

Teste Intermédio
Matemática A

Versão 1

GRUPO I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro opções, das quais só uma está correcta.
- Escreva, na sua folha de respostas, **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à opção que seleccionar para responder a esse item.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**
- Se apresentar mais do que uma opção, ou se a letra transcrita for ilegível, a resposta será classificada com zero pontos.

1. Considere, num referencial o.n. xOy , a recta r que intersecta o eixo Ox no ponto de abcissa 2 e que intersecta o eixo Oy no ponto de ordenada 8

Qual é a equação reduzida da recta r ?

(A) $y = -4x + 8$

(B) $y = 4x + 8$

(C) $y = -2x + 4$

(D) $y = 2x + 4$

2. Considere a função g , de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = |x| + 3$

Qual das equações seguintes tem duas soluções distintas?

(A) $g(x) = 1$

(B) $g(x) = 2$

(C) $g(x) = 3$

(D) $g(x) = 4$

3. Sejam a , b e c três números reais.

Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$

Sabe-se que:

• $a > 0$

• a função f tem um único zero, que é o número real 5

Qual é o contradomínio de f ?

(A) $] - \infty, 0]$

(B) $[0, + \infty[$

(C) $] - \infty, 5]$

(D) $[5, + \infty[$

4. Seja f a função cujo gráfico está representado na figura 1.

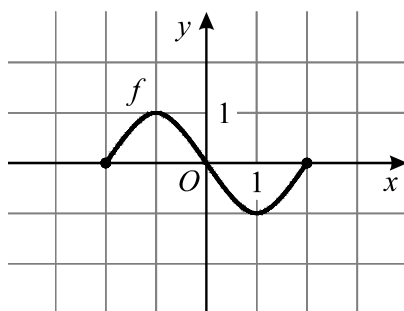
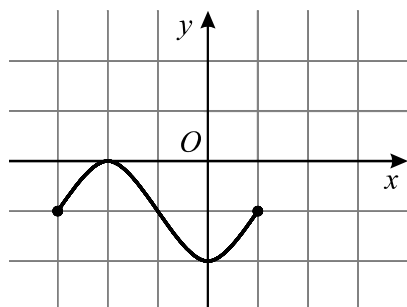


Figura 1

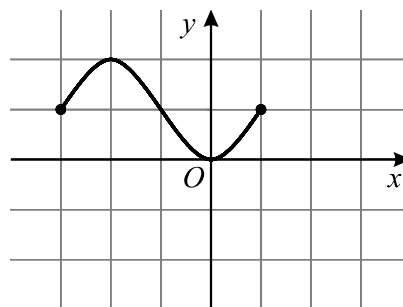
Seja h a função definida por $h(x) = f(x - 1) + 1$

Em qual das opções seguintes pode estar representado o gráfico da função h ?

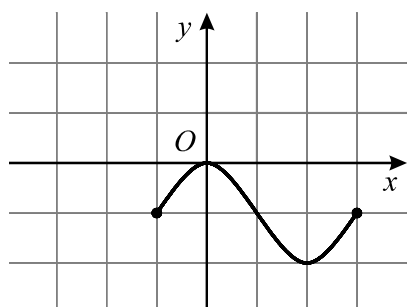
(A)



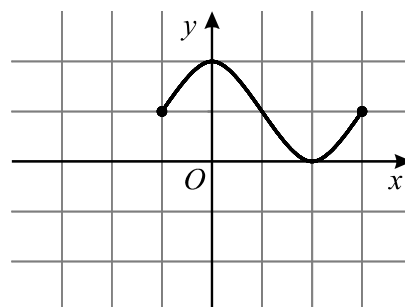
(B)



(C)



(D)



5. Considere a função g , de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = \begin{cases} x + \frac{1}{6} & \text{se } x \leq 1 \\ x + \frac{1}{2} & \text{se } x > 1 \end{cases}$

Qual é o valor de $g\left(\frac{2}{3}\right)$?

