

Teste Intermédio  
**Matemática A**

**Versão 1**

Duração do Teste: 90 minutos | 4.12.2009

**12.º Ano de Escolaridade**

Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março

**COTAÇÕES**

<b>GRUPO I</b> .....	(5 × 10 pontos) .....	<b>50 pontos</b>
<b>GRUPO II</b> .....		<b>150 pontos</b>
<b>1.</b> ....		50 pontos
<b>1.1.</b> ....		15 pontos
<b>1.2.</b> ....		20 pontos
<b>1.3.</b> ....		15 pontos
<b>2.</b> ....		40 pontos
<b>2.1.</b> ....		20 pontos
<b>2.2.</b> ....		20 pontos
<b>3.</b> ....		40 pontos
<b>3.1.</b> ....		20 pontos
<b>3.2.</b> ....		20 pontos
<b>4.</b> ....		20 pontos
	<b>TOTAL</b> .....	<b>200 pontos</b>

## CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO DO TESTE

As classificações a atribuir às respostas são expressas em números inteiros não negativos e resultam da aplicação dos critérios gerais e específicos de classificação.

As respostas que se revelem ilegíveis são classificadas com zero pontos.

No caso de existir um engano na identificação do item, ou no caso de esta ser omitida, a resposta é classificada se, pela resolução apresentada, for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

No caso de existirem várias respostas ao mesmo item, sem eliminação inequívoca da(s) que não deve(m) ser considerada(s), é classificada a resposta que se apresenta em primeiro lugar.

A ausência de indicação inequívoca da versão (Versão 1 ou Versão 2) implica a classificação com zero pontos de todas as respostas aos itens de escolha múltipla.

### Itens de resposta fechada de escolha múltipla

A cotação total do item só é atribuída às respostas que apresentam de forma inequívoca a única alternativa correcta.

São classificadas com zero pontos as respostas em que é assinalada:

- uma alternativa incorrecta;
- mais do que uma alternativa.

Não há lugar a classificações intermédias.

### Itens de resposta aberta

Os critérios de classificação destes itens apresentam-se organizados por etapas e/ou por níveis de desempenho. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

Nos itens de resposta aberta extensa orientada, com cotação igual ou superior a quinze pontos e que impliquem a produção de um texto, a classificação a atribuir traduz a avaliação simultânea das competências específicas da disciplina e das competências de comunicação escrita em língua portuguesa.

A avaliação das competências de comunicação escrita em língua portuguesa contribui para valorizar a classificação atribuída ao desempenho no domínio das competências específicas da disciplina. Esta valorização é cerca de 10% da cotação do item e faz-se de acordo com os níveis de desempenho a seguir descritos:

Nível	Descritor
3	Composição bem estruturada, sem erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, ou com erros esporádicos, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
2	Composição razoavelmente estruturada, com alguns erros de sintaxe, de pontuação e/ou ortografia, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
1	Composição sem estruturação aparente, com a presença de erros graves de sintaxe, pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade implique perda frequente de inteligibilidade e/ou de sentido.

No quadro seguinte apresentam-se os critérios de classificação a aplicar em situações não descritas anteriormente:

Situação	Classificação
1. Classificação de um item cujo critério se apresenta organizado por etapas.	A cotação indicada para cada etapa é a classificação máxima que lhe é atribuível.  A classificação da resposta resulta da soma das classificações das diferentes etapas, à qual se subtrai eventualmente um ou dois pontos, de acordo com o previsto nas situações 14 e 19.
2. Classificação de uma etapa dividida em passos.	A cotação indicada para cada passo é a classificação máxima que lhe é atribuível.  A classificação da etapa resulta da soma das classificações dos diferentes passos.
3. Classificação de um item ou de uma etapa cujo critério se apresenta organizado por níveis de desempenho.	A resposta é enquadrada numa das descrições apresentadas. À classificação correspondente subtrai-se, eventualmente, um ponto, de acordo com o previsto na situação 19.
4. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite e classificado qualquer processo de resolução cientificamente correcto. O critério específico deve ser adaptado ao processo de resolução apresentado, mediante a distribuição da cotação do item pelas etapas* percorridas pelo aluno. Esta adaptação do critério deve ser utilizada em todos os processos de resolução análogos.
5. Apresentação apenas do resultado final, embora a resolução do item exija cálculos e/ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
6. Utilização de processos de resolução que não respeitam as instruções dadas [por exemplo, «usando métodos analíticos»].	A etapa em que a instrução não é respeitada é classificada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
7. Ausência de apresentação dos cálculos e/ou das justificações necessárias à resolução de uma etapa*.	A etapa é classificada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
8. Ausência de apresentação explícita de uma dada etapa.	Se a resolução apresentada permitir perceber, inequivocamente, que a etapa foi percorrida, a mesma é classificada com a cotação total para ela prevista.
9. Transposição incorrecta de dados do enunciado.	Se o grau de dificuldade da resolução não diminuir, é subtraído um ponto à classificação da etapa. Se o grau de dificuldade da resolução da etapa diminuir, a classificação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
10. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo.	É subtraído um ponto à classificação da etapa em que o erro ocorre.
11. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades.	A classificação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.

