1. De acordo com os estatutos do Clube, calculamos o número de votos que Ricardo obteve:

	Titular		Efetivo	
Anos como Sócio	Sócios	Votos	Sócios	Votos
[1,5[	4	$4 \times 2 = 8$	1	$1 \times 1 = 1$
[5,10[	6	$6 \times 3 = 18$	2	$2 \times 1 = 2$
[10,15[	30	$30 \times 4 = 120$	11	$11 \times 2 = 22$
[15,20[	12	$12 \times 5 = 60$	3	$3 \times 2 = 6$
Total	52	206	17	31
Total de sócios	$52 + 17 = 69$			
Total de votos	$206 + 31 = 237$			

Assim, a afirmação apresentada é verdadeira, porque o número de sócios que votaram no Ricardo (69) é menor do que o número de sócios que votaram na Teresa (71), mas o Ricardo venceu as eleições porque obteve mais votos (237) que a Teresa (210).

2.

2.1. Calculando o valor pelo qual foi arrematado, ou seja o valor associado a zero trimestres, temos;

$$V(0) = \frac{1000}{1+4e^{-0,2\times 0}} = \frac{1000}{1+4e^{0}} = \frac{1000}{1+4\times 1} = \frac{1000}{5} = 200 \text{ euros}$$

Calculando o valor correspondente a uma valorização de 30%, temos:

$$1,3 \times V(0) = 1,3 \times 200 = 260 \text{ euros}$$

Calculando o valor do quadro, seis meses, ou seja 2 trimestres, após ter sido arrematado, de acordo com o modelo, temos:

$$V(2) = \frac{1000}{1+4e^{-0,2\times 2}} = \frac{1000}{1+4e^{-0,4}} \approx 271,64 \text{ euros}$$

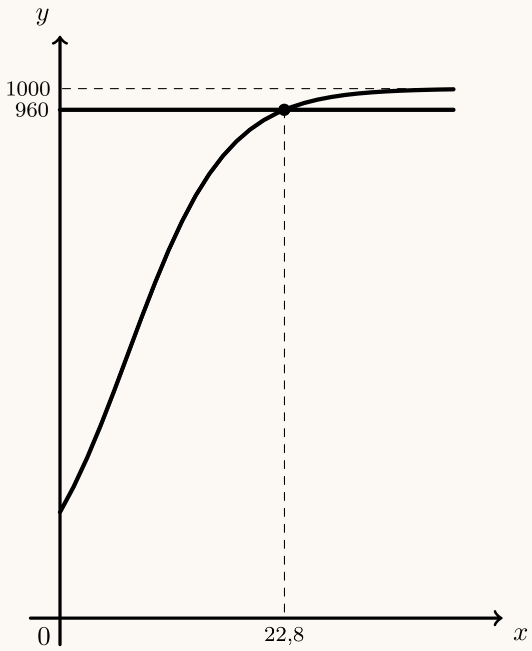
Desta forma, de acordo com o critério definido pela Teresa, podemos afirmar que a compra foi um bom investimento porque o valor do quadro seis meses após ter sido comprado (271,64 €) é superior a uma valorização de 30% (260 €).

2.2. Representamos na calculadora gráfica os gráficos do modelo da variação da valorização do quadro ($y = \dfrac{1000}{1+4e^{-0,2x}}$), numa janela que permita observar a variação da valorização até que o preço seja estável ou seja, $0 \leq x \leq 40$ e também com os valores esperados para a evolução da percentagem, ou seja, $0 \leq y < 1100$, que se encontra reproduzido na figura seguinte. Usando a função da calculadora que pemite observar as coordenadas dos pontos do gráfico, e fazendo variar os valores das abcissas dos pontos, podemos verificar que com o passar do tempo, o valor de mercado do quadro tende a estabilizar em torno dos 1000 €,

Assim, como a Teresa vendeu o quadro por um preço 40 euros abaixo desse valor, calculamos o preço de venda do quadro:

$$1000 - 40 = 960 \text{ €}$$

Representando na calculadora gráfica, para além do modelo anterior, a reta correspondente ao 960 € ($y = 960$), obtemos o gráfico reproduzido na figura ao lado.



