

## EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO 2012

- 2.ª FASE -

DOCUMENTO GAVE

DISCIPLINA: MATEMÁTICA A \_ PROVA 635

Grupo II

Item 1.1. (15 pontos)

**Situação 1:** O examinando escreve apenas  $i^{4n-6} = -1$ Classificação proposta: 1(1(0+0+1)+0+0)+0**Situação 2:** O examinando escreve  $i^{4n-6} = i^{-6} = -1$ , calcula  $2cis\left(-\frac{\pi}{6}\right)$  na forma algébrica,obtém o numerador na forma algébrica e calcula  $\frac{-i}{2cis\left(\frac{\pi}{5}\right)}$  na forma trigonométrica.Classificação proposta: 15**Situação 3:** O examinando escreve  $\frac{\sqrt{3} \times i^{4n-6}}{2cis\left(\frac{\pi}{5}\right)} + \frac{2cis\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{2cis\left(\frac{\pi}{5}\right)}$ , calcula  $i^{4n-6}$ , escreve  $-\sqrt{3}$  na

forma trigonométrica e efetua corretamente as divisões na forma trigonométrica.

Classificação proposta: 3 (3+0+0)+6

**Item 1.2. (15 pontos)**

**Situação 1:** O examinando escreve  $z_2 = cis\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = i cis\alpha$ , resolve corretamente e conclui o pretendido (a imagem geométrica de  $z_1 + z_2$  pertence ao 2.º quadrante).

**Classificação proposta:** 15 (CG4)

Adaptação do critério específico

Escrever $z_1 + z_2 = cis\alpha + cis\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$ .....	1 ponto
Escrever $cis\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = cis\alpha \times cis\left(\frac{\pi}{2}\right)$ .....	2 pontos
Escrever $cis\left(\frac{\pi}{2}\right) = i$ .....	1 ponto
Escrever $z_1 + z_2 = cis\alpha + i cis\alpha$ .....	1 ponto
Obter $z_1 + z_2 = cis\alpha (1 + i)$ .....	1 ponto
Escrever $1 + i = \sqrt{2} cis\left(\frac{\pi}{4}\right)$ .....	1 ponto
Obter $z_1 + z_2 = \sqrt{2} cis\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ .....	2 pontos
Concluir que, se $\alpha \in \left] \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right[$ então $\alpha + \frac{\pi}{4} \in \left] \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4} \right[$ .....	4 pontos
Concluir que $\alpha + \frac{\pi}{4}$ pertence ao 2.º quadrante .....	1 ponto
Concluir o pretendido .....	1 ponto

**Item 2.1. (15 pontos)**

**Situação 1:** O examinando utiliza um arredondamento incorreto, escreve, por exemplo,  $P(5,7 < Y < 7,3) \approx 0,9$ , escreve a expressão que dá o valor pedido e calcula o valor pedido.

**Classificação proposta:** 14 (CG13)

**Situação 2:** O examinando escreve, por exemplo,  $P(5,7 < Y < 7,3) = 0,4$ , e utiliza esse valor para determinar o valor aproximado da probabilidade pedida.

**Classificação proposta:** 0(CG11)+8+2

**Item 3. (15 pontos)**

**Situação 1:** O examinando conclui o pretendido, utilizando a propriedade  $P(A \cap B | B) = 1 - P(\overline{A \cap B} | B)$

**Classificação proposta:** 15 (CG4)

Adaptação do critério específico

A resposta do examinando deve incluir os pontos seguintes.

- $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$  ou  $P(\overline{A \cap B} | B) = \frac{P((A \cap B) \cap B)}{P(B)}$
- $P(\overline{A \cap B} | B) = 1 - P(A \cap B | B)$
- $(A \cap B) \cap B = A \cap B$

Níveis	Descritores do nível de desempenho no domínio específico da disciplina	Pontuação
4	A resposta apresenta corretamente os três pontos e a conclusão pretendida.	15
3	A resposta apresenta corretamente os três pontos, mas não apresenta a conclusão pretendida	11
2	A resposta apresenta corretamente apenas dois dos três pontos.	7
1	A resposta apresenta corretamente apenas um dos três pontos.	3

**Situação 2:** O examinando escreve  $P(\overline{A \cap B} \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$ , ilustrando com um Diagrama de Venn, e conclui o pretendido.

**Classificação proposta:** 15 (CG4)

Adaptação do critério específico

A resposta do examinando deve incluir os pontos seguintes.

