

Adenda nº 1 aos critérios de classificação do Exame de Matemática - código 435 - 2ª Fase - 2004

1. Esclarecimento de ordem geral

Em cada questão, a cotação está fraccionada, sendo atribuída, a cada uma das etapas (ou sub-etapas) que o examinando deve percorrer, uma certa cotação máxima.

A cotação a atribuir a cada etapa (ou sub-etapa) deve ser dada de acordo com as indicações do critério geral 4.2. Isto significa que não se pode fraccionar ainda mais a cotação.

Exemplificando: se, numa etapa cotada com 5 pontos, o examinando cometer um erro grave (que revele desconhecimento de conceitos, regras ou procedimentos) não podem ser atribuídos mais de 2 pontos a essa etapa.

2. Esclarecimentos específicos

Questão 1.1.

1. Se o examinando passar directamente de $(4 - 3i)^2$ para $7 - 24i$, sem apresentação de cálculos intermédios, deverá ter 0 (zero) pontos nessa etapa, bem como em todas as subsequentes, que dela dependam. O motivo para este procedimento baseia-se na instrução geral que é apresentada no enunciado do grupo II da prova (...apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efectuar...), bem como nos critérios gerais 7 e 8 dos critérios de classificação. De facto, ou o examinando fez o referido cálculo na calculadora, o que está vedado pelo enunciado, ou violou a citada instrução geral. Quer no primeiro caso (por aplicação do critério geral 7), quer no segundo (por aplicação do critério geral 8), deverá ter 0 (zero) pontos na referida etapa, bem como em todas as subsequentes, que dela dependam.

Consideramos que situações do tipo de «*quadrado de um número imaginário (não puro)*» ou de «*produto de dois imaginários (não puros)*» são suficientemente complexas para não se admitir que o examinando escreva directamente o resultado. Não se pode considerar que se trata de uma situação em que se possa aplicar o critério geral 4.5. Apenas se podem considerar abrangidas por este critério as situações onde o cálculo mental é imediato para todos os alunos.

Não proceder desta forma seria abrir um perigoso precedente: até onde se iria admitir que o examinando não apresentasse os cálculos que, por imposição da instrução geral relativa ao grupo II, está obrigado a apresentar?

2. Se o examinando apresentar o resultado final na forma $\frac{a + bi}{1}$ deve ser penalizado em 1 ponto, dado que não apresenta o resultado final na forma pedida.
3. Apresentam-se a seguir possíveis erros do examinando no desenvolvimento do quadrado de $4 - 3i$, com a respectiva cotação a atribuir:

$$(4 - 3i)^2 = 16 - 24i - 9i^2 \quad \dots\dots 1 \text{ ponto (dos 2 previstos para a etapa)}$$

$$(4 - 3i)^2 = 16 - 24i + 3i^2 \quad \dots\dots 1 \text{ ponto (dos 2 previstos para a etapa)}$$

$$(4 - 3i)^2 = 8 - 24i + 6i^2 \quad \dots\dots 0 \text{ pontos (dos 2 previstos para a etapa)}$$

Questão 1.2.

1. Na terceira etapa do 2º processo previsto nos critérios de classificação, os 6 pontos relativos à escrita do argumento só devem ser atribuídos no caso em que essa mesma escrita seja acompanhada por alguma justificação (que poderá assumir a forma de um esquema ou de um desenho).
2. Ainda com respeito à terceira etapa do 2º processo previsto nos critérios de classificação, na nota 1, os 6 pontos relativos à escrita do argumento aparecem subdivididos em 2 + 4. Os 2 primeiros pontos devem ser atribuídos se o examinado evidenciar o conhecimento de que o argumento do conjugado de um complexo é simétrico do argumento desse complexo. Os 4 pontos devem ser atribuídos se o examinado evidenciar o conhecimento de que, ao multiplicar um complexo por i , o argumento é adicionado de $\pi/2$.
3. A resposta $w = 5 \operatorname{cis} \alpha$, $i w = 5 \operatorname{cis} \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right)$ deve ser cotada, de acordo com o 1º processo, em $2+0+5=7$ pontos.
4. O examinando pode escrever 90 (graus), em vez de $\pi/2$ (radianos).
5. Se o examinando resolver o exercício geometricamente, utilizando uma simetria e uma rotação, deve ser cotado por analogia com o primeiro processo (a simetria bem feita é cotada com 3 pontos e a rotação bem feita é cotada com 5 pontos).

Questão 2.1.1.

