1.

1.1. Aplicando o método descrito para obter a composição da atual direção, temos:

- Pontuação da Alice (4 pontos na competência C, 3 pontos na competência N, 3 pontos na competência T, 5 pontos na competência I e 4 pontos na competência P):

$$4 \times 5 + 3 \times 4 + 3 \times 3 + 5 \times 2 + 4 \times 1 = 55$$

- Pontuação do Bruno (4 pontos na competência C, 2 pontos na competência N, 3 pontos na competência T, 2 pontos na competência I e 2 pontos na competência P):

$$4 \times 5 + 2 \times 4 + 3 \times 3 + 3 \times 2 + 3 \times 1 = 46$$

- Pontuação da Carlota (3 pontos na competência C, 5 pontos na competência N, 5 pontos na competência T, 3 pontos na competência I e 4 pontos na competência P):

$$3 \times 5 + 5 \times 4 + 5 \times 3 + 3 \times 2 + 4 \times 1 = 60$$

- Pontuação do Delfim (5 pontos na competência C, 3 pontos na competência N, 3 pontos na competência T, 3 pontos na competência I e 3 pontos na competência P):

$$5 \times 5 + 3 \times 4 + 3 \times 3 + 3 \times 2 + 3 \times 1 = 55$$

Assim, na ordenação dos candidatos por ordem decrescente de pontuação, temos que a candidata com maior pontuação é a Carlota, pelo que será a primeira candidata admitida, mas como foram selecionados dois candidatos, e a Alice e o Delfim ficaram empatados com a segunda maior pontuação, foi necessário recorrer a uma entrevista a estes dois candidatos para selecionar o segundo candidato admitido.

1.2. A probabilidade condicionada $P(A|B)$ significa a probabilidade de escolher, ao acaso, um dos polígonos, e ele ter assinalado o nível 4 na capacidade de comunicação (C), sabendo que tem assinalado, pelo menos, o nível 3 na capacidade de negociação (N).

Assim, como sabemos que o polígono tem assinalado, pelo menos, o nível 3 na capacidade de negociação (N), só existem 3 polígonos possíveis (o da Alice, da Carlota e do Delfim).

Considerando estes 3 polígonos possíveis, só 1 (o da Alice) tem o nível 4 na capacidade de comunicação (C), pelo que só existe um caso possível, e assim temos que $P(A|B) = \frac{1}{3}$

Resposta: **Opção B**

2. Como o valor global atribuído pela Célia às três viagens foi $1000+1500+a = 2500+a$, o valor considerado justo é $\dfrac{2500+a}{2}$ e como este valor é 1550 euros, temos que o valor atribuído pela Célia à viagem Z, ou seja, o valor de a, é:

$$\frac{2500+a}{2} = 1550 \Leftrightarrow 2500+a = 2\times 1550 \Leftrightarrow a = 3100-2500 \Leftrightarrow a = 600$$

Assim, de acordo com o método descrito, e com os dados do enunciado, temos que:

Funcionários	**Célia**	**Guilherme**
Valor Global atribuído	$1000+1500+a=2500+a$	$1400+1000+550=2950$
Valor considerado justo	1550	$\frac{2950}{2}=1475$
Atribuição das viagens	Y + Z	X
Valor recebido	1500+600=2100	1400
Excedente (E)	$2100-1550=550$	–
Valor em falta (F)	–	$1475-1400=75$
Dinheiro restante (E - F)	$550-75=475$	
Distribuição do dinheiro restante	$\frac{475}{2}=237{,}5$	

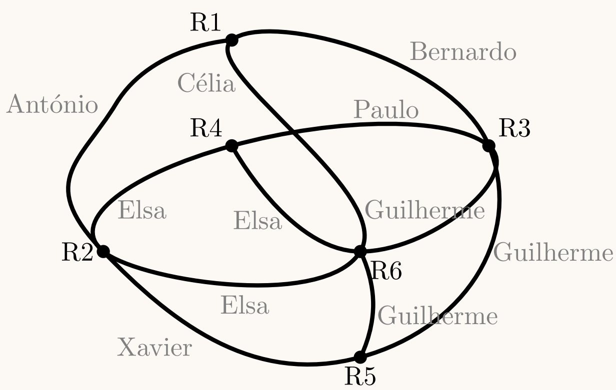
Assim, após a divisão pelo método descrito, o Guilherme recebe a viagem X e $75+237{,}5=312{,}5$ euros.