(A) $\frac{1}{3}$

(B) $\frac{3}{5}$

(C) $\frac{5}{6}$

(D) $\frac{7}{6}$

GRUPO II

Nas respostas aos itens deste grupo, apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

1. Na figura 2, estão representados, num referencial o.n. $Oxyz$, um prisma quadrangular regular e uma pirâmide.

A base da pirâmide, $[OPQR]$, está contida no plano xOy e coincide com a base inferior do prisma.

O ponto W , vértice da pirâmide, coincide com o centro da base superior, $[STUV]$, do prisma.

O ponto P tem coordenadas $(5, 0, 0)$

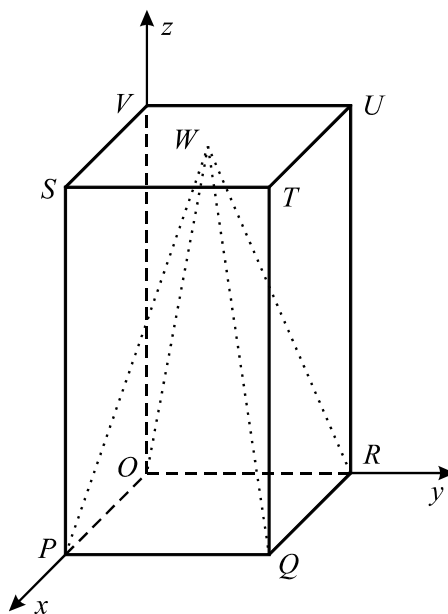


Figura 2

- 1.1. Defina, por uma condição, a superfície esférica de centro no ponto Q e que passa no ponto O

- 1.2. Sabe-se que o volume da **pirâmide** é igual a 75

Determine as coordenadas do ponto W , vértice da pirâmide.

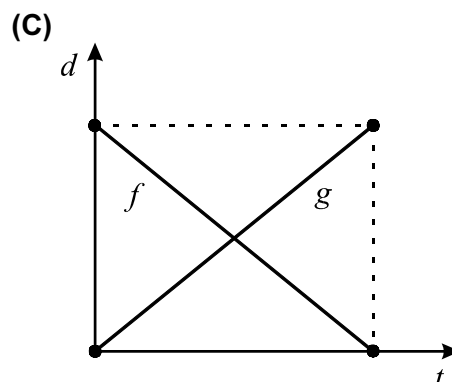
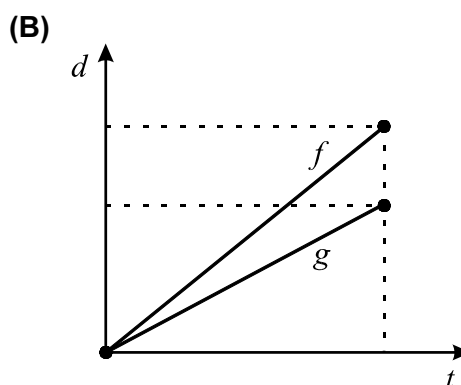
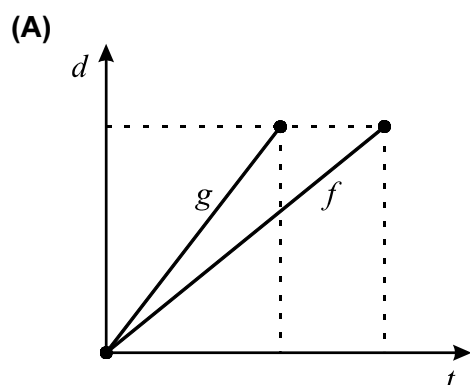
2. A Fernanda e a Gabriela são duas irmãs que frequentam a mesma escola. Certo dia, a Fernanda está em casa e a Gabriela está na escola. Num certo instante, a Fernanda sai de casa e vai para a escola e, no mesmo instante, a Gabriela sai da escola e vai para casa. Há um único caminho que liga a casa e a escola. Ambas fazem o percurso a pé e cada uma delas caminha a uma velocidade constante.

