



Teste Intermédio

Matemática A

Versão 1

Duração do Teste: 90 minutos | 28.02.2013

12.º Ano de Escolaridade

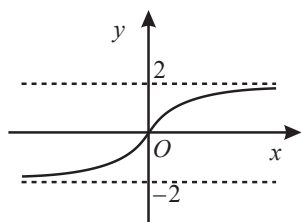
Na sua folha de respostas, indique de forma legível a versão do teste.

4. Seja (u_n) a sucessão definida por $u_n = 2 + \frac{1}{n}$

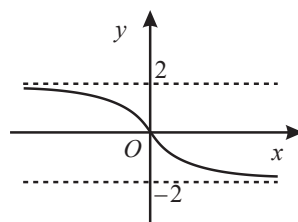
De uma certa função f , sabe-se que $\lim f(u_n) = +\infty$

Em qual das seguintes opções pode estar representada parte do gráfico da função f ?

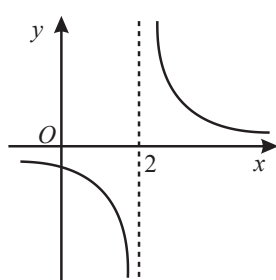
(A)



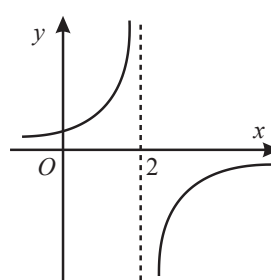
(B)



(C)



(D)



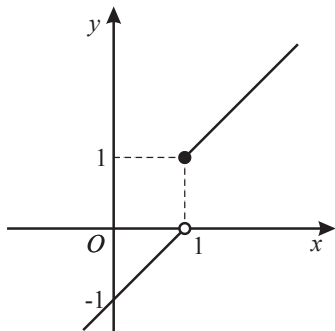
5. Considere a função f , de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x-1} - 1}{x-1} & \text{se } x < 1 \\ \ln x & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

Seja g uma outra função, de domínio \mathbb{R}

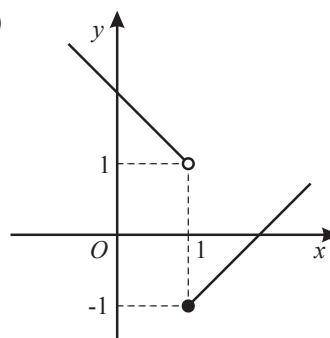
Sabe-se que a função $f \times g$ é contínua no ponto 1

Em qual das seguintes opções pode estar representada parte do gráfico da função g ?

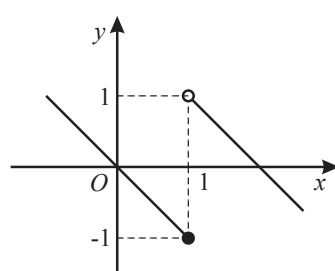
(A)



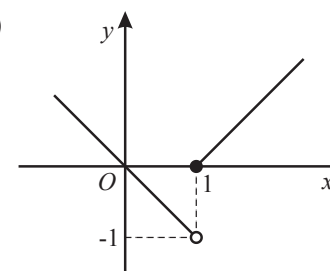
(B)



(C)



(D)



GRUPO II

Nas respostas aos itens deste grupo, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Relativamente a uma turma de 12.º ano, sabe-se que:

- o número de rapazes é igual ao número de raparigas;
- $\frac{3}{4}$ dos alunos pretendem frequentar um curso da área de saúde e os restantes alunos pretendem frequentar um curso da área de engenharia;
- dos alunos que pretendem frequentar um curso da área de engenharia, dois em cada sete são raparigas.

1.1. Escolhe-se, ao acaso, uma rapariga da turma.

Qual é a probabilidade de essa rapariga pretender frequentar um curso da área de saúde?

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

1.2. Escolhem-se, ao acaso, dois alunos da turma para estarem presentes nas comemorações do aniversário da escola.

Sabe-se que a probabilidade de esses dois alunos serem rapazes é $\frac{13}{54}$

Seja n o número de rapazes da turma.

Determine o valor de n

Para resolver este problema, percorra as seguintes etapas:

- equacione o problema;
- resolva a equação, sem utilizar a calculadora.

2. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Sabe-se que:

- $P(A) = 0,3$
- $P(\overline{B}) = 0,6$
- $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0,4$

Averigue se os acontecimentos A e B são independentes.

3. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{3x+3}{\sqrt{x^2+9}} & \text{se } x \leq 4 \\ \frac{\ln(3x-11)}{x-4} & \text{se } x > 4 \end{cases}$

Resolva os itens 3.1. e 3.2., recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

3.1. Averigue se existe $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

3.2. O gráfico da restrição da função f ao intervalo $]-\infty, 4]$ tem uma assíntota horizontal.

Determine uma equação dessa assíntota.

3.3. Considere, num referencial o.n. xOy , o triângulo $[OPQ]$ tal que:

- o ponto P é o ponto de intersecção do gráfico da função f com o eixo das ordenadas;
- o ponto Q é o ponto do gráfico da função f que tem abcissa positiva e ordenada igual à ordenada do ponto P

Determine um valor aproximado da área do triângulo $[OPQ]$, recorrendo à calculadora gráfica.

Na sua resposta, deve:

- reproduzir, num referencial, o gráfico da função f para $x \in [0, 10]$
- desenhar o triângulo $[OPQ]$
- indicar a abcissa do ponto Q arredondada às milésimas;
- apresentar a área do triângulo $[OPQ]$ arredondada às centésimas.

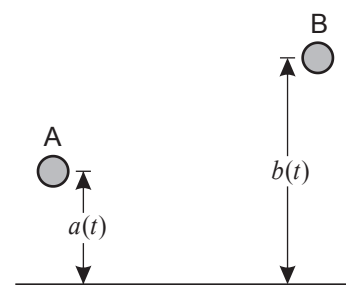
Nota – Sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

4. Considere que dois balões esféricos, que designamos por balão A e por balão B, se deslocam na atmosfera, por cima de um solo plano e horizontal.

Num determinado instante, é iniciada a contagem do tempo. Admita que, durante o primeiro minuto imediatamente a seguir a esse instante, as distâncias, medidas em metros, do centro do balão A ao solo e do centro do balão B ao solo são dadas, respetivamente, por

$$a(t) = e^{-0,03t} - 0,02t + 3 \quad \text{e} \quad b(t) = 6e^{-0,06t} - 0,02t + 2$$

A variável t designa o tempo, medido em segundos, que decorre desde o instante em que foi iniciada a contagem do tempo ($t \in [0,60]$).

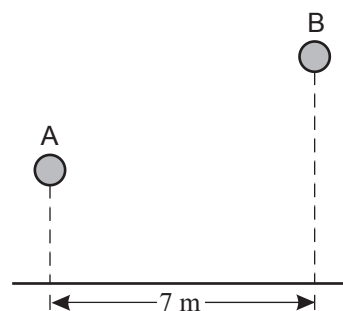


Resolva os dois itens seguintes sem utilizar a calculadora, a não ser para efetuar eventuais cálculos numéricos.

Sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

- 4.1. Determine a distância entre o centro do balão A e o centro do balão B, cinco segundos após o início da contagem do tempo, sabendo que, nesse instante, a distância entre as projeções ortogonais dos centros dos balões no solo era 7 metros.

Apresente o resultado em metros, arredondado às décimas.



- 4.2. Sabe-se que, alguns segundos após o início da contagem do tempo, os centros dos dois balões estavam à mesma distância do solo.

Determine quanto tempo decorreu entre o instante inicial e o instante em que os centros dos dois balões estavam à mesma distância do solo.

Apresente o resultado em segundos, arredondado às unidades.

FIM

COTAÇÕES

GRUPO I

| | |
|---------|------------------|
| 1. | 10 pontos |
| 2. | 10 pontos |
| 3. | 10 pontos |
| 4. | 10 pontos |
| 5. | 10 pontos |
| | <hr/> |
| | 50 pontos |

GRUPO II

| | |
|-----------|-------------------|
| 1. | |
| 1.1. | 20 pontos |
| 1.2. | 20 pontos |
| 2. | 20 pontos |
| 3. | |
| 3.1. | 15 pontos |
| 3.2. | 15 pontos |
| 3.3. | 20 pontos |
| 4. | |
| 4.1. | 20 pontos |
| 4.2. | 20 pontos |
| | <hr/> |
| | 150 pontos |

TOTAL

200 pontos