\* Em situações em que o critério é aplicável tanto a **etapas** como a **passos**, utiliza-se apenas o termo «etapas» por razões de simplificação da apresentação.

Situação	Classificação
12. Ocorrência de um erro na resolução de uma etapa.	<p>A etapa é classificada de acordo com o erro cometido.</p> <p>As etapas subsequentes são classificadas de acordo com os efeitos do erro cometido:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são classificadas de acordo com os critérios específicos de classificação;</li> <li>- se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a classificação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.</li> </ul>
13. Resolução incompleta de uma etapa.	Se, à resolução da etapa, faltar apenas o passo final, é subtraído um ponto à classificação da etapa; caso contrário, a classificação máxima a atribuir deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
14. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação de um arredondamento incorrecto.	É subtraído um ponto à classificação total da resposta.
15. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplos: é pedido o resultado na forma de fracção e a resposta apresenta-se na forma de dízima; é pedido o resultado em centímetros e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à classificação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final [por exemplo, «15» em vez de «15 metros».]	A etapa relativa à apresentação do resultado final é classificada com a cotação total para ela prevista.
17. Apresentação do resultado final com aproximação, quando deveria ter sido apresentado o valor exacto.	É subtraído um ponto à classificação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
18. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação do resultado final incorrectamente arredondado.	É subtraído um ponto à classificação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
19. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorrectas do ponto de vista formal.	<p>É subtraído um ponto à classificação total da resposta, excepto:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- se as incorrecções ocorrerem apenas em etapas já classificadas com zero pontos;</li> <li>- nos casos de uso do símbolo de igualdade onde, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.</li> </ul>

## CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

### Grupo I

1. a 5. ....(5 × 10 pontos)..... **50 pontos**

As respostas correctas são as seguintes:

Itens	1	2	3	4	5
Respostas	B	C	A	B	C

### Grupo II

1.1. .... **15 pontos**

Expressão que dá o valor pedido (ver **notas 1 e 2**) ..... 14 pontos

Resultado final (ver **nota 3**) ..... 1 ponto

#### Notas:

1. Indicam-se a seguir:

- níveis de desempenho descritos;
- níveis de desempenho não descritos (níveis intercalares).

$2 \times {}^{17}A_4$  (ou equivalente) ..... 14 pontos

Nível intercalar ..... 13 pontos

$2 \times {}^{18}A_4$  (ou equivalente) ..... 12 pontos

Nível intercalar ..... 9 pontos

${}^{17}A_4$  (ou equivalente) ..... 6 pontos

Nível intercalar ..... 5 pontos

$2 \times {}^{17}C_4$  (ou equivalente)

e  $5! \times {}^{18}A_5$  (ou equivalente) ..... 4 pontos

Nível intercalar ..... 3 pontos

$2 + {}^{17}A_4$  (ou equivalente) ..... 2 pontos

2. Sempre que uma resposta não se integre nos níveis de desempenho descritos, apresentados na nota 1, mas revele um desempenho que possa ser enquadrado entre dois níveis descritos consecutivos, a pontuação a atribuir deve ser a correspondente ao nível intercalar que os separa. A uma resposta que não atinja o último nível de desempenho descrito deve ser atribuída a classificação de zero pontos.

3. A pontuação relativa a esta etapa só pode ser atribuída se o resultado estiver de acordo com a expressão escrita pelo aluno, e se esta expressão não tiver sido classificada com zero pontos.

