

Teste Intermédio

## Matemática A

Versão 1

Duração do Teste: 90 minutos | 17.01.2008

12.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março

### COTAÇÕES

<b>GRUPO I</b> .....	<b>50 pontos</b>
Cada resposta certa .....	10 pontos
Cada resposta errada .....	0 pontos
Cada item não respondido ou anulado .....	0 pontos
<b>GRUPO II</b> .....	<b>150 pontos</b>
<b>1.</b> .....	21 pontos
<b>2.</b> .....	42 pontos
<b>2.1.</b> .....	21 pontos
<b>2.2.</b> .....	21 pontos
<b>3.</b> .....	25 pontos
<b>4.</b> .....	62 pontos
<b>4.1.</b> .....	20 pontos
<b>4.2.</b> .....	42 pontos
<b>4.2.1.</b> .....	20 pontos
<b>4.2.2.</b> .....	22 pontos
<b>TOTAL</b> .....	<b>200 pontos</b>

## CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO DO TESTE

As classificações a atribuir às respostas são expressas em números inteiros não negativos.

### Itens de resposta fechada de escolha múltipla

As respostas em que é assinalada a alternativa correcta são classificadas com a cotação total do item. As respostas incorrectas são classificadas com zero pontos. Não há lugar a classificações intermédias.

### Itens de resposta aberta

Situação	Classificação
<p>1. Engano na identificação do item a que o aluno está a responder.</p> <p>2. Omissão da identificação do item a que o aluno está a responder.</p>	Deve ser vista e classificada a resposta se, pela resolução apresentada, for possível identificar inequivocamente o item.
<p>3. É apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item e o aluno não indica, de forma inequívoca, a que pretende que seja classificada.</p>	Deve ser vista e classificada apenas a resposta que surge em primeiro lugar, na folha de resposta.
<p>4. É apresentado apenas o resultado final, embora a resolução do item exija cálculos e/ou justificações.</p>	Deve ser atribuída a classificação de zero pontos.
<p>5. Ilegibilidade da resposta.</p>	Deve ser atribuída a classificação de zero pontos.
<p>6. Item com etapas.</p>	<p>A cotação indicada para cada etapa é a classificação máxima que lhe é atribuível.</p> <p>A classificação da resposta ao item resulta da soma das classificações das diferentes etapas, à qual eventualmente se subtrai um ou dois pontos, de acordo com o previsto nas situações 16 e 21.</p>
<p>7. Etapa com passos.</p>	<p>A cotação indicada para cada passo é a classificação máxima que lhe é atribuível.</p> <p>A classificação da etapa resulta da soma das classificações dos diferentes passos.</p>
<p>8. Item ou etapa cuja cotação se encontra discriminada por níveis de desempenho.</p>	O classificador deve enquadrar a resposta do aluno numa das descrições apresentadas, não podendo atribuir uma classificação diferente das cotações indicadas.
<p>9. Utilização de processos de resolução do item que não respeitam as instruções dadas [Exemplo: «usando métodos analíticos»].</p>	São classificadas com zero pontos as etapas em que a instrução não foi respeitada e todas as etapas subsequentes que delas dependam.

<p><b>10.</b> Utilização de processos de resolução do item não previstos nos critérios específicos.</p>	<p>O critério específico deve ser adaptado ao processo de resolução apresentado, mediante a distribuição da cotação do item pelas etapas percorridas pelo aluno. Esta adaptação do critério deve ser utilizada em todos os processos de resolução análogos.</p> <p>Deve ser aceite qualquer processo de resolução cientificamente correcto, ainda que não esteja previsto nos critérios específicos de classificação ou no Programa.</p>
<p><b>11.</b> Não são apresentadas, explicitamente, todas as etapas, mas a resolução apresentada permite perceber, inequivocamente, que elas foram percorridas.</p>	<p>A(s) etapa(s) implícita(s) é(são) classificada(s) com a cotação total para ela(s) prevista.</p>
<p><b>12.</b> Transposição incorrecta de dados do enunciado.</p>	<p>Se o grau de dificuldade da resolução da etapa não diminuir, subtrair um ponto na cotação da etapa.</p> <p>Se o grau de dificuldade da resolução da etapa diminuir, a classificação máxima a atribuir a essa etapa não deve ser superior a 50% da cotação prevista.</p>
<p><b>13.</b> Erro ocasional num cálculo.</p>	<p>Subtrair um ponto à cotação da etapa em que ocorre o erro.</p>
<p><b>14.</b> Erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades.</p>	<p>A classificação máxima a atribuir a essa etapa não deve ser superior a 50% da cotação prevista para a mesma.</p>
<p><b>15.</b> Erro na resolução de uma etapa.</p>	<p>A resolução desta etapa é classificada de acordo com o erro cometido.</p> <p>Se o erro não diminuir o grau de dificuldade das etapas subsequentes, estas são classificadas de acordo com os critérios de classificação.</p> <p>Se o erro diminuir o grau de dificuldade das etapas subsequentes, a classificação máxima a atribuir a essas etapas não deve ser superior a 50% da cotação prevista.</p>
<p><b>16.</b> Em cálculos intermédios, é pedida uma aproximação com um certo número de casas decimais. O aluno não respeita o pedido e/ou os arredondamentos estão incorrectos.</p>	<p>Subtrair um ponto à classificação total do item.</p>
<p><b>17.</b> A apresentação do resultado final não respeita a forma solicitada [Exemplos: é pedido o resultado na forma de fracção e o aluno escreve na forma de dízima; é pedido o resultado em centímetros e o aluno apresenta-o em metros].</p>	<p>Subtrair um ponto à cotação da etapa correspondente ao resultado final.</p>

