

# EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

12.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 286/89, de 29 de Agosto)  
Cursos de Carácter Geral e Cursos Tecnológicos

Duração da prova: 90 min + 30 min de tolerância  
1997

1.ª FASE  
2.ª CHAMADA

## PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA

### COTAÇÕES

Grupo I ..... 81 pontos

Para cada questão:

Resposta certa..... +9  
Resposta errada ..... -3  
Questão não respondida ou anulada ..... 0

Um total inferior a zero neste grupo vale 0 pontos.

Grupo II ..... 67 pontos

1 ..... 20  
2 ..... 47  
a)..... 5  
b)..... 18  
c)..... 16  
d)..... 8

Grupo III ..... 52 pontos

a) ..... 10  
b) ..... 12  
c) ..... 10  
d) ..... 20

Total ..... 200 pontos

## CRITÉRIOS DE CORRECÇÃO

### CRITÉRIOS GERAIS

A cotação a atribuir a cada alínea deverá ser sempre um número inteiro.

O professor deverá valorizar o raciocínio e a criatividade do examinando em todas as questões.

Algumas questões da prova podem ser correctamente resolvidas por mais do que um processo. Sempre que um examinando utilizar um processo de resolução não contemplado nestes critérios, caberá ao professor, que corrigir a prova, adoptar um critério de distribuição da cotação que julgue adequado e utilizá-lo, sempre que qualquer outra prova apresente uma resolução do mesmo tipo.

Pode acontecer que um examinando, ao resolver uma questão, não explicitar todos os passos previstos nas distribuições apresentadas nestes critérios. Todos os passos não expressos pelo examinando, mas cuja utilização e/ou conhecimento estejam implícitos na sua resolução, devem receber a cotação indicada.

Erros ocasionais de contas, que não afectem a estrutura ou o grau de dificuldade da questão, não devem ser penalizados em mais de 10% da cotação atribuída.

### CRITÉRIOS ESPECÍFICOS

#### Grupo I

Deverão ser anuladas todas as questões com resposta de leitura ambígua e todas as questões em que o aluno dê mais do que uma resposta.

As respostas certas são as seguintes:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
D	B	B	C	C	A	B	A	C

Na tabela seguinte indicam-se os pontos a atribuir neste grupo em função do número de respostas certas e do número de respostas erradas.

Resp. erradas Resp. certas	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	9	6	3	0	0	0	0	0	0	
2	18	15	12	9	6	3	0	0		
3	27	24	21	18	15	12	9			
4	36	33	30	27	24	21				
5	45	42	39	36	33					
6	54	51	48	45						
7	63	60	57							
8	72	69								
9	81									

## Grupo II

1. ....20

A probabilidade pedida pode ser obtida por pelo menos três processos, os quais diferem uns dos outros segundo o modelo adoptado para formar o espaço de acontecimentos. Uma vez adoptado o modelo, a técnica de contagem dos casos possíveis e dos casos favoráveis tem obrigatoriamente que ser coerente.

### 1º Processo

O espaço de acontecimentos é o conjunto de maneiras de os doze amigos ocuparem as doze cadeiras.

Número de casos possíveis =  $12!$

Número de casos favoráveis =  $2 \times 6! \times 6!$

### 2º Processo

O espaço de acontecimentos é o conjunto de maneiras de seis amigos do mesmo sexo ocuparem seis de doze cadeiras.

Número de casos possíveis =  $A_6^{12}$

Número de casos favoráveis =  $2 \times 6!$

### 3º Processo

O espaço de acontecimentos é o conjunto de maneiras de escolher seis de doze cadeiras para serem ocupadas por seis amigos do mesmo sexo.

Número de casos possíveis =  $C_6^{12}$

Número de casos favoráveis = 2

Indica-se seguidamente como devem ser distribuídos os 20 pontos:

Número de casos possíveis .....	8
Número de casos favoráveis .....	8
Resultado .....	4

**Nota:** Como se disse acima, a contagem dos casos favoráveis deve ser coerente com a contagem dos casos possíveis. No caso do número de casos possíveis estar correcto, de acordo com algum modelo, e o número de casos favoráveis estar correcto, de acordo com outro modelo, a cotação a atribuir ao conjunto dos dois itens deverá ser 8 pontos.

2.

a) ..... 5

Substituição da variável  $t$  por 0 ..... 2

Cálculo do valor pedido ..... 3

b) ..... 18

Esboço do gráfico (Ver Nota) ..... 10

Coordenadas dos pontos correspondentes aos extremos ..... 3

Indicação do tempo que o Manuel demora a dar uma volta completa ..... 5

**Nota:** A atribuição dos 10 pontos pressupõe o esboço da sinusóide com o domínio e o contradomínio correctos e a indicação dos valores da função nos extremos do intervalo.

c) ..... 16

Resolução da equação em IR (ver Nota) ..... 6

Soluções no intervalo (ver Nota) ..... 6

Tempo pedido ..... 4

**Nota:** É também concebível uma resolução da equação no intervalo dado com base no gráfico da função  $d$ .

d) ..... 8

Indicação do valor ..... 3

Justificação ..... 5

### Grupo III

a) ..... 10

Área da base ..... 3

Escrita da equação ..... 4

Conclusão ..... 3

b) ..... 12

A demonstração pedida pode ser feita por, pelo menos, dois processos diferentes: o primeiro consta da verificação de que os pontos Q, R e V pertencem ao plano definido pela equação dada, pelo que esta, tendo em conta a unicidade do plano definido por três pontos não colineares, é uma equação do plano QRV; o segundo consta da determinação de uma equação do plano QRV, a qual deverá ser equivalente à equação dada.

Indica-se a seguir como devem ser distribuídos os 12 pontos em cada um dos processos:

1º Processo

Coordenadas do ponto R ..... 3  
Verificação de que Q, R e V são pontos do plano definido pela equação do enunciado..... 6  
Justificação de que a equação do enunciado define o plano QRV ..... 3

2º Processo

Coordenadas do ponto R ..... 3  
Escrita de uma equação do plano QRV ..... 6  
Obtenção da equação do enunciado ..... 3

c) ..... 10

Vector perpendicular ao plano QRV ..... 4  
Condição pedida ..... 6

d) ..... 20

Justificação pedida (Ver Nota) ..... 10

Área do quadrado ..... 10

**Nota:** Indica-se a seguir como devem ser distribuídos os 10 pontos, em três processos distintos de fazer esta justificação:

1º Processo:

Condição que define a recta QV ..... 5

Justificação de que M é o ponto de intersecção

da recta QV com o plano definido por  $z=3$  ..... 5

2º Processo:

Justificação de que os pontos V, M e Q são  
colineares e portanto M pertence à recta QV ..... 4

Justificação de que M pertence ao plano  
definido por  $z=3$  ..... 3

Justificação de que M é o ponto de intersecção  
da recta QV com o plano definido por  $z=3$  ..... 3

3º Processo:

Justificação de que M é o ponto médio do  
segmento de recta [QV] ..... 6

Coordenadas de M ..... 4