**1.2. .... 20 pontos**

Expressão que dá o valor pedido (ver **notas 1 e 2**) ..... 18 pontos

Resultado final (ver **notas 3 e 4**) ..... 2 pontos

**Notas:**

1. Indicam-se a seguir:

- níveis de desempenho descritos;
- níveis de desempenho não descritos (níveis intercalares).

$\frac{2 \times {}^5C_3 + 5 \times {}^4C_3}{{}^{10}C_3}$  (ou equivalente) ..... 18 pontos

Nível intercalar ..... 14 pontos

$\frac{2 \times {}^5C_3 + 5 \times {}^4C_3}{{}^{10}A_3}$  (ou equivalente) ..... 10 pontos

Nível intercalar ..... 9 pontos

$\frac{{}^5C_3 + {}^4C_3}{{}^{10}C_3}$  (ou equivalente)

e  $\frac{2 \times {}^5C_3}{{}^{10}C_3}$  (ou equivalente)

e  $\frac{5 \times {}^4C_3}{{}^{10}C_3}$  (ou equivalente) ..... 8 pontos

Nível intercalar ..... 6 pontos

Outras frações próprias com denominador  ${}^{10}C_3$  ou  ${}^{10}A_3$  ..... 4 pontos

2. Sempre que uma resposta não se integre nos níveis de desempenho descritos, apresentados na nota 1, mas revele um desempenho que possa ser enquadrado entre dois níveis descritos consecutivos, a pontuação a atribuir deve ser a correspondente ao nível intercalar que os separa. A uma resposta que não atinja o último nível de desempenho descrito deve ser atribuída a classificação de zero pontos.

3. A pontuação relativa a esta etapa só pode ser atribuída se o resultado estiver de acordo com a expressão escrita pelo aluno, e se esta expressão não tiver sido classificada com zero pontos.

4. Se o resultado final estiver de acordo com a expressão escrita pelo aluno, mas não respeitar a forma pedida, a classificação a atribuir à resposta deve ser desvalorizada em um ponto.

**1.3. .... 15 pontos**

Expressão que dá o valor pedido (ver **notas 1 e 2**) ..... 13 pontos

Resultado final (ver **notas 3 e 4**) ..... 2 pontos

**Notas:**

1. Indicam-se a seguir:

- níveis de desempenho descritos;
- níveis de desempenho não descritos (níveis intercalares).

$\frac{2 \times 5}{5 \times 5}$  (ou equivalente) ..... 13 pontos

Nível intercalar ..... 10 pontos

$\frac{2 \times 5 + 5 \times 2}{{}^{10}C_2}$  (ou equivalente) ..... 8 pontos

Nível intercalar ..... 7 pontos

$\frac{2 \times 5}{{}^{10}C_2}$  (ou equivalente) ..... 6 pontos

Outras frações próprias com denominador  $5 \times 5$  ..... 5 pontos

2. Sempre que uma resposta não se integre nos níveis de desempenho descritos, apresentados na nota 1, mas revele um desempenho que possa ser enquadrado entre dois níveis descritos consecutivos, a pontuação a atribuir deve ser a correspondente ao nível intercalar que os separa. A uma resposta que não atinja o último nível de desempenho descrito deve ser atribuída a classificação de zero pontos.

3. A pontuação relativa a esta etapa só pode ser atribuída se o resultado estiver de acordo com a expressão escrita pelo aluno, e se esta expressão não tiver sido classificada com zero pontos.

4. Se o resultado final estiver de acordo com a expressão escrita pelo aluno, mas não respeitar a forma pedida, a classificação a atribuir à resposta deve ser desvalorizada em 1 ponto.

**2.1. .... 20 pontos**

Escrever uma equação que traduza o facto de a soma das probabilidades ser igual a 1 ..... 5 pontos

Escrever uma equação que traduza o facto de o valor médio ser igual a 3,4 ..... 7 pontos

Resolver o sistema formado pelas duas equações ..... 8 pontos

Obter uma equação com uma incógnita ..... 4 pontos

Determinar o valor dessa incógnita ..... 2 pontos

Determinar o valor da outra incógnita ..... 2 pontos

**2.2. .... 20 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos:

1º Processo

Valor de $P(C)$ .....	3 pontos
Valor de $P(D)$ .....	3 pontos
Valor de $P(C) \times P(D)$ .....	2 pontos
Valor de $P(C \cap D)$ .....	10 pontos
Conclusão .....	2 pontos