3. De acordo com as informações da tabela podemos desenhar o grafo da figura seguinte, em que cada vértice representa uma reunião e cada aresta representa a impossibilidade de decorrer em simultâneo pela presença de pelo menos uma pessoa em ambas as reuniões.

Assim, podemos verificar que a reunião R6 não pode ocorrer sem simultâneo com qualquer outra, as reuniões R1, R4 e R5 podem decorrer em paralelo, porque não existem arestas entre os respetivos vértices, e, pela mesma razão, as restantes (R2 e R3) também podem ocorrer ao mesmo tempo.

Assim podemos definir os seguintes blocos de reuniões:

- R6
- R1, R4 e R5
- R2 e R3



Assim, como cada reunião tem a duração de 90 minutos, e são necessários três conjuntos de reuniões, o tempo mínimo necessário para que as seis reuniões se realizem nas condições definidas é de $3\times 90 = 270$ minutos, a que correspondem $\dfrac{270}{60} = 4{,}5$ horas.

4. Como o Manuel pediu emprestados 1530 euros e acordou que o pagamento seria feito em 18 parcelas iguais, cada uma dessas parcelas tem o valor de $\frac{1530}{18} = 85$ €

   O montante total pago pelo Manuel (1644,75 €) pode ser entendido como a soma de três parcelas:

   $$\text{Valor total pago} \;=\; \text{Empréstimo} \;+\; \text{Juros dos primeiros 12 meses} \;+\; \text{Juros dos últimos 6 meses}$$

   Ou seja:

   $$\text{Juros dos últimos 6 meses} = \text{Valor total pago} \;-\; \text{Empréstimo} \;-\; \text{Juros dos primeiros 12 meses}$$

   E assim vem que:

   $$\text{Juros dos últimos 6 meses} = 1644{,}75 - 1530 - 85 \times 0{,}07 \times 12 = 43{,}35 \text{ €}$$

   Como este montante foi pago em seis prestações, o juro correspondente a cada uma das prestações foi $\frac{43{,}35}{6} = 7{,}225$ €

   Como cada parcela tem o valor de 85 €, a taxa de juro (t), em percentagem, correspondente a cada uma das seis últimas prestações, é:

   $$\frac{85}{7{,}225} = \frac{100}{t} \Leftrightarrow t = \frac{100 \times 7{,}225}{85} \Leftrightarrow t = 8{,}5\%$$

5.

   5.1. De acordo com o modelo apresentado, podemos calcular o número de plantas da espécie A:

   - No início do projeto de reflorestação, ou seja 0 meses após o inicio do projeto:

     $$A(0) = 30 + 10\ln(0^3 + 1) = 30 \text{ centenas} = 3000$$

   - 2 meses após o inicio do projeto:

     $$A(2) = 30 + 10\ln(2^3 + 1) \approx 51{,}972 \text{ centenas} \approx 5197$$

   Ou seja, nos primeiros dois meses do projeto o aumento do número de plantas desta espécie foi $5197 - 3000 = 2197$, a que corresponde uma percentagem de aumento a, relativamente ao valor inicial, arredondada às unidades:

   $$\frac{3000}{2197} = \frac{100}{a} \Leftrightarrow a = \frac{100 \times 2197}{3000} \Rightarrow a \approx 73\%$$

   5.2. Calculando o número de plantas da espécie A e da espécie B ao fim de 12 meses, temos:

   - $A(12) = 30 + 10\ln(12^3 + 1) \approx 104{,}553 \text{ centenas} \approx 10\,455$
   - $B(12) = 10 + 1{,}26^{12} = 26{,}012 \text{ centenas} \approx 2601$

   Calculando a razão entre estes valores, temos:

