

EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

12º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei nº 286/89, de 29 de Agosto)
Cursos de Carácter Geral e Cursos Tecnológicos

Duração da Prova: 120 minutos
1998

RESERVA 1

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA

Primeira Parte

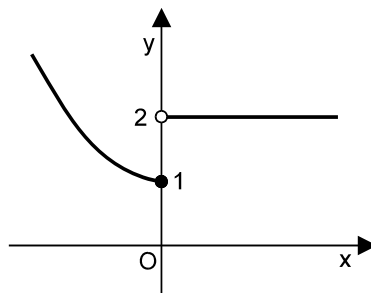
Para cada uma das nove questões desta primeira parte, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e **escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde**. Não apresente cálculos. Atenção! Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.

Cotação: cada resposta certa, +9 pontos; cada resposta errada, -3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos. Um total negativo nesta primeira parte da prova vale 0 pontos.

1. Seja f uma função de domínio \mathbb{R} , injectiva e tal que $f(0) = 0$. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) f não tem zeros
(B) f tem exactamente um zero
(C) f tem exactamente dois zeros
(D) f tem mais do que dois zeros

2. Na figura está parte da representação gráfica de uma função g .



Indique o valor de $g'(0^+)$, derivada lateral direita de g no ponto 0.

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) $+\infty$

3. Pretende-se desenhar um rectângulo com 80 cm de perímetro. Qual das expressões seguintes permite obter a área (em cm^2) do rectângulo, em função do comprimento x (em cm) de um dos seus lados?
- (A) $x \cdot (x - 40)$ (B) $x \cdot (80 - x)$ (C) $x \cdot (40 - x)$ (D) $(x - 80)^2$
4. Qual é o limite da sucessão de termo geral $u_n = \text{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{1}{n}\right)$?
- (A) $-\infty$ (B) $+\infty$ (C) 0 (D) 1
5. Considere, num referencial o. n. xOy , a cónica \mathcal{C} definida por $(x - 3)^2 = 4(y - 1)$. A cónica \mathcal{C} admite como eixo de simetria a recta de equação
- (A) $x = 0$ (B) $x = 3$ (C) $y = 0$ (D) $y = 1$
6. Considere, num referencial o. n. $Oxyz$, a recta r definida por $x = y - 1 \wedge z = 4$. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?
- (A) r é paralela ao plano xOy (B) r contém o ponto $(2, 3, 5)$
(C) r é paralela ao eixo Oz (D) r é concorrente com o eixo Ox
7. Num referencial o. n. $Oxyz$, considere:
- o plano de α , de equação $y = 4$
 - a superfície esférica E , de equação $x^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 4$
- A intersecção da superfície esférica E com o plano α é
- (A) um ponto (B) uma circunferência de raio 1
(C) uma circunferência de raio 2 (D) o conjunto vazio
8. Antes do começo de uma partida de basquetebol, é habitual os 12 intervenientes (os 5 jogadores de cada equipa e os 2 elementos da equipa de arbitragem) disporem-se uns ao lado dos outros para uma fotografia. De quantas maneiras diferentes se podem dispor os 12 intervenientes, se os 2 elementos da equipa de arbitragem ficarem no meio, e os jogadores de cada equipa ficarem todos juntos?
- (A) $2 \times 2 \times 5! \times 5!$ (B) $2 \times 5! \times 5!$
(C) $2 \times 2 \times 5!$ (D) $2 \times 10!$
9. Uma certa linha do triângulo de Pascal é constituída por todos os números da forma ${}^{24}C_p$. Escolhendo ao acaso um número dessa linha, qual é a probabilidade de ele ser 1 ?
- (A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{24}$ (C) $\frac{1}{25}$ (D) $\frac{2}{25}$

Segunda Parte

Nas respostas às questões desta segunda parte apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações que entender necessárias. Atenção: pode ser-lhe útil consultar o formulário apresentado no final da prova.

