

Teste Intermédio  
**Matemática A**

**Versão 1**

Duração do Teste: 90 minutos | 27.05.2009

**12.º Ano de Escolaridade**

Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março

**COTAÇÕES**

<b>GRUPO I</b> .....	(5 × 10 pontos) .....	<b>50 pontos</b>
<b>GRUPO II</b> .....		<b>150 pontos</b>
1. ....		20 pontos
2. ....		20 pontos
3. ....		35 pontos
3.1. ....		15 pontos
3.2. ....		20 pontos
4. ....		35 pontos
4.1. ....		20 pontos
4.2. ....		15 pontos
5. ....		40 pontos
5.1. ....		20 pontos
5.2. ....		20 pontos
	<b>TOTAL</b> .....	<b>200 pontos</b>

## CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO DO TESTE

As classificações a atribuir às respostas são expressas em números inteiros não negativos e resultam da aplicação dos critérios gerais e específicos de classificação.

As respostas que se revelem ilegíveis são classificadas com zero pontos.

No caso de existir um engano na identificação do item, ou no caso de esta ser omitida, a resposta é classificada se, pela resolução apresentada, for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

No caso de existirem várias respostas ao mesmo item, sem eliminação inequívoca da(s) que não deve(m) ser considerada(s), é classificada a resposta que se apresenta em primeiro lugar.

A ausência de indicação inequívoca da versão (Versão 1 ou Versão 2) implica a classificação com zero pontos de todas as respostas aos itens de escolha múltipla.

### Itens de resposta fechada de escolha múltipla

A cotação total do item só é atribuída às respostas que apresentam de forma inequívoca a única alternativa correcta.

São classificadas com zero pontos as respostas em que é assinalada:

- uma alternativa incorrecta;
- mais do que uma alternativa.

Não há lugar a classificações intermédias.

### Itens de resposta aberta

Os critérios de classificação destes itens apresentam-se organizados por etapas e/ou por níveis de desempenho. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

Nos itens de resposta aberta extensa orientada, com cotação igual ou superior a quinze pontos e que impliquem a produção de um texto, a classificação a atribuir traduz a avaliação simultânea das competências específicas da disciplina e das competências de comunicação escrita em língua portuguesa.

A avaliação das competências de comunicação escrita em língua portuguesa contribui para valorizar a classificação atribuída ao desempenho no domínio das competências específicas da disciplina. Esta valorização é cerca de 10% da cotação do item e faz-se de acordo com os níveis de desempenho a seguir descritos:

Nível	Descritor
3	Composição bem estruturada, sem erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, ou com erros esporádicos, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
2	Composição razoavelmente estruturada, com alguns erros de sintaxe, de pontuação e/ou ortografia, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
1	Composição sem estruturação aparente, com a presença de erros graves de sintaxe, pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade implique perda frequente de inteligibilidade e/ou de sentido.

No quadro seguinte apresentam-se os critérios de classificação a aplicar em situações não descritas anteriormente:

Situação	Classificação
1. Classificação de um item cujo critério se apresenta organizado por etapas.	A cotação indicada para cada etapa é a classificação máxima que lhe é atribuível.  A classificação da resposta resulta da soma das classificações das diferentes etapas, à qual se subtrai eventualmente um ou dois pontos, de acordo com o previsto nas situações 14 e 19.
2. Classificação de uma etapa dividida em passos.	A cotação indicada para cada passo é a classificação máxima que lhe é atribuível.  A classificação da etapa resulta da soma das classificações dos diferentes passos.
3. Classificação de um item ou de uma etapa cujo critério se apresenta organizado por níveis de desempenho.	A resposta é enquadrada numa das descrições apresentadas. À classificação correspondente subtrai-se, eventualmente, um ponto, de acordo com o previsto na situação 19.
4. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite e classificado qualquer processo de resolução cientificamente correcto. O critério específico deve ser adaptado ao processo de resolução apresentado, mediante a distribuição da cotação do item pelas etapas* percorridas pelo aluno. Esta adaptação do critério deve ser utilizada em todos os processos de resolução análogos.
5. Apresentação apenas do resultado final, embora a resolução do item exija cálculos e/ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
6. Utilização de processos de resolução que não respeitam as instruções dadas [por exemplo, «usando métodos analíticos»].	A etapa em que a instrução não é respeitada é classificada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
7. Ausência de apresentação dos cálculos e/ou das justificações necessárias à resolução de uma etapa*.	A etapa é classificada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
8. Ausência de apresentação explícita de uma dada etapa.	Se a resolução apresentada permitir perceber, inequivocamente, que a etapa foi percorrida, a mesma é classificada com a cotação total para ela prevista.
9. Transposição incorrecta de dados do enunciado.	Se o grau de dificuldade da resolução não diminuir, é subtraído um ponto à classificação da etapa. Se o grau de dificuldade da resolução da etapa diminuir, a classificação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
10. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo.	É subtraído um ponto à classificação da etapa em que o erro ocorre.
11. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades.	A classificação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.

