

## EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

12.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 286/89, de 29 de Agosto)  
Cursos de Carácter Geral e Cursos Tecnológicos

Duração da prova: 120 minutos  
1998

2.ª FASE  
Versão 1

## PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA

## Primeira Parte

Para cada uma das nove questões desta primeira parte, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e **escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde**. Não apresente cálculos. Atenção! Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.

**Cotação:** cada resposta certa, +9 pontos; cada resposta errada, -3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos. Um total negativo nesta primeira parte da prova vale 0 pontos.

1. Qual é o limite da sucessão de termo geral  $u_n = 1 + e^{-n}$  ?

(A)  $-\infty$                       (B)  $+\infty$                       (C) 0                              (D) 1

2. Para um certo número real  $k$ , é **contínua** a função  $m$  definida por

$$m(x) = \begin{cases} e^{2x} + k, & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{\text{sen } x}{x}, & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

O valor de  $k$  é

(A)  $-1$                       (B) 0                              (C) 1                              (D) 2

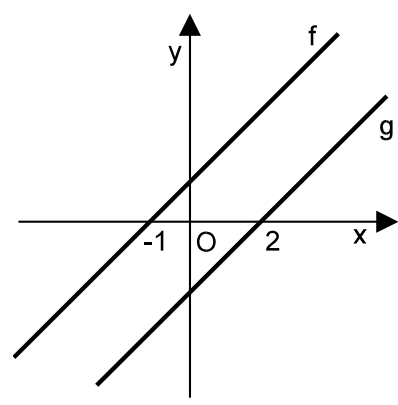
3. Um projectil é lançado verticalmente de baixo para cima.  
Admita que a sua altitude  $h$  (em metros),  $t$  segundos após ter sido lançado, é dada pela expressão

$$h(t) = 100t - 5t^2$$

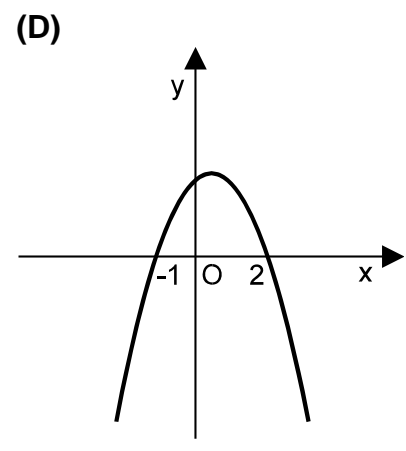
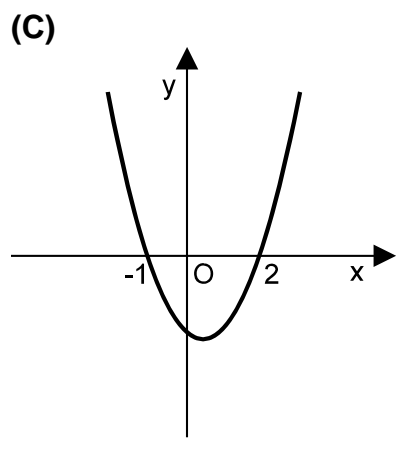
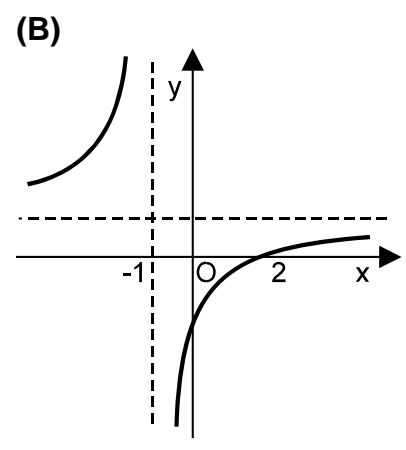
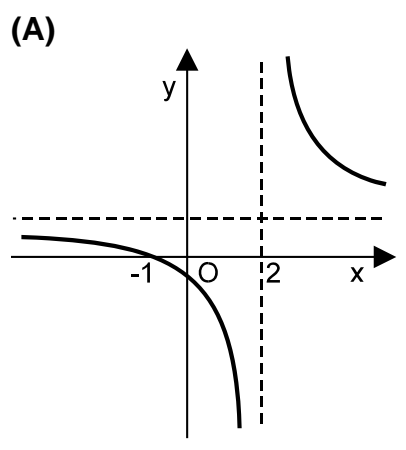
Qual é a **velocidade** (em metros por segundo) do projectil, dois segundos após o lançamento?