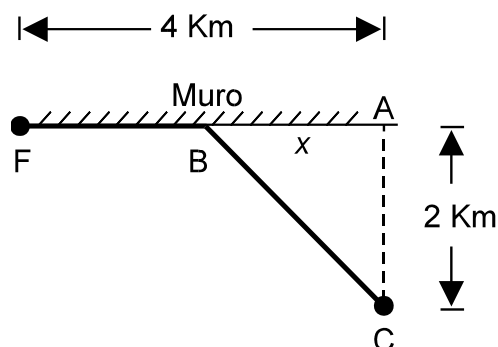
1. Considere a função f , de domínio $[0, 2\pi]$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \ln(\pi - x), & \text{se } 0 \leq x < \pi \\ \cos(2x), & \text{se } \pi \leq x \leq 2\pi \end{cases}$$

- a) Estude f quanto à continuidade.
b) Determine os zeros de f .
c) Seja $\alpha \in [\pi, 2\pi]$ tal que $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. Determine $f(\alpha)$.

2. Pretende-se ligar uma fábrica **F** a uma central de tratamento de resíduos **C**, por meio de uma conduta, conforme a figura.

- A conduta deve seguir ao longo de um muro, até um certo ponto **B**, e daí deve seguir em linha recta até à central de tratamento.
- Designou-se por **A** o ponto do muro mais próximo da central de tratamento.
- A distância da fábrica ao ponto **A** é de 4 Km, e a distância deste ponto à central é de 2 Km.
- Designou-se por x a distância entre **A** e **B** (em quilómetros).



O preço de colocação da conduta é:

- três mil contos por quilómetro, ao longo do muro;
- cinco mil contos por quilómetro, do muro à central de tratamento.

- a) Mostre que o preço de colocação da conduta, em milhares de contos, é dado, em função de x , por

$$p(x) = 12 - 3x + 5\sqrt{x^2 + 4} \quad (x \in]0, 4[)$$

- b) Determine o valor de x para o qual o preço de colocação da conduta é mínimo.

3. Para inaugurar uma ponte em Cegonhas de Baixo, a respectiva Junta de Freguesia vai organizar uma feijoada.

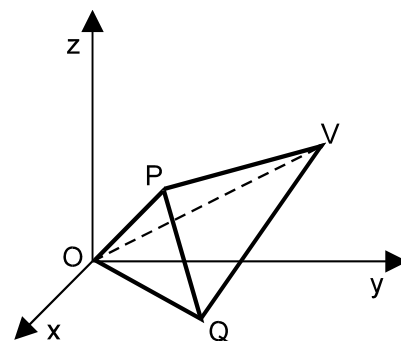
O principal clube desportivo da região, o Cegonhas Futebol Clube, foi convidado a fazer-se representar no almoço por três quaisquer membros da sua direcção. A Sr^a. Manuela Silvestre e o Sr. António Gonçalves são dois dos sete elementos dessa direcção.

Se a escolha dos três representantes for feita por sorteio, entre os sete membros da direcção do clube, qual é a probabilidade de a Sr^a. Manuela Silvestre e o Sr. António Gonçalves irem ambos à feijoada?

Apresente o resultado na forma de uma fracção irredutível.

4. Considere, num referencial o. n. $Oxyz$, uma pirâmide triangular não regular $[OPQV]$. Tem-se que:

- O vértice O da pirâmide é a origem do referencial
- O vértice V tem coordenadas $(0, 4, 2)$
- O vértice Q pertence ao plano xOy
- Uma equação do plano OPQ é $x - y = 0$
- Uma equação do plano PQV é $x + y + z = 6$
- Uma equação do plano OPV é $x + y - 2z = 0$



- a) Mostre que o ponto P tem coordenadas $(2, 2, 2)$ e que o ponto Q tem coordenadas $(3, 3, 0)$.
- b) Mostre que o ângulo OPQ é recto.
- c) Justifique que a recta PV é perpendicular ao plano OPQ e utilize este facto para determinar o volume da pirâmide $[OPQV]$.

Formulário

$$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$$

$$\text{Volume da Pirâmide} = \frac{1}{3} \times \text{Área da Base} \times \text{Altura}$$

FIM

COTAÇÕES

Primeira Parte.....81

Cada questão certa +9
Cada questão errada..... - 3
Cada questão não respondida ou anulada 0

Nota: um total negativo nesta parte da prova vale 0 (zero) pontos.

Segunda Parte 119

1 37
a) 12
b)..... 15
c)..... 10

2 26
a) 11
b)..... 15

3 20

4 36
a) 12
b)..... 12
c)..... 12

TOTAL 200