Seja f a função que dá, em metros, a distância percorrida pela Fernanda, t minutos depois de ter saído de casa (a contagem do tempo tem início quando a Fernanda sai de casa e termina quando ela chega à escola).

Seja g a função que dá, em metros, a distância percorrida pela Gabriela, t minutos depois de ter saído da escola (a contagem do tempo tem início quando a Gabriela sai da escola e termina quando ela chega a casa).

Indique em qual das opções seguintes podem estar representadas graficamente as funções f e g

Numa pequena composição, apresente, para cada uma das outras duas opções, uma razão pela qual a rejeita.



3. A figura 3 representa o projecto de um canteiro com a forma de um triângulo isósceles ($\overline{AC} = \overline{BC}$)

Nesse triângulo, a base $[AB]$ e a altura relativa a esta base medem ambas 12 metros.

O canteiro vai ter uma zona rectangular, destinada à plantação de flores, e uma zona relvada, representada a sombreado na figura.

O lado $[DG]$ do rectângulo está contido em $[AB]$ e os vértices E e F pertencem, respectivamente, a $[AC]$ e a $[BC]$

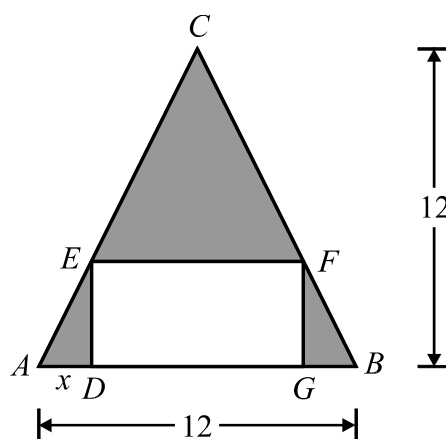


Figura 3

Seja x a distância, em metros, do ponto A ao ponto D ($x \in]0, 6[$)

Resolva os três itens seguintes, **usando exclusivamente métodos analíticos**.

Nota: a calculadora pode ser utilizada em cálculos numéricos.

- 3.1. Mostre que a área, em metros quadrados, da zona relvada é dada, em função de x , por

$$S(x) = 4x^2 - 24x + 72$$

- 3.2. Determine o valor de x para o qual a área da zona relvada é mínima e calcule essa área.

- 3.3. Determine o conjunto dos valores de x para os quais a área da zona relvada é superior a $40 m^2$

Apresente a sua resposta utilizando a notação de intervalos de números reais.

4. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$

4.1. O gráfico da função f intersecta o eixo das abcissas em quatro pontos.

Designemos esses quatro pontos por A , B , C e D , sendo A o que tem menor abcissa e sendo D o que tem maior abcissa.

O ponto A tem abcissa -3 e o ponto C tem abcissa 1

Seja E o ponto de intersecção do gráfico da função f com o eixo das ordenadas.

Determine a área do triângulo $[BED]$, **sem recorrer à calculadora**.

4.2. O contradomínio de f é um intervalo da forma $[a, +\infty[$

Determine o valor de a , arredondado às décimas, **recorrendo às capacidades gráficas da calculadora**.

Obtenha o gráfico de f numa janela que lhe permita visualizar o ponto relevante para a resolução do problema. Reproduza, na sua folha de prova, o gráfico visualizado e assinale, nesse gráfico, o ponto relevante para a resolução do problema.

FIM

COTAÇÕES

GRUPO I (5 × 10 pontos) **50 pontos**

GRUPO II **150 pontos**

1. 35 pontos

1.1. 15 pontos

1.2. 20 pontos

2. 20 pontos

3. 55 pontos

3.1. 20 pontos

3.2. 15 pontos

3.3. 20 pontos

4. 40 pontos

4.1. 20 pontos

4.2. 20 pontos

Total **200 pontos**