(A) 80                              (B) 130                              (C) 170                              (D) 230

4. Na figura estão representadas graficamente duas funções:  $f$  e  $g$ .



Qual dos seguintes gráficos poderá ser o da função  $\frac{f}{g}$  ?



5. Uma hipérbole tem vértices  $V_1(-6, 0)$  e  $V_2(6, 0)$ .  
Seja  $P$  um ponto da hipérbole. A distância de  $P$  a um dos focos é 4.  
Qual é a distância de  $P$  ao outro foco?
- (A) 2                      (B) 8                      (C) 10                      (D) 16
6. Considere, relativamente a um referencial o. n.  $Oxyz$ :
- um plano  $\alpha$ , definido pela equação  $3x - z = 2$
  - uma recta  $r$ , definida pela condição  $x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$
  - um ponto  $P$ , de coordenadas  $(0, 2, 3)$
- Qual das afirmações seguintes é verdadeira?
- (A)  $P$  pertence a  $\alpha$                       (B)  $P$  pertence a  $r$   
(C)  $r$  é paralela a  $\alpha$                       (D)  $r$  é perpendicular a  $\alpha$
7. Considere a esfera definida pela condição  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 \leq 14$ .  
Sabendo que  $[AB]$  é um diâmetro dessa esfera e que  $A$  tem coordenadas  $(1, 1, 1)$ ,  
indique as coordenadas de  $B$ .
- (A)  $(2, 4, 8)$                       (B)  $(3, 5, 7)$                       (C)  $(4, 6, 5)$                       (D)  $(5, 3, 6)$
8. Colocaram-se numa urna doze bolas indistinguíveis pelo tacto, numeradas de 1 a 12.  
Tirou-se uma bola da urna e verificou-se que o respectivo número era par.  
Essa bola não foi repostada na urna.  
Tirando, ao acaso, outra bola da urna, a probabilidade do número desta bola ser par é
- (A)  $\frac{1}{2}$                       (B)  $\frac{1}{4}$                       (C)  $\frac{5}{12}$                       (D)  $\frac{5}{11}$
9. Num torneio de xadrez, cada jogador jogou uma partida com cada um dos outros jogadores.  
Supondo que participaram no torneio dez jogadores, o número de partidas disputadas foi
- (A)  ${}^{10}C_2$                       (B)  ${}^{10}C_9$                       (C)  $10!$                       (D)  $10 \times 9$

## Segunda Parte

Nas questões desta segunda parte apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações que entender necessárias.  
Atenção: pode ser-lhe útil consultar o formulário apresentado no final da prova.

1. Na figura

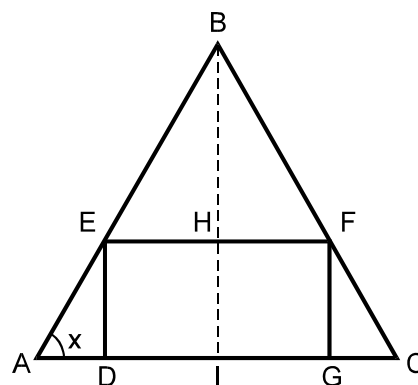
• o triângulo  $[ABC]$  é isósceles ( $\overline{AB} = \overline{BC}$ )