Usando a função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas do ponto de interseção do modelo de variação com a reta, obtemos os valores aproximados (às décimas) das coordenadas, ou seja, o valor correspondente ao tempo em que o valor de mercado do quadro era de 960 euros, ou seja: $(22{,}8\,;\,960)$

Assim, podemos concluir que, a Teresa vendeu o quadro 22,8 trimestres após o ter arrematado no leilão. Como cada trimestre tem 3 meses, temos que a venda foi feita após

$$22{,}8 \times 3 = 68{,}4 \text{ meses}$$

o número de meses que a Teresa manteve o quadro na sua posse, é 68 meses.

3. De acordo com o método descrito, e com os dados do enunciado, temos que:

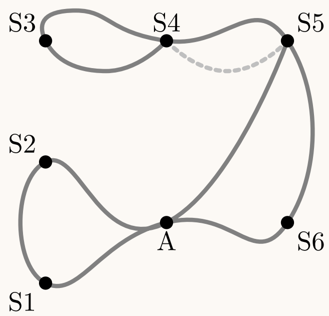
Sócios	**A**	**B**	**C**
Valor Global atribuído	$150 + 211 + 158 =$ $= 519$	$249 + 252 + 120 =$ $= 621$	$200 + 258 + 145 =$ $= 603$
Valor considerado justo	$\frac{519}{3} = 173$	$\frac{621}{3} = 207$	$\frac{603}{3} = 201$
Atribuição do espaço	E3	E1	E2
Valor provisório do aluguer	158	249	258
Excedente (E)	—	$249 - 207 = 42$	$258 - 201 = 57$
Défice (D)	$173 - 158 = 15$	—	—
E - D	$42 + 57 - 15 = 99 - 15 = 84$		
Parte a descontar no valor considerado justo	$\frac{84}{3} = 28$		
Valor final	$173 - 28 = 145$	$207 - 28 = 179$	$201 - 28 = 173$

Assim, temos que a atribuição dos espaços e o respetivo valor a pagar é:

- Sócio A - deve pagar 145 € pelo espaço E3
- Sócio B - deve pagar 179 € pelo espaço E1
- Sócio C - deve pagar 173 € pelo espaço E2

4. De acordo com a planta do espaço, considerando o átrio (A) e as seis salas como vértices e as portas como arestas, obtemos o grafo da figura seguinte (ignorando a aresta a tracejado), e o grau de cada de cada vértice:

- Átrio - Grau 4
- Sala 1 - Grau 2
- Sala 2 - Grau 2
- Sala 3 - Grau 2
- Sala 4 - Grau 3
- Sala 5 - Grau 3
- Sala 6 - Grau 2



O presidente do Clube pretendia definir um percurso, com início e fim no Átrio, cruzando todas as portas e entrando em todas as salas, sem cruzar nenhuma porta mais de uma vez, o que corresponde à definição de um circuito de Euler. Tal só será possível se todos os vértices tiverem grau par, o que não acontece neste caso, porque existem dois vértices com grau ímpar: S4 (grau 3) e S5 (grau 3).

Assim, para tornar viável a pretensão inicial do presidente, a remodelação deverá acrescentar uma porta entre as sala 4 e 5 - assinalada no grafo pela aresta a tracejado. Desta forma os vértices S4 e S5 passariam a ter grau 4, o que significaria que todos os vértices teriam grau par e seria possível definir circuitos de Euler.

5.

5.1. Sabendo que todas as carteiras tinham um vale de oferta, podemos analisar as diferentes hipóteses:

N.º de carteiras com vales de 1 carteira	10	9	8	7	...
N.º de carteiras com vales de 5 carteiras	0	1	2	3	...
Total de carteiras grátis	$10 \times 1 + 0 \times 5 =$ $= 10$	$9 \times 1 + 1 \times 5 =$ $= 14$	$8 \times 1 + 2 \times 5 =$ $= 18$	$7 \times 1 + 3 \times 5 =$ $= 22$	...