1. Se o examinando calcular $f'(1)$ pela definição de derivada, as duas primeiras etapas previstas nos critérios fundem-se numa só, que fica a valer 8 pontos (5+3). A cotação a atribuir a esta nova etapa (fusão das duas) deve ser dada de acordo com os critérios gerais 4.1 e 4.2.
2. Uma situação idêntica à do exemplo 4 dos critérios, mas onde o examinando acrescente $f(1) = 1$, deve ser cotada com $5 + 3 + 0 + 4(3 + 1) = 12$ pontos.
No exemplo 4 dos critérios, não existe qualquer evidência de que o valor 1, que o examinando utiliza no cálculo da ordenada na origem, seja $f(1)$ mal calculado. De facto, não só o examinando não manifesta qualquer intenção de calcular $f(1)$, como o valor 1 é o valor obtido pelo examinando para $f'(1)$.
3. Qualquer valor para $f'(1)$ que não resulte de trabalho anterior (cálculo da derivada, pelas regras de derivação ou por definição) deve ser cotado com 0 pontos, bem como toda as etapas subsequentes que dependam deste valor (critério geral 8).

Questão 2.1.2.

1. É atribuído 1 ponto à conclusão de que o gráfico de f não admite assíntota horizontal, quando x tende para $+\infty$. Tal deve ser entendido desta forma: esse ponto deve ser atribuído se o examinando evidenciar o conhecimento de que o gráfico da função não tem assíntota horizontal, quando é infinito o limite de $f(x)$, ou de $f(x)/x$, quando x tende para infinito.
É também atribuído 1 ponto à conclusão de que o gráfico de f admite assíntota horizontal, quando x tende para $-\infty$. Tal deve ser entendido desta forma: esse ponto deve ser atribuído se o examinando evidenciar o conhecimento de que o gráfico da função tem assíntota horizontal, quando é finito o limite de $f(x)$, quando x tende para infinito.
2. Não se exige a escrita da equação da assíntota horizontal ($y = 0$). Basta referir a existência de assíntota horizontal, quando x tende para $-\infty$ (o enunciado pede para estudar a função, quanto à **existência** de assíntotas).
3. Não se aceita, para levantar a indeterminação, um argumento do tipo «*o numerador cresce mais rapidamente do que o denominador*», por falta de rigor científico de uma tal frase. De facto, $2x$ também cresce mais rapidamente do que x , e, no entanto, não é verdade que $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x/x) = +\infty$. Uma justificação deste tipo deve ser cotada da mesma forma que uma não justificação, ou seja, de acordo com a nota 2 dos critérios.
4. Na «*cotação a atribuir*» ao exemplo 1 dos critérios existe uma correcção a fazer:
onde está
 $3(2 + 1 + 0) + 1(0 + 1) + 1(0 + 0 + 1) = 5$
deve estar
 $3(2 + 1 + 0) + 1(0 + 1) + 0(0 + 0 + 0) = 4$

Questão 2.2.

1. Em situação idêntica à do exemplo 1 dos critérios, mas onde o examinando não apresenta a conclusão $a \approx 0,15$ e $b \approx 2,27$, devem ser atribuídos
 $4 + 4 + 4 = 12$ pontos.
Numa situação idêntica à do exemplo 1 dos critérios, mas onde o examinando indica também as ordenadas dos pontos e não apresenta a conclusão $a \approx 0,15$ e $b \approx 2,27$, devem ser atribuídos
 $4 + 3 + 3 = 10$ pontos.
2. Aceita-se uma resolução em que o examinando apresenta o gráfico da função que toma o valor 0, se x não é solução da inequação e que toma o valor 1, se x é solução da inequação. Na cotação a atribuir, deve ter-se em conta que se considera que este gráfico está correctamente apresentado se:
 - os segmentos verticais (correspondentes aos pontos de descontinuidade da função) estiverem a tracejado;
 - as bolas abertas e fechadas estiverem devidamente assinaladas (as bolas fechadas devem estar assinaladas na parte do gráfico contida na recta de equação $y = 1$);
 - os valores aproximados das abcissas dos pontos de descontinuidade estiverem devidamente assinalados.