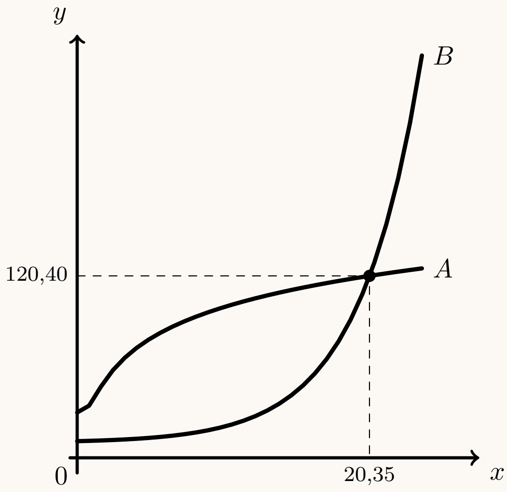
   $$\frac{A(12)}{B(12)} \approx \frac{10\,455}{2601} \approx 4$$

   Pelo que podemos afirma que $A(12) \approx 4 \times B(12)$

   Resposta: **Opção B**

5.3. Representando na calculadora gráfica os modelos da variação dos números de plantas das espécies A e B ($y = 30 + \ln(x^3 + 1)$ e $y = 10 + 1{,}26^x$), para os valores do tempo indicados, ou seja, $0 \leq x \leq 24$, obtemos os gráficos que se encontram reproduzidos na figura ao lado.

Usando a função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas do ponto de interseção das representações gráficas dos dois modelos, obtemos os valores aproximados (às centésimas) das coordenadas, ou seja, os valores correspondente ao tempo em que o número de plantas das duas espécies era igual, ou seja, o ponto de coordenadas $(20{,}35\,;\,120{,}40)$



Assim, temos que o número de plantas das duas espécies era igual ao fim de 20,35 meses, a que corresponde um número aproximado (às unidades) de $20{,}35 \times 30 \approx 611$ dias.

6. Considerando o total de 500 viagens vendidas no terceiro trimestre pela IR&Voltar, temos:

- Viagens vendidas no mês de agosto (48% do total do trimestre): $500 \times 0{,}48 = 240$
- Viagens vendidas no mês de julho (metade das vendidas no mês de agosto): $\dfrac{240}{2} = 120$
- Viagens vendidas no mês de setembro: $500 - 240 - 120 = 140$

Como em setembro foram vendidas 140 viagens, e destas 75% foram para um destino internacional, esta percentagem corresponde a:

$$140 \times 0{,}75 = 105$$

7. Da observação do diagrama de dispersão e como a associação linear é positiva, podemos verificar que:

- o coeficiente de correlação também é positivo, ou seja, $r > 0$, pelo que apenas as opções (C) e (D) podem corresponder à distribuição apresentada;
- o declive da reta de regressão também é positiva, pelo que apenas as opções (A) e (D) podem corresponder à distribuição apresentada.

Resposta: **Opção D**

8. Como no dia 3 de janeiro de 2018, a média das idades dos funcionários que se manteve na empresa, era 31,5 anos, então no dia 3 de janeiro de 2014, a média das idades dos mesmos funcionários era $31{,}5 - 3 = 28{,}5$.

Assim a média das idades destes funcionários, no dia 3 de janeiro de 2014, é:

$$\bar{x} = \frac{20 \times 1 + 22 \times 3 + 26 \times 2 + 31 \times b + 40 \times 2}{1 + 3 + 2 + b + 2} = \frac{31b + 218}{b + 8}$$

Assim, calculando o número de funcionários tinham 31 anos quando a agência foi inaugurada, ou seja, o valor de b, temos:

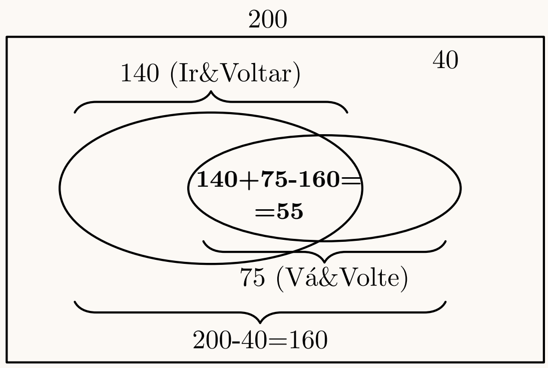
$$\frac{31b + 218}{b + 8} = 28{,}5 \Leftrightarrow 31b + 218 = 28{,}5(b + 8) \Leftrightarrow 31b + 218 = 28{,}5b + 228 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 31b - 28{,}5b = 228 - 218 \Leftrightarrow 2{,}5b = 10 \Leftrightarrow b = \frac{10}{2{,}5} \Leftrightarrow b = 4$$

9.

9.1. Como responderam ao questionário 200 pessoas das reservas, e dessas, 40 não compraram viagens em nenhuma das duas agências, $200 - 40 = 160$ pessoas compraram viagens em pelo menos uma das agências.

Como 140 pessoas compraram na agÊncia Ir&Voltar e 75 compraram na agência Vá&Volte, então o número de pessoas que compraram viagens em ambas as agências é $140 + 75 - 160 = 55$



Assim, a probabilidade de uma pessoa que respondeu ao inquérito já ter comprado viagens em ambas as agências, na forma de dízima, é:

$$\frac{55}{200} = 0{,}275$$

9.2. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, uma das pessoas que responderam ao questionário, e os acontecimentos:
C:≪A pessoa já fez um cruzeiro≫
I:≪A pessoa já comprou viagens na agência Ir&Voltar≫

Temos, de acordo com o enunciado, que: $P\left(I\right) = \frac{140}{200} = 0{,}7$, $P\left(\overline{C}\right) = 0{,}35$ e $P\left(\overline{C}|\overline{I}\right) = 0{,}7$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P\left(\overline{I}\right) = 1 - P\left(I\right) = 1 - 0{,}7 = 0{,}3$
- $P\left(\overline{C} \cap \overline{I}\right) = P\left(\overline{C}|\overline{I}\right) \times P\left(\overline{I}\right) = 0{,}7 \times 0{,}3 = 0{,}21$
- $P\left(I \cap \overline{C}\right) = P\left(\overline{C}\right) - P\left(\overline{C} \cap \overline{I}\right) = 0{,}35 - 0{,}21 = 0{,}14$

	C	$\overline{C}$	
I		0,14	0,7
$\overline{I}$		0,21	0,3
		0,35	1

Desta forma a probabilidade, na forma de dízima, de uma das pessoas questionadas, escolhida ao acaso, ter comprado viagens na Ir&Voltar, sabendo-se que não fez um cruzeiro, é:

$$P\left(I|\overline{C}\right) = \frac{P\left(I \cap \overline{C}\right)}{P\left(\overline{C}\right)} = \frac{0{,}14}{0{,}35} = 0{,}4$$

10. Calculando a proporção de clientes da Ir&Voltar que indicam o Dubai como destino favorito relativa a esta amostra, temos:

$$\hat{p} = \frac{400}{125+400+100} = \frac{400}{625} = 0{,}64$$

E o número de inquiridos, ou seja, a dimensão da amostra é:

$$n = 125 + 400 + 100 = 625$$

Considerando o intervalo de confiança para a proporção $\left(\left]\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\, , \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right[\right)$, temos que a amplitude é:

$$\hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} - \left(\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right) = \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} - \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 2z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

Assim, igualando a expressão da amplitude ao valor dado, substituindo os valores da proporção ($\hat{p}$) e de n, e resolvendo a equação, temos:

$$2z\sqrt{\frac{0{,}64(1-0{,}64)}{625}} = 0{,}075264 \Leftrightarrow z = \frac{0{,}075264}{2 \times \sqrt{\frac{0{,}64(1-0{,}64)}{625}}} \Rightarrow z \approx 1{,}96$$

Assim, temos que o nível de confiança associado ao valor $z \approx 1{,}06$, ou seja o nível de confiança do intervalo, é 95% .