

EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

12.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 286/89, de 29 de Agosto)
 Alunos Externos e Autopropostos — alunos que obtiveram aprovação
 no ano de 1999/2000 no programa «antigo» do 12.º ano

Duração da prova: 120 minutos
 2001

2.ª FASE

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA

COTAÇÕES

Grupo I81

Cada resposta certa +9
 Cada resposta errada..... -3
 Cada questão não respondida ou anulada 0

Nota:

Um total negativo neste grupo vale 0 (zero) pontos.

Grupo II119

1. 24
 1.1. 12
 1.2. 12

2. 37
 2.1. 12
 2.2. 13
 2.3. 12

3. 22
 3.1. 11
 3.2. 11

4. 36
 4.1. 12
 4.2. 12
 4.3. 12

TOTAL 200

V.S.F.F.

135/C/1

CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO

Grupo I

Deverão ser anuladas todas as questões com resposta de leitura ambígua (letra confusa, por exemplo) e todas as questões em que o examinando dê mais do que uma resposta.

As respostas certas são as seguintes:

Questões	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Versão 1	C	D	A	B	C	A	B	C	B
Versão 2	B	C	D	A	D	D	A	D	B

Na tabela seguinte indicam-se os pontos a atribuir, no primeiro grupo, em função do número de respostas certas e do número de respostas erradas.

Resp. erradas Resp. certas	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	9	6	3	0	0	0	0	0	0	
2	18	15	12	9	6	3	0	0		
3	27	24	21	18	15	12	9			
4	36	33	30	27	24	21				
5	45	42	39	36	33					
6	54	51	48	45						
7	63	60	57							
8	72	69								
9	81									

Grupo II

Critérios gerais

A cotação a atribuir a cada alínea deverá ser sempre um número inteiro de pontos.

O professor deverá valorizar o raciocínio do examinando em todas as questões.

Algumas questões da prova podem ser correctamente resolvidas por mais do que um processo. Sempre que um examinando utilizar um processo de resolução não contemplado nestes critérios, caberá ao professor corrector adoptar um critério de distribuição da cotação que julgue adequado e utilizá-lo em situações idênticas.

Pode acontecer que um examinando, ao resolver uma questão, não explicitar todos os passos previstos nas distribuições apresentadas nestes critérios. Todos os passos não expressos pelo examinando, mas cuja utilização e/ou conhecimento estejam implícitos na resolução da questão, devem receber a cotação indicada.

Erros de contas ocasionais, que não afectem a estrutura ou o grau de dificuldade da questão, não devem ser penalizados em mais de dois pontos.

Critérios específicos

1.1. 12

$$\frac{A(t+1)}{A(t)} = \frac{16 e^{0,1(t+1)}}{16 e^{0,1t}} \dots\dots\dots 2$$

$$\frac{16 e^{0,1(t+1)}}{16 e^{0,1t}} = e^{0,1} \dots\dots\dots 4$$

$$e^{0,1} \approx 1,1 \dots\dots\dots 2$$

Interpretação («Se a mancha de crude tem uma certa área num dado instante, passada uma hora, essa área vem multiplicada por 1,1» **ou** «A área de crude espalhado sobre o oceano aumenta à razão de 1,1 por hora» **ou** «A área de crude espalhado sobre o oceano aumenta 10% por hora»)4

1.2. 12

Determinar a área do círculo de raio 7 2

Equacionar o problema 2

Resolver a equação analiticamente ou graficamente (recorrendo às capacidades gráficas da calculadora) 6

$$16 e^{0,1t} = 49 \pi$$

$$\Leftrightarrow e^{0,1t} = \frac{49 \pi}{16} \dots\dots\dots 1$$

$$\Leftrightarrow 0,1t = \ln\left(\frac{49 \pi}{16}\right) \dots\dots\dots 3$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{\ln\left(\frac{49 \pi}{16}\right)}{0,1} \dots\dots\dots 1$$

$$t \approx 22,640 \dots\dots\dots 1$$

ou

Explicação do método utilizado para resolver graficamente a equação (**ver nota 1**)..... 3

$$t \approx 22,640 \text{ (**ver nota 2**)} \dots\dots\dots 3$$

Solução pedida (22 horas e 38 minutos) 2

V.S.F.F.