<p><b>18.</b> Na apresentação do resultado final não está expressa a unidade de medida [Exemplo: «15» em vez de «15 metros»]</p>	<p>A etapa relativa ao resultado final é classificada tal como se a unidade de medida estivesse indicada.</p>
<p><b>19.</b> O resultado final é apresentado com aproximação, quando deveria ter sido apresentado o valor exacto.</p>	<p>Subtrair um ponto à cotação da etapa correspondente ao resultado final.</p>
<p><b>20.</b> O resultado final apresenta um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou está incorrectamente arredondado.</p>	<p>Subtrair um ponto à cotação da etapa correspondente ao resultado final.</p>
<p><b>21.</b> Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorrectas do ponto de vista formal.</p>	<p>Subtrair um ponto à classificação total do item, excepto:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- se as incorrecções ocorrerem apenas em etapas já classificadas com zero pontos;</li> <li>- no caso de uso do símbolo de igualdade onde, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.</li> </ul>

## Critérios específicos

### 1. .... 21

Tabela de distribuição de probabilidades .....	11
Valores que a variável $X$ pode assumir .....	2
Probabilidades <b>(ver nota 1)</b> .....	(3+3+3) 9
Cálculo do valor médio .....	10
Expressão que dá o valor médio.....	8
Resultado final <b>(ver nota 2)</b> .....	2

#### Notas:

- Se, em vez de valores exactos, o aluno apresentar valores aproximados, deve ser aplicada uma desvalorização de 1 ponto por cada valor aproximado apresentado.
- A classificação desta etapa só pode ser atribuída se a anterior (expressão que dá o valor médio) não tiver sido classificada com 0 (zero) pontos. Se o resultado final estiver correcto, mas não estiver apresentado na forma de fracção irredutível, esta etapa deve ser classificada com 1 ponto.

### 2.1. .... 21

Expressão que dá o valor pedido <b>(ver notas 1, 2 e 3)</b> .....	19
Resultado final <b>(ver nota 4)</b> .....	2

#### Notas:

- Indicam-se a seguir possíveis respostas do aluno, no que respeita à escrita da expressão, com a respectiva classificação a atribuir (considerou-se em primeiro lugar a escolha dos ocupantes do automóvel, ficando os ocupantes da carrinha univocamente determinados; caso o aluno considere em primeiro lugar a escolha dos ocupantes da carrinha, cabe ao professor adaptar a lista que a seguir se apresenta).

$$2 \times {}^{10}C_4 \quad (\text{ou equivalente}) \dots\dots\dots 19$$

$${}^{10}C_4 \quad (\text{ou equivalente}) \dots\dots\dots 12$$

$$2 \times {}^{10}C_5, 2 \times {}^{12}C_4, 2 \times {}^{12}C_5, \\ 2 \times {}^{11}C_4, 2 \times {}^{11}C_5 \quad (\text{ou equivalente}) \dots\dots\dots 7$$

$$2 \times {}^{10}C_4 \times {}^{10}C_6 \quad (\text{ou equivalente})\dots\dots\dots 4$$

$${}^{10}C_5, {}^{12}C_4, {}^{12}C_5, {}^{11}C_4, {}^{11}C_5 \quad (\text{ou equivalente})\dots\dots\dots 2$$

2. A resposta  $2 \times {}^{10}A_4 \times 6!$  (ou equivalente), que corresponde à interpretação (incorrecta) de que é relevante o lugar ocupado por cada um dos amigos nos dois veículos, deve ser classificada com 12 pontos. Qualquer outra resposta envolvendo arranjos, em vez de combinações, que não seja numericamente equivalente a uma das respostas referidas na nota 1, deve ser classificada com 0 (zero) pontos.
3. Caso a resposta do aluno não esteja prevista nas notas 1 e 2, mas corresponda a um desempenho que se enquadre entre duas situações previstas na nota 1, a classificação a atribuir deve ser a que está indicada para a situação que, das duas, tem menor pontuação. Se a resposta do aluno revelar um desempenho inferior à última situação prevista na nota 1, a classificação a atribuir deverá ser de 0 (zero) pontos.
4. A pontuação relativa a esta etapa só pode ser atribuída se a primeira etapa não tiver sido classificada com 0 (zero) pontos.