Assim, podemos verificar que, de entre os valores apresentados, o único que pode pode representar o número de carteiras grátis que o Daniel obteve graças a estes vales de oferta é 18.

Resposta: **Opção D**

5.2. Como o Daniel reuniu 750 cromos, e 46% eram cromos repetidos, todos não dourados, então o número de cromos repetidos é:

$$750 \times 0{,}46 = 345$$

E o número de cromos não repetidos, obtidos pela compra de carteiras, é:

$$485 - 345$$

Como as trocas foram feitas em grupos de 5, temos que o número de cromos dourados que o Daniel obteve nas trocas é:

$$\frac{345}{5} = 69$$

Assim, o número de cromos em falta, após as trocas, é:

$$485 - 405 - 69 = 11$$

Desta forma, o gasto total é dado pela soma dos valores da compra das 131 carteiras, da encomenda dos 11 cromos em falta e dos portes de envio, ou seja:

$$131 \times 0{,}90 + 11 \times 0{,}25 + 2 = 122{,}65 \text{ euros}$$

6.

6.1. Admitindo que o valor médio das 10 licitações é 34 euros, calculamos a soma (S) dos valores dos valores das 10 licitações:

$$\frac{S}{10} = 34 \Leftrightarrow S = 34 \times 10 \Leftrightarrow S = 340$$

Calculando a soma das 9 licitações indicadas no diagrama de caule e folhas, temos:

$$14 + 16 + 22 + 31 + 32 + 37 + 45 + 48 + 50 = 295$$

Assim, o valor em falta é dado pela diferença entre S e a soma dos valores das 9 licitações:

$$340 - 295 = 45$$

Resposta: **Opção A**

6.2.

6.2.1.
- Considerando que 48 artigos foram vendidos por um preço inferior ou igual ao 3.º quartil, ou seja, que 48 artigos correspondem a 75% da população, então o número de artigos vendidos por um preço mínimo de 40 euros (n), ou seja, superior ou igual à mediana pode ser 50% da população:
$$\frac{75}{48} = \frac{50}{n} \Leftrightarrow n = \frac{50 \times 48}{75} \Leftrightarrow n = 32$$
- Outra alternativa consiste em considerar a situação em que a mediana é calculada a partir de vários valores iguais, pelo que os valores iguais ou superior à mediana podem ser mais do 50%, por exemplo:
$$\underbrace{20 \text{ ... } 20}_{16}\underbrace{40 \text{ ... } 40}_{16}\underbrace{40 \text{ ... } 40 \;\; 59}_{16}\underbrace{61 \;\; 70 \text{ ... } 70}_{16}$$
Nestas condições, a distribuição apresentada verifica os dados do diagrama de extremos e quartis relativo ao mês de maio, e o número de artigos vendidos por um preço mínimo de 40 euros é $16 \times 3 = 48$
- Outra alternativa consiste em considerar a situação em que a mediana o 3.º quartil corresponde a mais do que 75% da população, por exemplo:
$$20 \;\; \underbrace{30 \text{ ... } 30}_{23} \;\; 40 \;\; \underbrace{60 \text{ ... } 60}_{23} \;\; 70$$
Nestas condições, a distribuição apresentada verifica os dados do diagrama de extremos e quartis relativo ao mês de maio, e o número de artigos vendidos por um preço mínimo de 40 euros é $23 + 2 = 25$

6.2.2. Identificando os valores indicados para as seis peças, nos diagramas respetivos, temos:
- Abril: 10 €(minímo) e 40 €(mediana)
- Julho: 40 €(1.º quartil) e 70 €(3.º quartil)
- Agosto: 2×90 €(máximo)

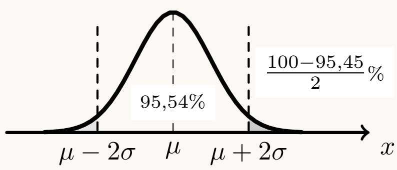
Assim o valor obtido com a venda das seis peças é:
$$10 + 40 + 40 + 70 + 2 \times 90 = 340 \text{ euros}$$

7.