135/C/3

Notas:

1. A explicação do método utilizado deve ser cotada de acordo com o seguinte critério:

O examinando apresenta o gráfico da função A e a recta de equação $y = 49\pi$ e assinala correctamente o ponto de intersecção, **ou** não apresenta qualquer gráfico, mas refere a utilização de ferramentas da calculadora (por exemplo: *Intersect*, *Zoom*, *Trace...*) que evidenciem a procura do referido ponto..... 3

O examinando não apresenta qualquer gráfico nem qualquer explicação, ou limita-se a apresentar uma referência do tipo «Vi na calculadora»..... 0

2. A solução da equação deve ser cotada, independentemente de o examinando ter, ou não, explicado o método utilizado, de acordo com o seguinte critério:

Solução pertencente ao intervalo $[22,639 ; 22,640]$ 3

Solução fora do intervalo anterior, mas pertencente ao intervalo $[22,635 ; 22,645]$ 2

Solução fora do intervalo anterior, mas pertencente ao intervalo $[22,630 ; 22,650]$ 1

Outros resultados 0

2.1. 12

$\lim_{x \rightarrow -\pi^+} f(x) = -\infty$ 3

Concluir que a recta de equação $x = -\pi$ é assíntota vertical do gráfico de f 2

$\lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) = -\infty$ 3

Concluir que a recta de equação $x = \pi$ é assíntota vertical do gráfico de f 2

Justificar que o gráfico de f não tem outras assíntotas 2

2.2. 13

$f'(x) = \frac{-\operatorname{sen} x (1 + \cos x) + \operatorname{sen} x \cos x}{(1 + \cos x)^2}$ 3

$f'(x) = \frac{-\operatorname{sen} x}{(1 + \cos x)^2}$ 1

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ 2

Estudar o sinal de f' (que pode ser apresentado através de um quadro) 5

$f(0) = \frac{1}{2}$ 2

2.3. 12

Abcissa de $P = \frac{\pi}{2}$ 5

Escrever a equação $f(x) = 0$ 2

Solução positiva da equação 3

Abcissa de $Q = \frac{\pi}{3}$ 5

Escrever a equação $f(x) = \frac{1}{3}$ 2

Solução positiva da equação 3

Área pedida = $\frac{5\pi}{36}$ 2

3.1. 11

Este exercício pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos:

1.º Processo

Número pedido = $3 \times {}^{24}A_2$ (ver nota) 10

Número pedido = 1 656 1

2.º Processo

Número pedido = ${}^{24}C_2 \times 3!$ (ver nota) 10

Número pedido = 1 656 1

V.S.F.F.

135/C/5

Nota:

Indicam-se a seguir possíveis respostas do examinando, no que respeita à escrita do número pedido, com a respectiva cotação a atribuir.

Número correcto	10
${}^{24}A_2$	6
${}^{24}C_2$	4

3.2. 11

Este exercício pode ser resolvido por, pelo menos, três processos:

1.º Processo

Número pedido = ${}^{25}A_3 - ({}^{15}A_3 + {}^{10}A_3)$ (ver nota) 10

Número pedido = 10 350 1

2.º Processo

Número pedido = $3 \times 15 \times {}^{10}A_2 + 3 \times 10 \times {}^{15}A_2$ (ver nota) 10

Número pedido = 10 350 1

3.º Processo

Número pedido = $15 \times {}^{10}C_2 \times 3! + 10 \times {}^{15}C_2 \times 3!$ (ver nota) 10

Número pedido = 10 350 1

Nota:

Indicam-se a seguir possíveis respostas do examinando, no que respeita à escrita do número pedido, com a respectiva cotação a atribuir.

Número correcto	10
$15 \times {}^{10}A_2 + 10 \times {}^{15}A_2$	7
$15 \times {}^{10}C_2 + 10 \times {}^{15}C_2$	6
${}^{10}A_2 + {}^{15}A_2$	4
${}^{10}C_2 + {}^{15}C_2$	3
${}^{10}A_3 + {}^{15}A_3$	3

4.1. 12

Este exercício pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos:

1.º Processo

Indicar as coordenadas de C 1

Indicar as coordenadas de D 1

Determinar as coordenadas de dois vectores paralelos ao plano ACD 3

Indicar as coordenadas de um vector director da recta..... 3

Verificar que o vector director da recta é perpendicular aos dois vectores do plano 4

2.º Processo

Indicar as coordenadas de C 1

Indicar as coordenadas de D 1

Determinar as coordenadas de dois vectores paralelos ao plano ACD 3

Determinar as coordenadas de um vector normal ao plano ACD 2

Indicar as coordenadas de um vector director da recta..... 3

Verificar que o vector director da recta é colinear com o vector normal ao plano 2

4.2. 12

Coordenadas do centro do octaedro 4

Raio da superfície esférica 4

Equação pedida 4

4.3. 12

Caracterização do quadrilátero (losango) 3

Aresta do octaedro = $\sqrt{2}$ 3

Altura de uma face do octaedro = $\sqrt{\frac{3}{2}}$ ou $\frac{\sqrt{6}}{2}$ 5

Perímetro pedido = $4\sqrt{\frac{3}{2}}$ ou $2\sqrt{6}$ 1