\* Em situações em que o critério é aplicável tanto a **etapas** como a **passos**, utiliza-se apenas o termo «etapas» por razões de simplificação da apresentação.

Situação	Classificação
12. Ocorrência de um erro na resolução de uma etapa.	<p>A etapa é classificada de acordo com o erro cometido.</p> <p>As etapas subsequentes são classificadas de acordo com os efeitos do erro cometido:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são classificadas de acordo com os critérios específicos de classificação;</li> <li>- se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a classificação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.</li> </ul>
13. Resolução incompleta de uma etapa.	Se, à resolução da etapa, faltar apenas o passo final, é subtraído um ponto à classificação da etapa; caso contrário, a classificação máxima a atribuir deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
14. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação de um arredondamento incorrecto.	É subtraído um ponto à classificação total da resposta.
15. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplos: é pedido o resultado na forma de fracção e a resposta apresenta-se na forma de dízima; é pedido o resultado em centímetros e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à classificação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final [por exemplo, «15» em vez de «15 metros».]	A etapa relativa à apresentação do resultado final é classificada com a cotação total para ela prevista.
17. Apresentação do resultado final com aproximação, quando deveria ter sido apresentado o valor exacto.	É subtraído um ponto à classificação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
18. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação do resultado final incorrectamente arredondado.	É subtraído um ponto à classificação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
19. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorrectas do ponto de vista formal.	<p>É subtraído um ponto à classificação total da resposta, excepto:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- se as incorrecções ocorrerem apenas em etapas já classificadas com zero pontos;</li> <li>- nos casos de uso do símbolo de igualdade onde, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.</li> </ul>

# CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

## Grupo I

**1. a 5. .... (5 × 10 pontos) ..... 50 pontos**

As respostas correctas são as seguintes:

<b>Itens</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>Respostas</b>	A	D	B	B	B

## Grupo II

**1. .... 20**

- Determinar  $(2 + i)^2$  ..... 4
  - Desenvolver o quadrado da soma ..... 2
  - $i^2 = -1$  ..... 1
  - Simplificar a expressão obtida ..... 1
  
- Determinar  $i^{35}$  ..... 4
  - $i^{35} = i^3$  ..... 2
  - $i^3 = -i$  ..... 2
  
- Simplificar o numerador ..... 2
  
- Indicar a multiplicação de ambos os termos da fracção por  $1 - 2i$  ..... 2
  
- Efectuar os produtos .....(3+3) ..... 6
  
- Obter o resultado final ..... 2

**2. .... 20**

- Obter as probabilidades dos acontecimentos elementares  $(\{1\}, \{2\}, \{3\}$  e  $\{4\})$ , devidamente justificadas .....(4 × 4) ..... 16
  
- Apresentar a tabela de distribuição de probabilidades ..... 4

**3.1. .... 15**

Determinar  $f'(0)$  .....7  
     Substituir  $x$  por 0 na expressão dada .....4  
     Concluir que  $f'(0) = 4$  ..... 3

Escrever a equação reduzida da recta .....8

**Nota:**

Pode acontecer que o aluno, ao calcular o declive da recta pedida, não se aperceba de que já é dada a derivada da função e, por isso, derive a derivada. Neste caso, a classificação a atribuir à primeira etapa é de zero (0+0) pontos. Quanto à segunda etapa, deverá ser atribuída a pontuação indicada, desde que ela esteja correctamente resolvida, de acordo com o erro cometido (quer o aluno utilize para ordenada na origem o valor 1, dado no enunciado, quer utilize o valor 4, resultante de substituir  $x$  por 0, na expressão de  $f'$ , que o aluno assume como  $f$ ).