2º Processo

Valor de $P(C)$ .....	3 pontos
Valor de $P(C D)$ .....	15 pontos
Valor de $P(C \cap D)$ .....	10 pontos
Valor de $P(D)$ .....	3 pontos
Quociente .....	2 pontos
Conclusão .....	2 pontos

**ou**

Valor de $P(D)$ .....	3 pontos
Valor de $P(D C)$ .....	15 pontos
Valor de $P(C \cap D)$ .....	10 pontos
Valor de $P(C)$ .....	3 pontos
Quociente .....	2 pontos
Conclusão .....	2 pontos

**3.1. .... 20 pontos**

A resolução deste item envolve a utilização das seguintes propriedades:

- propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição;
- relação da probabilidade da intersecção com a probabilidade condicionada;
- Leis de De Morgan;
- relação da probabilidade de um acontecimento com a do seu contrário.

A classificação a atribuir deve estar de acordo com o seguinte critério:

O aluno prova correctamente o pretendido .....	20 pontos
O aluno utiliza correctamente as quatro propriedades, mas não prova o pretendido .....	14 pontos
O aluno utiliza correctamente apenas três propriedades .....	10 pontos
O aluno utiliza correctamente apenas duas propriedades .....	6 pontos
O aluno utiliza correctamente apenas uma propriedade .....	2 pontos

**Nota:** a aplicação da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição pode ser substituída pela utilização da igualdade

$$P(B|A) - 1 = \frac{P(A \cap B) - P(A)}{P(A)}$$

ou das igualdades

$$P(B|A) - 1 = -P(\overline{B}|A) \quad \text{e} \quad P(A \cap \overline{B}) + P(A \cap B) = P(A)$$

**3.2. .... 20 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos:

1º Processo

Caso o aluno **utilize a igualdade do item 3.1.**, a classificação a atribuir deve estar de acordo com o seguinte critério:

Explicitar correctamente os acontecimentos  $A$  e  $B$ , no contexto do problema ..... 2 pontos

Traduzir a informação «*metade dos atletas portugueses que participam no encontro são do sexo feminino*» por  $P(B|A) = 0,5$  ..... 4 pontos

Traduzir a informação «*escolhido ao acaso um atleta participante no encontro, a probabilidade de ele ser estrangeiro ou do sexo masculino é 90%*» por  $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0,9$  ..... 4 pontos

Substituir as probabilidades, na igualdade do item 3.1. .... (1+1) ..... 2 pontos

Substituir  $P(\overline{A})$  por  $1 - P(A)$ , na igualdade do item 3.1. .... 2 pontos

Obter  $P(A)$  (através da resolução da equação obtida) ..... 4 pontos

Apresentar a resposta ..... 2 pontos

2º Processo

Caso o aluno **não utilize a igualdade do item 3.1.** (e utilize uma tabela, um diagrama ou qualquer outro processo), a classificação a atribuir deve estar de acordo com o seguinte critério:

Concluir correctamente que a probabilidade de «*ser português e do sexo feminino*» é 10% ..... 10 pontos

Concluir correctamente que 20% dos atletas são portugueses ..... 8 pontos

Apresentar a resposta ..... 2 pontos

4. .... 20 pontos

O critério que se apresenta tem por base a resposta que, de entre as respostas correctas, é a mais previsível.

Na redacção do enunciado do problema, o aluno deve:

- indicar que o saco contém 10 bolas, no total;
- indicar que 7 bolas são de uma cor e que 3 bolas são de outra cor;
- explicitar a experiência aleatória (apenas se exige que o aluno refira que se retiram cinco bolas do saco, não se exigindo que refira que se observa a cor de cada bola);
- descrever um acontecimento em que o número de casos favoráveis seja dado por  ${}^7C_4 \times 3 + {}^7C_5$

Na tabela seguinte indica-se como deverá ser classificada a redacção. Os níveis 1, 2 e 3 dizem respeito ao desempenho na comunicação em língua portuguesa, de acordo com o disposto nos critérios gerais.

	Nível 1	Nível 2	Nível 3
A composição contempla correctamente os quatro pontos.	18	19	20
A composição contempla correctamente apenas três pontos.	12	13	14
A composição contempla correctamente apenas dois pontos.	8	9	10
A composição contempla correctamente apenas um ponto.	4	5	6