3. Se o examinando, enveredando pelo processo do exemplo 4, se engana a passar a expressão que está no segundo membro para o primeiro, e obtém, no primeiro membro, a expressão de uma função que só tem um zero, deve ser cotado com $2 + 0 + 0 = 2$ pontos.
4. A escrita do intervalo $[0, 15 ; 2, 27]$ está formalmente incorrecta (pois, por exemplo, 2,269 pertence ao intervalo e não é solução da inequação).
Como tal, a escrita do intervalo deve ser penalizada em 1 ponto.
Os extremos do intervalo são números irracionais
(são as soluções da equação $3 + \ln x = \frac{e^x - 1}{x}$).
O que se pede não é o intervalo, que não se pode pedir, mas sim valores (arredondados às centésimas) dos extremos do intervalo.
5. A escrita do intervalo $]0, 15 ; 2, 27[$ também está formalmente incorrecta.
Como tal, a escrita deste intervalo também deve ser penalizada em 1 ponto.

Questão 3.2.

1. Na nota 3 é indicada uma penalização para o caso de o examinando não respeitar a indicação de conservação de um mínimo de duas casas decimais, nos cálculos intermédios. Aceita-se, contudo, sem penalização, a escrita de 8,7 (em vez de 8,70), desde que seja o único caso de não respeito da referida instrução.
2. Se, numa situação idêntica à do exemplo 6 dos critérios, o examinando escrever $d^2 = 2, 25^2 \times 2, 5^2$, donde $d \approx 5,6$, em vez de $d^2 = 2, 25^2 + 2, 5^2$, donde $d \approx 3,4$, deverão ser atribuídos 4 pontos na etapa relativa à aplicação do Teorema de Pitágoras. Estes 4 pontos têm a seguinte justificação: a etapa vale 8 pontos; o examinando comete um erro grave; pelo critério geral 4.2 não pode ter mais do que 4 pontos; por outro lado, o examinando revela perceber que a chave da resolução do problema está na aplicação do referido teorema e revela possuir alguma ideia do mesmo. Parece, portanto, razoável atribuir 4 pontos.
3. Se, numa situação idêntica à do exemplo 6 dos critérios, o examinando escrever $d = 2, 25^2 + 2, 5^2$, donde $d \approx 11,3$, em vez de $d^2 = 2, 25^2 + 2, 5^2$, donde $d \approx 3,4$, deve receber igualmente 4 pontos na etapa relativa à aplicação do Teorema de Pitágoras.
Se o examinando escrever a igualdade $d^2 = 2, 25^2 + 2, 5^2$, e depois se esquecer de determinar a raiz quadrada da soma $2, 25^2 + 2, 5^2$, comete um erro de distração. Deve ser penalizado em 1 ponto.
4. O examinando pode não utilizar o Teorema de Pitágoras e utilizar um caminho trigonométrico. Também neste caso, a última etapa (8 pontos) deve ser cotada de acordo com os critérios gerais 4.1 e 4.2.

Questão 4.

A apresentação de uma tabela do tipo

α	0		1
f''	0	–	0
f			

deve ser cotada com 0 (zero) pontos.

Questão 5.1.

Se o examinando escrever, por exemplo, $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{3}$ e depois justificar correctamente o valor $1/3$, utilizando o 1º processo, considera-se que o examinando resolveu o problema pelo 1º processo e não pelo 2º processo.

Neste caso, a nota 2, relativa ao 2º processo, não é aplicável.

Mesmo assim, considera-se que se deve penalizar em 3 pontos a resposta do examinando, pelo facto de a fórmula estar incorrecta (apesar de não ter sido utilizada).

Questão 5.2.

A nota 4 deve ser entendida da seguinte forma: se o examinando indicar apenas o número de casos favoráveis ou apenas o número de casos possíveis, deve receber a cotação indicada (2 pontos), dado que se trata de uma resposta incompleta.

Já a escrita de uma fracção que não seja uma das apresentadas deve merecer a cotação indicada (0 pontos), dado que se trata de uma resposta errada. Isto significa que uma resposta onde se indique que a probabilidade pedida é, por exemplo, $5^2/6^2$ deve ser cotada com 0 pontos (apesar do numerador, correspondente ao número de casos favoráveis, estar correcto).

Questão 6.

É importante destacar que, nesta questão, o que se está a avaliar é a capacidade de comunicação, isto é, a capacidade de explicar, em linguagem clara, um certo raciocínio. Portanto, não se está simplesmente a avaliar se o examinando sabe resolver o problema. Pretende-se mais do que isso: pretende-se que o examinando consiga explicar claramente a expressão do enunciado, utilizando uma linguagem rigorosa, do ponto de vista matemático. Assim, a utilização da grelha de classificação desta questão deve ter como pano de fundo estas considerações.