**3.2. .... 20**

Determinar  $f''(x)$  (ver nota 1)..... 6

Determinar o zero da função  $f''$  ..... 7  
     Escrever a equação  $f''(x) = 0$  .....2  
     Resolver a equação ..... 5

Apresentar o estudo da função  $f$  quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão (ver nota 2) ..... 7

**Notas:**

1. Se existir evidência de que o aluno pretende determinar a segunda derivada da função  $f$ , a classificação mínima a atribuir a esta etapa deverá ser de 2 pontos. Se o aluno derivar duas vezes a função dada no enunciado, a classificação máxima a atribuir a esta etapa deverá ser de 4 pontos. As etapas subsequentes devem ser vistas e classificadas de acordo com o erro cometido.
2. Se o aluno apresentar o estudo através de um quadro, a cotação desta etapa deve ser repartida da seguinte forma:  
     Primeira linha do quadro (relativa à variável ) .....2  
     Segunda linha do quadro (relativa ao sinal da segunda derivada) .....2  
     Terceira linha do quadro (relativa ao sentido das concavidades e ao ponto de inflexão) ..... 3

Determinar  $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x)$  ..... 5

Escrever a expressão  $\lim_{x \rightarrow 1^-} [2x + \ln(1 + x - x^2)]$  ..... 1

Concluir que  $\lim_{x \rightarrow 1^-} [2x + \ln(1 + x - x^2)] = 2$  ..... 4

Determinar  $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$  ..... 10

Escrever a expressão  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$  ..... 1

Multiplicar ambos os termos da fracção por  $\sqrt{x} + 1$

ou escrever o numerador da fracção na forma

$(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)$  ..... 4

Cortar os factores comuns ..... 4

Concluir a determinação do limite ..... 1

Referir que  $g(1) = 2$  ..... 2

Concluir correctamente sobre a continuidade da função ..... 3

**4.2. .... 15**

Determinar  $g(4)$  .....3

Apresentar os gráficos visualizados na calculadora (ver **nota 1**) .....6

Indicar o valor pedido (ver **nota 2**) .....6

**Notas:**

1. O desenho apresentado terá de incluir o gráfico da função definida por  $y = 2x + \ln(1 + x - x^2)$  e a recta de equação  $y = 1$ , de tal forma que se visualize o ponto de intersecção dos dois gráficos (ou o gráfico da função definida por  $y = 2x + \ln(1 + x - x^2) - 1$ , de tal forma que se visualize o ponto de intersecção deste gráfico com o eixo  $Ox$ ).  
Se o desenho apresentado não cumprir estes requisitos, a classificação a atribuir a esta etapa deverá ser de zero pontos. Caso contrário, a classificação a atribuir deve estar de acordo com o seguinte critério:

Todos os pontos do gráfico da função têm a sua abcissa no intervalo referido no enunciado .....6

O gráfico da função inclui pontos cujas abcissas não pertencem ao intervalo referido no enunciado ..... 5

2. A classificação a atribuir a esta etapa deve estar de acordo com o seguinte critério:

1.º Caso (apresentação do valor com uma casa decimal):

Valor igual a 0,4 ..... 6

Outros valores .....0

2.º Caso (apresentação do valor com mais de uma casa decimal):

Valor no intervalo  $[0,390 ; 0,395]$  ..... 5

Valor não pertencente ao intervalo anterior, mas pertencente ao intervalo  $[0,385 ; 0,400]$  ..... 3

Outras situações .....0

3.º Caso (apresentação do valor aproximado às unidades):

Qualquer valor ..... 0

**5.1. .... 20**

A composição deve contemplar os seguintes pontos:

- Explicação correcta do valor de  $d(0)$
- Explicação correcta do valor de  $d(\pi)$
- Conclusão de que a primeira afirmação é verdadeira
- Explicação correcta de que a função  $d$  é crescente em  $[\pi, 2\pi]$
- Conclusão de que a segunda afirmação é falsa

Na tabela seguinte indica-se como deverá ser classificada a composição.

Os níveis 1, 2 e 3 dizem respeito ao desempenho na comunicação em língua portuguesa, de acordo com o disposto nos critérios gerais.

	Nível 1	Nível 2	Nível 3
A composição contempla os cinco pontos	18	19	20
A composição contempla apenas quatro pontos	14	15	16
A composição contempla apenas três pontos	10	11	12
A composição contempla apenas dois pontos	6	7	8
A composição contempla apenas um ponto	2	3	4

**5.2. .... 20**

Referir que  $\overline{OR} = \cos x$  ..... 3

Referir que  $\overline{PR} = \sin x$  ..... 3

Escrever a igualdade  $\sin^2 x + \overline{RQ}^2 = 3^2$  ..... 7

Concluir que  $\overline{RQ} = \sqrt{9 - \sin^2 x}$  ..... 4

Concluir que  $d(x) = \cos x + \sqrt{9 - \sin^2 x}$  ..... 3