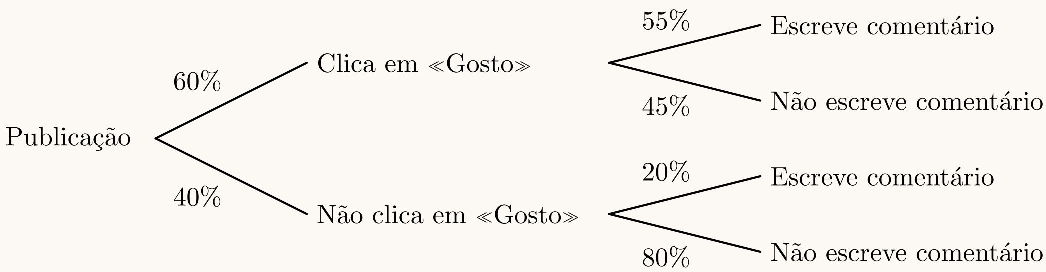
7.1. Como 40% das pessoas não clicam em ≪Gosto≫, podemos assumir que a percentagem de pessoas que clica em ≪Gosto≫ é $100 - 40 = 60\%$

Se, do total das reações aos conteúdos publicados, 24% correspondem a mulheres que clicam em ≪Gosto≫, a percentagem de homens com a mesma reação é:

$$60 - 24 = 36\%$$

Resposta: **Opção C**

7.2. Esquematizando as probabilidades conhecidas num diagrama em árvore, temos:



Assim, considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, uma pessoa com acesso à rede social, e os acontecimentos:
G:"A pessoa clica em ≪Gosto≫"
T:"A pessoa escreve um comentário"

Temos, que a probabilidade de a pessoa escolhida não clicar em ≪Gosto≫, sabendo-se que não escreve um comentário, é:

$$P\left(\overline{G}|\overline{C}\right)=\frac{P\left(\overline{G}\cap\overline{C}\right)}{P\left(\overline{C}\right)}=\frac{P\left(\overline{G}\cap\overline{C}\right)}{P\left(G\cap\overline{C}\right)+P\left(\overline{G}\cap\overline{C}\right)}=\frac{0{,}4\times 0{,}8}{0{,}6\times 0{,}45+0{,}4\times 0{,}8}=\frac{0{,}32}{0{,}59}\approx 0{,}542$$

Assim, a probabilidade em percentagem, com arredondamento às unidades, é 54%

8. Como os quatro utilizadores podem todos cometer o, e se pretende calcular a probabilidade de que apenas um deles tenha cometido o erro, pode ser o primeiro utilizador a cometer o erro, ou o segundo, ou o terceiro ou ainda o quarto.

   Temos ainda que a probabilidade de um deles cometer o erro é de 20%, ou seja, 0,2, pelo que a probabilidade de não cometer o erro é de $1-0{,}2=0{,}8$

   Assim, a probabilidade de, selecionando quatro utilizadores ao acaso, apenas um deles cometer erros na transcrição dos caracteres. é:

$$\overbrace{0{,}2\times 0{,}8\times 0{,}8\times 0{,}8}^{\text{apenas o 1.º erra}}+\overbrace{0{,}8\times 0{,}2\times 0{,}8\times 0{,}8}^{\text{apenas o 2.º erra}}+\overbrace{0{,}8\times 0{,}8\times 0{,}2\times 0{,}8}^{\text{apenas o 3.º erra}}+\overbrace{0{,}8\times 0{,}8\times 0{,}8\times 0{,}2}^{\text{apenas o 4.º erra}}=$$

$$=4\times(0{,}2\times 0{,}8\times 0{,}8\times 0{,}8)=4\times 0{,}2\times 0{,}8^3=0{,}4096$$

   Assim, a probabilidade solicitada, na forma de percentagem é 40,96%

9. Como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, considerando o valor n para a dimensão da amostra e os valores:

   - O desvio padrão amostral: $s \approx 10$
   - O valor de z para um nível de confiança de 90%: $z = 1{,}645$

   Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left(\left]\overline{x} - z\frac{s}{\sqrt{n}} , \overline{x} + z\frac{s}{\sqrt{n}}\right[\right)$, temos:

   $$\left]\overline{x} - 1{,}645 \times \frac{10}{\sqrt{n}} , \overline{x} + 1{,}645 \times \frac{10}{\sqrt{n}}\right[$$

   E assim, a amplitude do intervalo, em função de n, é:

   $$\overline{x} + 1{,}645 \times \frac{10}{\sqrt{n}} - \left(\overline{x} - 1{,}645 \times \frac{10}{\sqrt{n}}\right) = \overline{x} + 1{,}645 \times \frac{10}{\sqrt{n}} - \overline{x} + 1{,}645 \times \frac{10}{\sqrt{n}} = 2 \times 1{,}645 \times \frac{10}{\sqrt{n}} = \frac{32{,}9}{\sqrt{n}}$$

   Como a amplitude do intervalo de confiança é 0,658, temos que a a dimensão da amostra correspondente é a solução da equação

   $$\frac{32{,}9}{\sqrt{n}} = 0{,}658$$

   Inserindo na calculadora gráfica a expressão $y = \frac{32{,}9}{\sqrt{x}}$, e visualizando a tabela de valores da função, reproduzida na figura ao lado, podemos identificar o valor de x que verifica a condição anterior, ou seja, a solução da equação, isto é, $x = 2500$

X	Y1
2497	0,65840
2498	0,65826
2499	0,65813
2500	0,658
2501	0,65768
2502	0,65774
2503	0,65761

   Logo, podemos concluir que a dimensão da amostra, para verificar as condições do enunciado é:

   $$n = 2500$$