

**EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO 2013**
**- 1.ª FASE -**
**DISCIPLINA: MATEMÁTICA A \_ PROVA 635**
**Grupo II**
**Item 1.1. (15 pontos)**

**Situação 1:** O examinando escreve  $2\text{cis}\frac{3\pi}{4} = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i$ , obtém  $z_1$  na forma algébrica, calcula  $\frac{z_1}{z_2}$  na forma algébrica, refere que  $\sqrt[4]{w} = \frac{z_1}{z_2}$ , determina  $w$  na forma trigonométrica e obtém  $w$  na forma algébrica.

Classificação proposta: 15+(-1)(CG20)

**Situação 2:** O examinando escreve  $2\text{cis}\frac{3\pi}{4} = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i$ , obtém  $z_1$  na forma algébrica, calcula  $\frac{z_1}{z_2}$  na forma algébrica, refere que  $w = \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^4$  e determina  $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^4$  na forma algébrica.

Classificação proposta: 2+1+3+3+6

Adaptação do critério específico

Escrever  $2\text{cis}\frac{3\pi}{4}$  na forma algébrica ..... 2 pontos

Obter  $z_1$  na forma algébrica ..... 1 ponto

Escrever  $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)$  na forma algébrica ..... 3 pontos

Referir que  $w = \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^4$  ..... 3 pontos

Determinar  $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^4$  na forma algébrica ..... 6 pontos

Escrever  $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^4 = \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2 \times \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2$  (ou equivalente)... 2 pontos

Calcular  $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2$  ..... 2 pontos

Obter  $w$  na forma algébrica ..... 2 pontos

**Item 1.2. (10 pontos)**

**Situação 1:** O examinando determina  $z_3 + \bar{z}_2$  na forma algébrica, escreve  $\sin \alpha - 1 = 0$  e obtém  $\alpha = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Classificação proposta: 4+3+1(CG13)

**Situação 2:** O examinando determina  $z_3 + \bar{z}_2$  na forma algébrica, escreve  $\sin \alpha - 1 = 0$  e conclui que  $\alpha = -\frac{3\pi}{2}$

Classificação proposta: 10

**Situação 3:** O examinando substitui  $z_3$  por  $a + bi$ , determina  $z_3 + \bar{z}_2$  na forma algébrica, escreve  $b = 1 \wedge |z_3| = 1$  e conclui que  $z_3 = i$  e que  $\alpha = -\frac{3\pi}{2}$

Classificação proposta: 10

**Situação 4:** O examinando substitui  $z_3$  por  $a + bi$ , determina  $z_3 + \bar{z}_2$  na forma algébrica, escreve  $b = 1$  e conclui que  $z_3 = i$  e que  $\alpha = -\frac{3\pi}{2}$ .

Classificação proposta: 4+1(CG13)+3

**Item 2.1. (15 pontos)**

**Situação 1:** O examinando refere que a caixa tem, por exemplo, 50 bolas. Resolve o item partindo deste pressuposto e obtém a probabilidade pedida.

Classificação proposta: 15

Item 2.2. (15 pontos)

**Situação 1:** O examinando escreve  $\frac{\frac{3}{5}^n C_2}{n C_2} = \frac{7}{20}$  e determina  $n$

Classificação proposta: 15 (CG4)

Adaptação do critério específico

Seja  $C$  o acontecimento «as duas bolas são brancas». Podem ser admitidas outras designações para o acontecimento.

Referir que, se existem  $n$  bolas, então estão  $\frac{2}{5} \times n$  bolas pretas na caixa

OU estão  $\frac{3}{5} \times n$  bolas brancas na caixa ..... 3 pontos

Escrever  $P(C) = \frac{7}{20}$  (ou equivalente)..... 2 pontos

Determinar ..... 10 pontos

Escrever  $\frac{\frac{3}{5}^n C_2}{n C_2} = \frac{7}{20}$  ..... 2 pontos

Escrever  $\frac{0,6^n C_2}{n C_2} = \frac{(0,6n)!}{\frac{(0,6n-2)! \times 2!}{n! (n-2)! \times 2!}}$  ..... 3 pontos

Obter  $\frac{0,6(0,6n-1)}{n-1}$  ..... 3 pontos

Obter  $n$  ..... 2 pontos

**Situação 2:** O examinando considera  $n = 25$ , refere que, nesse caso, há 10 bolas pretas e 15 bolas brancas e verifica que a probabilidade de ambas as bolas serem brancas é  $\frac{7}{20}$