**2.2. .... 21**

Expressão que dá o valor pedido (**ver nota 1**)..... 19

Resultado final (**ver nota 2**)..... 2

**Notas:**

1. Indicam-se a seguir possíveis respostas do aluno, no que respeita à escrita da expressão, com a respectiva classificação a atribuir.

$\frac{4}{{}^5C_2}$  ,  $\frac{1 \times 4 \times 2}{5 \times 4}$  ,  $\frac{1}{5} + \frac{4}{5} \times \frac{1}{4}$  (ou equivalente) ..... 19

$\frac{4}{5 \times 4}$  (ou equivalente) ..... 12

$\frac{1}{{}^5C_2}$  (ou equivalente)..... 12

Outras fracções próprias com denominador  ${}^5C_2$  ou  $5 \times 4$ .....6

2. A pontuação relativa a esta etapa só pode ser atribuída se a primeira etapa não tiver sido classificada com 0 (zero) pontos.

**3. .... 25**

A resolução deste item envolve os seguintes pontos:

- Leis de De Morgan
- Fórmula da probabilidade condicionada
- Propriedade distributiva da intersecção em relação à união de conjuntos
- Intersecção de um conjunto com o seu complementar
- Conjunto vazio como elemento neutro da união de conjuntos

A classificação a atribuir deve estar de acordo com o seguinte critério:

O aluno demonstra correctamente o pretendido .....25

O aluno executa correctamente os cinco pontos, mas não demonstra o pretendido .....20

O aluno executa correctamente quatro pontos ..... 16

O aluno executa correctamente três pontos ..... 12

O aluno executa correctamente dois pontos .....8

O aluno executa correctamente um ponto ..... 4

**4.1. .... 20**

Equacionar o problema (  $P(n) = r P(0)$  ou equivalente) ..... 8

Resolver a equação em ordem a  $k$  ..... 12

$a e^{kn} = r a \Leftrightarrow e^{kn} = r$ ..... 3

$e^{kn} = r \Leftrightarrow kn = \ln(r)$ .....6

$kn = \ln(r) \Leftrightarrow k = \frac{\ln(r)}{n}$  ..... 3

**4.2.1. .... 20**

Reconhecer que  $r = \frac{1}{2}$  e  $n = 1$ , no caso da estirpe A .....( 3 + 3 ) 6

Escrever  $k_A = \frac{\ln(1/2)}{1}$  (ou equivalente) ..... 3

Confirmar que  $k_A = -0,6931$  ..... 1

Reconhecer que  $r = 2$  e  $n = 6$ , no caso da estirpe B ..... ( 3 + 3 ) 6

Escrever  $k_B = \frac{\ln(2)}{6}$  (ou equivalente) ..... 3

Confirmar que  $k_B = 0,1155$  ..... 1



4. A classificação a atribuir à apresentação do minimizante deve estar de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

1º caso: valor com três casas decimais

Valor igual a 2,216.....	4
Valor diferente de 2,216 mas pertencente ao intervalo [2,211 ; 2,221] .....	3
Valor não pertencente ao intervalo anterior mas pertencente ao intervalo [2,201 ; 2,231] .....	2
Valor não pertencente ao intervalo anterior mas pertencente ao intervalo [2,191 ; 2,241] .....	1
Outros valores.....	0

2º caso: valor com mais de três casas decimais

Valor pertencente ao intervalo [2,2160 ; 2,2162] .....	3
Valor não pertencente ao intervalo anterior mas pertencente ao intervalo [2,211 ; 2,221] .....	2
Valor não pertencente ao intervalo anterior mas pertencente ao intervalo [2,201 ; 2,231] .....	1
Outros valores.....	0

3º caso: valor com duas casas decimais

Valor igual a 2,21 ou 2,22 .....	2
Valor igual a 2,20 ou 2,23 .....	1
Outros valores.....	0

4º caso: valor com menos de duas casas decimais

Valor igual a 2,2 .....	1
Outros valores.....	0