

Teste Intermédio

Matemática A

Versão 1

Duração do Teste: 90 minutos | 07.05.2009

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março

**Na sua folha de respostas, indique claramente a versão do teste.
A ausência dessa indicação implica a classificação das respostas
aos itens de escolha múltipla com zero pontos.**

GRUPO I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a esse item.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**
- Se apresentar mais do que uma alternativa, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.

1. Na figura 1 está representado, em referencial o.n. xOy , o círculo trigonométrico.

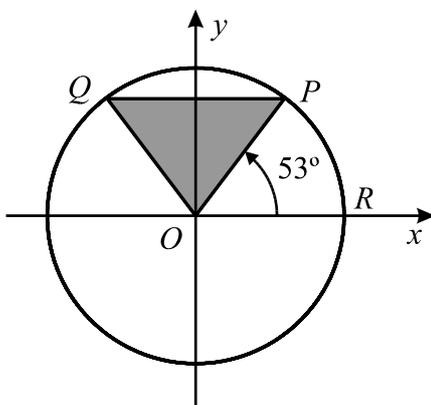


Figura 1

Os pontos P e Q pertencem à circunferência, sendo a recta PQ paralela ao eixo Ox . O ponto R pertence ao eixo Ox . O ângulo ROP tem 53° de amplitude.

Qual é o perímetro do triângulo $[OPQ]$ (valor aproximado às décimas) ?

- (A) 3,2 (B) 3,4 (C) 3,6 (D) 3,8

2. A Inês olhou para o seu relógio quando este marcava 10 h e 45 min. Passado algum tempo, ao ver novamente as horas, a Inês concluiu que o ponteiro dos minutos tinha rodado -3π radianos.

Que horas marcava o relógio da Inês, neste último instante?

- (A) 11 h e 15 min (B) 11 h e 45 min (C) 12 h e 15 min (D) 13 h e 45 min

3. Seja $[AB]$ o diâmetro de uma esfera de centro C e raio 5.

Qual é o valor do produto escalar $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$?

- (A) -25 (B) $-5\sqrt{2}$ (C) $5\sqrt{2}$ (D) 25

4. O gráfico de uma função f é uma parábola com a concavidade voltada para baixo cujo vértice é o ponto $(3, 2)$. Seja f' a função derivada da função f .

Qual dos valores seguintes é negativo ?

- (A) $f'(1)$ (B) $f'(2)$ (C) $f'(3)$ (D) $f'(4)$

5. Seja f a função cujo gráfico está representado na figura 2.

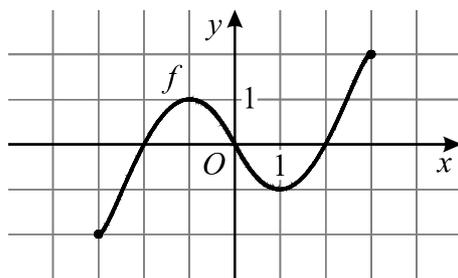


Figura 2

Seja g a função de domínio \mathbb{R} definida por $g(x) = -2x + 1$

Qual é o valor de $(f \circ g)(2)$? (o símbolo \circ designa a composição de funções)

- (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2

GRUPO II

Nas respostas a itens deste grupo apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

1. Considere a função f , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$, definida por $f(x) = 4 - \frac{4}{x+2}$

Sem recorrer à calculadora, resolva os itens seguintes:

- 1.1. Determine o conjunto dos números reais que são soluções da inequação $f(x) \geq 3$.
Apresente a sua resposta utilizando a notação de intervalos de números reais.

- 1.2. Na figura 3 estão representados, em referencial o.n. xOy :

- parte do gráfico da função f
- as rectas r e s , assíntotas do gráfico de f
- o quadrilátero $[ABCD]$

A e B são os pontos de intersecção do gráfico da função f com os eixos coordenados.

C é o ponto de intersecção das rectas r e s .

D é o ponto de intersecção da recta r com o eixo Oy .

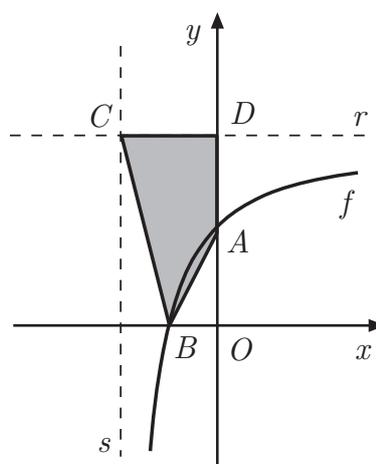


Figura 3

Determine a área do quadrilátero $[ABCD]$

2. Na figura 4 está representado um referencial o.n. $Oxyz$.

Cada um dos pontos A , B e C pertence a um eixo coordenado.