Classificação proposta: 0+2+5(CG12)

**Situação 3:** O examinando refere que a probabilidade de a primeira bola ser branca é  $\frac{3}{5}$ , que a probabilidade de ambas as bolas serem brancas é  $\frac{3}{5} \times \frac{x-1}{n-1}$ , e afirma que  $\frac{3}{5} \times \frac{x-1}{n-1}$  é igual a  $\frac{7}{20}$  se  $x-1$  for 14 e  $n-1$  for 24, concluindo que  $n = 25$

Classificação proposta: 0+2+5(CG12)

**Item 3. (15 pontos)**

**Situação 1:** O examinando escreve  $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A}) + P(\overline{B}) - P(\overline{A} \cap \overline{B})$ , calcula  $P(\overline{A} \cap \overline{B})$  e obtém  $P(A)$

Classificação proposta: 15 (CG4)

Adaptação do critério específico

Escrever  $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A}) + P(\overline{B}) - P(\overline{A} \cap \overline{B})$  ..... 2 pontos

Obter  $P(\overline{B})$  ..... 2 pontos

Obter  $P(\overline{A}) - P(\overline{A} \cap \overline{B})$  ..... 2 pontos

Escrever  $P(\overline{A} | \overline{B}) = \frac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{B})}$  ..... 2 pontos

Obter  $P(\overline{A} | \overline{B})$  ..... 2 pontos

Obter  $P(\overline{A})$  ..... 3 pontos

Obter  $P(A)$  ..... 2 pontos

**Item 4.1. (15 pontos)**

**Situação 1:** O examinando calcula apenas  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ , escrevendo  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{4(e^{4x} - 1)}{4x} = 4$

Classificação proposta: 7+0+0

**Situação 2:** O examinando determina apenas  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ , utilizando processos cientificamente corretos, não devidamente justificados, e escreve  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x \ln x) = 0$

Classificação proposta: 4(1+3(CG13))+1(1+0(CG7))+0

**Item 4.2. (15 pontos)**

**Situação 1:** O examinando determina  $g'(x)$ , determina o zero de  $g'(x)$  em  $]0, +\infty[$ , estuda  $g$  quanto à monotonia em  $]0, +\infty[$  e conclui que  $g$  tem um mínimo em  $]0, +\infty[$ , apresentando uma tabela.

Classificação proposta: 6+2+4+1+0

**Situação 2:** O examinando determina  $g'(x)$ , determina o zero de  $g'(x)$  em  $]0, e]$ , estuda  $g$  quanto à monotonia em  $]0, e]$  e conclui que  $g$  tem dois extremos em  $]0, e]$ , apresentando uma tabela.

Classificação proposta: 15

**Item 4.3. (15 pontos)**

**Situação 1:** O examinando equaciona o problema, digita  $\ln(x^2)$  em vez de  $\ln^2 x$ , reproduz o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) e obtém as abcissas de dois pontos.

Classificação proposta: 7+4+2(CG9)

**Situação 2:** O examinando equaciona incorretamente o problema, escreve  $g(x) = \frac{2}{3}$ , digita  $\ln(x^2)$  em vez de  $\ln^2 x$ , reproduz o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) e obtém a abcissa de um ponto.

Classificação proposta: 5(3+2)+4+1(CG9)

**Situação 3:** O examinando considera  $\overline{AB} = 2$ , equaciona o problema, escrevendo  $|g(x)| = 1$ , reproduz o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) e obtém as abcissas de três pontos.

Classificação proposta: 6(CG11)+4+3(2+1)

**Item 6. (15 pontos)**

**Situação 1:** O examinando equaciona o problema, determina  $g'(x)$ , escreve

$$g'\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 2 \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \text{ e conclui que } a = -\frac{\pi}{6}$$

Classificação proposta: 15

**Item 7. (15 pontos)**

**Situação 1:** O examinando apenas calcula  $f(-a) - f(0)$  e  $f(0) - f(a)$  e escreve  $(f(-a) - f(0)) \times (f(0) - f(a)) < 0$

Classificação proposta: 0+0+2+2+3+0+0

**Situação 2:** O examinando não refere que  $f(x) = f(x+a)$  é equivalente a  $f(x) - f(x+a) = 0$ , mas conclui que a condição  $f(x) = f(x+a)$  tem, pelo menos, uma solução em  $] -a, 0[$ , referindo o teorema de Bolzano.

Classificação proposta: 0