•  $[DEFG]$  é um rectângulo

$$\overline{DG} = 2$$

$$\overline{DE} = 1$$

•  $x$  designa a amplitude do ângulo  $BAC$



a) Mostre que a área do triângulo  $[ABC]$  é dada, em função de  $x$ , por

$$f(x) = 2 + \operatorname{tg} x + \frac{1}{\operatorname{tg} x} \quad \left(x \in ]0, \frac{\pi}{2}[ \right)$$

(Nota: pode ser-lhe útil reparar que  $\widehat{BEF} = \widehat{BAC}$ )

b) Mostre que  $f'(x) = -\frac{\cos(2x)}{\operatorname{sen}^2 x \cdot \cos^2 x}$  ( $f'$  designa a derivada de  $f$ ).

c) Determine o valor de  $x$  para o qual a área do triângulo  $[ABC]$  é mínima.

2. A magnitude  $M$  de um sismo e a energia total  $E$  libertada por esse sismo estão relacionadas pela equação

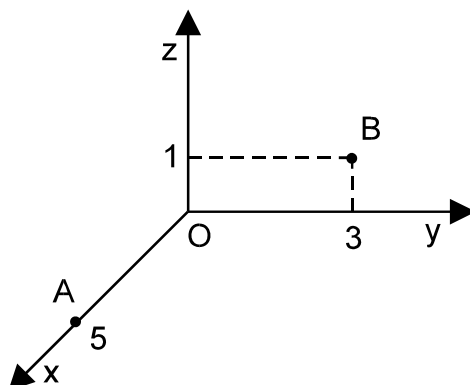
$$\log_{10} E = 5,24 + 1,44 M \quad (\text{a energia } E \text{ é medida em Joule}).$$

a) Um físico português estimou que o terramoto de Lisboa de 1755 teve magnitude 8,6. Mostre que a energia total libertada nesse sismo foi aproximadamente  $4,2 \times 10^{17}$  Joule.

b) A ponte *Vasco da Gama* foi concebida para resistir a um sismo cuja energia total libertada seja cinco vezes a do terramoto de Lisboa de 1755. Qual será a magnitude de um tal sismo? Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às décimas.

3. Um fiscal do Ministério das Finanças vai inspeccionar a contabilidade de sete empresas, das quais três são clubes de futebol profissional. A sequência segundo a qual as sete inspeções vão ser feitas é aleatória. Qual é a probabilidade de que as três primeiras empresas inspeccionadas sejam exactamente os três clubes de futebol? Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondado às unidades.

4. Considere, num referencial o. n.  $Oxyz$ , os pontos  $A(5, 0, 0)$  e  $B(0, 3, 1)$ .



- a) Mostre que a recta  $AB$  está contida no plano de equação  $x + 2y - z = 5$
- b) Determine as coordenadas de um ponto  $C$ , pertencente ao eixo  $Oz$  e de cota positiva, de tal modo que o triângulo  $[ABC]$  seja rectângulo em  $C$ .
- c) Determine o volume do cone que resulta da rotação do triângulo  $[AOB]$  em torno do eixo  $Ox$ .

## Formulário

$$\operatorname{sen}(2x) = 2 \cdot \operatorname{sen} x \cdot \cos x$$

$$\operatorname{cos}(2x) = \operatorname{cos}^2 x - \operatorname{sen}^2 x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\operatorname{cos}^2 x}$$

$$\text{Volume do cone} = \frac{1}{3} \times \text{Área da Base} \times \text{Altura}$$

**FIM**

## COTAÇÕES

**Primeira Parte.....81**

Cada questão certa ..... +9  
Cada questão errada..... - 3  
Cada questão não respondida ou anulada ..... 0

Nota: um total negativo nesta parte da prova vale 0 (zero) pontos.

**Segunda Parte ..... 119**

**1 ..... 41**

a) ..... 15  
b)..... 12  
c)..... 14

**2 ..... 22**

a) ..... 10  
b)..... 12

**3 ..... 20**

**4 ..... 36**

a) ..... 12  
b)..... 12  
c)..... 12

**TOTAL ..... 200**