7.1. Temos que a idade de um sócio ser 45 anos, ou seja, $35 + 2 \times 5$ anos, corresponde $\mu + 2\sigma$

Sabemos que a distribuição normal é simétrica relativamente ao valor médio, ou seja,
$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 95{,}45\% \quad \text{e} \quad P(X < \mu - 2\sigma) = P(X > \mu + 2\sigma)$$

Logo, considerando a variável aleatória X: Idade do sócio, temos que a probabilidade de um sócio ter idade superior a 45 anos, na forma de percentagem, com arredondamento às décimas, é:



$$P(X > \mu + 2\sigma) \approx \frac{100 - 95{,}45}{2} \approx 2{,}3\%$$

Resposta: **Opção B**

7.2. Como o clube tem 180 sócios do sexo feminino que correspondem a 45% do total de sócios, podemos determinar o número de sócios do sexo masculino (h), que correspondem a $100 - 45 = 55\%$:

$$\frac{45}{180} = \frac{55}{h} \Leftrightarrow h = \frac{55 \times 180}{45} \Leftrightarrow h = 220$$

Como o número total de sócios (mulheres e homens) é $180 + 220 = 400$, e a percentagem de sócios que não são efetivos do sexo masculino é 25%, o número correspondente é:

$$400 \times 0{,}25 = 100$$

Assim, o número de sócios que não são efetivos ou que são mulheres, ou seja, a soma do número de homens não efetivos e o número de mulheres, é:

$$100 + 180 = 280$$

7.3. Considerando a experiência aleatória que consiste em selecionar, ao acaso, um sócio do Clube, e os acontecimentos:
E:≪O sócio é efetivo≫
L:≪O sócio participa em leilões≫

Temos, de acordo com o enunciado, que: $P(E) = 0{,}45$, $P(L) = 0{,}7$ e $P\left(\overline{E} \cap L\right) = \frac{7}{20} = 0{,}35$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P(E \cap L) = P(L) - P\left(\overline{E} \cap L\right) = 0{,}7 - 0{,}35 = 0{,}35$
- $P\left(E \cap \overline{L}\right) = P(E) - P(E \cap L) = 0{,}45 - 0{,}35 = 0{,}1$

	E	$\overline{E}$	
L	0,35	0,35	0,7
$\overline{L}$	0,1		
	0,45		1

Desta forma, a probabilidade de o sócio não participar em leilões, sabendo-se que é sócio Efetivo, na forma de fração irredutível, é:

$$P\left(\overline{L}|E\right) = \frac{P\left(\overline{L} \cap E\right)}{P(E)} = \frac{0{,}1}{0{,}45} = \frac{\frac{10}{100}}{\frac{45}{100}} = \frac{10}{45} = \frac{2}{9}$$

8. Como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 200$
- A proporção amostral das pessoas satisfeitas: $\hat{p} = \frac{45}{200} = 0{,}225$
- O valor de z para um nível de confiança de 90%: $z = 1{,}645$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left(\left]\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right[\right)$, e arredondando os valores com quatro casas decimais, temos:

$$\left]0{,}225 - 1{,}645\sqrt{\frac{0{,}225(1-0{,}225)}{200}}\,;\, 0{,}225 + 1{,}645\sqrt{\frac{0{,}225(1-0{,}225)}{200}}\right[\approx]0{,}1764; 0{,}2736[$$

Assim, o intervalo de confiança a 90% para a proporção de colecionadores de jogos de tabuleiro presentes no encontro, em percentagem, arredondados às décimas, é: $]\,17{,}6\%\,;\,27{,}4\%\,[$