O ponto P pertence ao plano ABC .

O ponto P desloca-se no plano ABC , de tal modo que é sempre vértice de um prisma **quadrangular regular**, em que os restantes vértices pertencem aos planos coordenados.

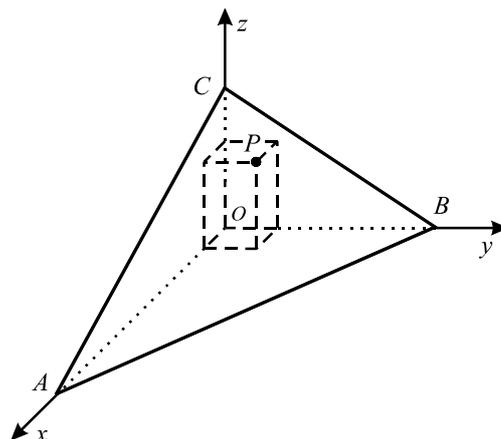


Figura 4

O plano ABC é definido pela equação $x + 2y + 3z = 9$

- 2.1. Seja a a abcissa do ponto P ($a \in]0, 3[$)

Mostre que o volume do prisma é dado, em função de a , por $V(a) = 3a^2 - a^3$

- 2.2. Estude a função V quanto à monotonia, **sem recorrer à calculadora**, e conclua qual é o valor de a para o qual o volume do prisma é máximo.

- 2.3. Seja r a recta que contém o ponto A e é perpendicular ao plano ABC .
Determine uma equação vectorial da recta r .

3. Na empresa onde o Manuel trabalha, o cumprimento do horário é controlado por relógio electrónico. De acordo com o contrato de trabalho, qualquer trabalhador deve entrar às oito horas e sair ao meio-dia. Porém, se o trabalhador chegar atrasado, terá de continuar a trabalhar depois do meio-dia.

Sempre que um trabalhador chega t minutos atrasado, o número de minutos, depois do meio-dia, que ele tem de permanecer na empresa é dado por

$$c(t) = \frac{t^2 + 25t}{t + 1} \quad (t \geq 0)$$

- 3.1. Na segunda-feira, o Manuel entrou na empresa às nove horas e um quarto.

A que horas deveria ter saído, de modo a cumprir o estipulado no contrato?

Apresente a sua resposta em horas e minutos (minutos arredondados às unidades).

- 3.2. Ontem, o Manuel saiu da empresa às 12 horas e 25 minutos.

Com quantos minutos de atraso é que ele chegou à empresa?

- 3.3. Ao sair ontem da empresa, o Manuel pensou: «Então eu atrasei-me tão pouco e tive de ficar a trabalhar quase meia hora depois do meio-dia?! Não é justo.»

Depois de ter conversado com os seus colegas de trabalho, o Manuel decidiu propor à administração da empresa que o tempo de permanência de um trabalhador na empresa, após o meio-dia, passasse a ser igual ao tempo de atraso, acrescido de 40% desse tempo (por exemplo, um atraso de 10 minutos deve ser compensado com 14 minutos de trabalho depois do meio-dia).

Numa pequena composição, compare a proposta do Manuel com o contrato em vigor, contemplando os seguintes tópicos:

- justifique que, de acordo com a proposta do Manuel, o número de minutos depois do meio-dia que um trabalhador terá de permanecer na empresa, quando se atrasa t minutos, é dado por $p(t) = 1,4t$;
- refira se a proposta do Manuel é, ou não, sempre mais favorável ao trabalhador do que o contrato em vigor;
- considerando que, para um certo atraso, a proposta do Manuel e o contrato em vigor determinam o mesmo tempo de permanência na empresa, após o meio-dia, refira:
 - o atraso;
 - o tempo de permanência, depois do meio-dia, que esse atraso determina.

Utilize a calculadora para comparar os gráficos das duas funções (c e p); transcreva para a sua folha de prova esses gráficos e assinale o ponto relevante que lhe permite responder a algumas das questões colocadas, bem como as suas coordenadas, arredondadas às unidades.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (5 × 10 pontos)50 pontos

Grupo II150 pontos

1. 40 pontos

1.1. 20 pontos

1.2. 20 pontos

2. 60 pontos

2.1. 20 pontos

2.2. 20 pontos

2.3. 20 pontos

3. 50 pontos

3.1. 15 pontos

3.2. 15 pontos

3.3. 20 pontos