- $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$  ou  $P(\overline{A \cap B} \cap B) = \frac{P(\overline{A \cap B} \cap B)}{P(B)}$
- $P(\overline{A \cap B} \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$

Níveis	Descritores do nível de desempenho no domínio específico da disciplina	Pontuação
3	A resposta apresenta corretamente os dois pontos e a conclusão pretendida.	15
2	A resposta apresenta corretamente os dois pontos, mas não apresenta a conclusão pretendida.	11
1	A resposta apresenta corretamente apenas um dos dois pontos.	3

Item 4.3. (20 pontos)

**Situação 1:** O examinando escreve  $g'(x) = -\frac{e^{4x}}{x}$ , determina  $g''$ , estuda a função  $g$  quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

Classificação proposta: 20 (CG4)

Adaptação do critério específico

Obter $g'(x) = -\frac{e^{4x}}{x}$ .....	3 pontos
Escrever $g''(x) = \left(-\frac{e^{4x}}{x}\right)'$ .....	1 ponto
Determinar $g''$ .....	8 pontos
Escrever $\frac{(-e^{4x})'x - (-e^{4x})x'}{x^2}$ .....	1 ponto
Determinar $(-e^{4x})'$ .....	2 pontos
Determinar $(x)'$ .....	1 ponto
Obter $g''$ .....	4 pontos
Estudar a função $g$ quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico .....	6 pontos
Concluir que o gráfico de $g$ tem um ponto de inflexão .....	2 pontos

**Situação 2:** O examinando determina corretamente  $g''$ , estuda a função  $g$  quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão, recorrendo a um quadro.

Classificação proposta: 20 (CG4)

Adaptação do critério específico

Determinar $g''$ .....	12 pontos
Estudar a função $g$ quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão, recorrendo a um quadro ...	8 pontos
Preencher a primeira linha do quadro (relativa à variável $x$ , de acordo com o domínio da função) .....	2 pontos
Indicar o sinal de $g''$ .....	2 pontos
Relacionar o sinal de $g''$ com o sentido da concavidade do gráfico de $g$ .....	2 pontos
Concluir que o gráfico de $g$ tem um ponto de inflexão ...	2 pontos

Item 5. (15 pontos)

**Situação 1:** O examinando reproduz a bissetriz dos quadrantes pares e parte do gráfico da função  $h(x) = e^x + \ln(x^2) + 3$  de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ , assinala dois pontos de interseção, um ponto  $A$  no 2.º quadrante e um ponto  $B$  no 4.º quadrante, indica as coordenadas dos pontos com arredondamento às centésimas e apresenta o valor da distância entre os pontos assinalados.

Classificação proposta: 3(1+2)+1+1+0+1+1+5

**Situação 2:** O examinando reproduz a bissetriz dos quadrantes ímpares e parte do gráfico da função  $h(x) = e^x + \ln(x^2) + 3$  de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ , assinala dois pontos de interseção, um ponto  $A$  no 1.º quadrante e um ponto  $B$  no 3.º quadrante, indica as coordenadas dos pontos com arredondamento às centésimas e apresenta o valor da distância entre os pontos assinalados.

Classificação proposta: 1(1+0)+1+0+1+1+1+5

Item 6.2 (15 pontos)

**Situação 1:** O examinando obtém  $tg x = \frac{11}{16}$ , refere que a função tangente é contínua em  $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{5}\right]$  e mostra, recorrendo ao teorema de Bolzano, que existe um valor de  $x$  compreendido entre  $\frac{\pi}{12}$  e  $\frac{\pi}{5}$  para o qual  $tg x = \frac{11}{16}$

Classificação proposta: 15 (CG4)

Adaptação do critério específico

Escrever $a(x) = 5$ .....	1 ponto
Obter $tg x = \frac{11}{16}$ .....	1 ponto
Calcular $tg\left(\frac{\pi}{12}\right)$ .....	2 pontos
Calcular $tg\left(\frac{\pi}{5}\right)$ .....	2 pontos
Escrever $tg\left(\frac{\pi}{12}\right) < \frac{11}{16} < tg\left(\frac{\pi}{5}\right)$ (ou equivalente) .....	4 pontos
Referir que a função tangente é contínua.....	3 pontos
Concluir o pretendido, referindo o teorema de Bolzano.....	2 pontos