

Teste Intermédio
Matemática A

Critérios de Classificação (**Versão 1**)

30.04.2014

12.º Ano de Escolaridade

COTAÇÕES

GRUPO I

1.	10 pontos
2.	10 pontos
3.	10 pontos
4.	10 pontos
5.	10 pontos
	50 pontos

GRUPO II

1.	
1.1.	15 pontos
1.2.	20 pontos
1.3.	20 pontos
2.	
2.1.	20 pontos
2.2.	20 pontos
3.	
3.1.	5 pontos
3.2.	15 pontos
3.3.	15 pontos
4.	20 pontos
	150 pontos

TOTAL **200 pontos**

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Itens de seleção

Nos itens de escolha múltipla, a cotação do item só é atribuída às respostas que apresentem de forma inequívoca a opção correta. Todas as outras respostas são classificadas com zero pontos.

Itens de construção

Nos itens de resposta restrita e de resposta extensa, os critérios de classificação apresentam-se organizados por etapas ou por níveis de desempenho. A cada etapa e a cada nível de desempenho corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração.

É classificada com zero pontos qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho.

As respostas que não apresentem exatamente os processos de resolução, termos ou expressões constantes dos critérios específicos de classificação devem ser classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentam, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam a produção de um texto deve ter em conta a organização dos conteúdos e a utilização da linguagem científica adequada.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar às respostas aos itens de resposta restrita e de resposta extensa que envolvam a realização de cálculos em situações específicas.

Situação	Classificação
1. Item cujo critério se apresenta organizado por etapas.	A pontuação indicada para cada etapa é a pontuação máxima que lhe é atribuível. A classificação da resposta resulta da soma das pontuações atribuídas às diferentes etapas, à qual se subtrai, eventualmente, um ou dois pontos, de acordo com o previsto nas situações 14 e/ou 20.
2. Etapa cujo critério se encontra organizado por passos.	A pontuação indicada para cada passo é a pontuação máxima que lhe é atribuível. A pontuação da etapa resulta da soma das pontuações dos diferentes passos.
3. Item cujo critério se apresenta organizado por níveis de desempenho.	A resposta é enquadrada numa das descrições apresentadas. À pontuação correspondente subtrai-se, eventualmente, um ou dois pontos se ocorrer um erro ocasional num cálculo, ou se se utilizar simbologia ou expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.
4. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução, desde que enquadrado pelo programa da disciplina*. No caso de o processo de resolução ser aceite, o critério específico deve ser adaptado ao processo de resolução apresentado, mediante distribuição da cotação do item pelas etapas** percorridas. Esta adaptação do critério deve ser utilizada em todos os processos de resolução análogos.
5. Utilização de processos de resolução que não respeitam as instruções dadas [exemplos: «sem recorrer à calculadora gráfica», «recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora»].	A etapa em que a instrução não é respeitada é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
7. Ausência de apresentação dos cálculos ou das justificações necessárias à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
8. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, a mesma é pontuada com a pontuação total para ela prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.

* A título de exemplo, faz-se notar que **não** são aceites processos de resolução que envolvam a aplicação da regra de Cauchy, da regra de L'Hôpital ou de resultados da teoria de matrizes.

** Em situações em que o critério é aplicável tanto a **etapas** como a **passos**, utiliza-se apenas o termo «etapas» por razões de simplificação da apresentação.

Situação	Classificação
9. Transposição incorreta de dados do enunciado, que não altera o que se pretende avaliar com o item.	Se o grau de dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se o grau de dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que o grau de dificuldade diminuir, a pontuação máxima a atribuir deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que o grau de dificuldade não diminuir, aplicam-se os critérios específicos de classificação.
10. Transposição incorreta de um número ou de um sinal na resolução de uma etapa.	Se o grau de dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se o grau de dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido*.
11. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido*.
12. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido*.
13. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.
14. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
15. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplos: é pedido o resultado na forma de fração, e a resposta apresenta-se na forma de dízima; é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
17. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa, bem como a cada uma das etapas subsequentes que dela dependam, deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.

* Se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.

Situação	Classificação
18. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
19. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final [exemplo: «15» em vez de «15 metros»].	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
20. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto: <ul style="list-style-type: none"> – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade onde, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.
21. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não deve ser desvalorizada. Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

GRUPO I

1. a 5. (5 × 10 pontos)..... **50 pontos**

As respostas corretas são as seguintes.

Ítems	1	2	3	4	5
Respostas	A	B	B	D	C

GRUPO II

1.1. **15 pontos**

Identificar o declive da reta t com $f'(1)$ 3 pontos

Determinar $f'(1)$ (**ver nota**) 7 pontos

Aplicar a regra de derivação do quociente de funções 3 pontos

Obter uma expressão de $f'(x)$ 2 pontos

Obter $f'(1)$ 2 pontos

Calcular $f(1)$ (**ver nota**) 2 pontos

Escrever a equação reduzida da reta t 3 pontos

Nota – Se for utilizada a expressão $2x + 1 + e^{-x}$, a pontuação a atribuir a esta etapa é 0 pontos.

1.2. **20 pontos**

Mostrar que existe uma única assíntota vertical e escrever uma equação que a defina 6 pontos

Determinar $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 4 pontos

Escrever $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3x + \ln x}{x}$ 1 ponto

Referir que $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$ 2 pontos

Obter $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 1 ponto

Concluir que a reta de equação $x = 0$ é assíntota vertical do gráfico de f 1 ponto

Concluir que o gráfico de f não tem outras assíntotas verticais 1 ponto

Mostrar que existe uma assíntota horizontal quando $x \rightarrow +\infty$ e escrever uma equação que a defina 6 pontos

Determinar $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 5 pontos

Escrever $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + \ln x}{x}$ 1 ponto

Escrever $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + \ln x}{x} = 3 + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}$ 1 ponto

Referir que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ 2 pontos

Obter $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 1 ponto

Concluir que a reta de equação $y = 3$ é assíntota horizontal do gráfico de f 1 ponto

Mostrar que não existe assíntota não vertical quando $x \rightarrow -\infty$ 8 pontos

Determinar $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ 7 pontos

Escrever $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 1 + e^{-x}}{x}$ 1 ponto

Escrever $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 1 + e^{-x}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2 + \frac{1}{x} + \frac{e^{-x}}{x} \right)$ 1 ponto

Escrever $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2 + \frac{1}{x} + \frac{e^{-x}}{x} \right) = 2 + 0 + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-x}}{x}$ 1 ponto

Escrever $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-x}}{x} = \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{e^y}{-y}$ (ou equivalente) 2 pontos

Referir que $\lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{e^y}{y} = +\infty$ 1 ponto

Obter $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ 1 ponto

Concluir que o gráfico de f não tem assíntota não vertical quando $x \rightarrow -\infty$ 1 ponto

1.3. 20 pontos

Identificar o declive da reta AB 2 pontos

Apresentar, em função de a , a ordenada do ponto A 2 pontos

Apresentar, em função de a , as coordenadas do ponto B 2 pontos

Determinar, em função de a , o declive da reta AB 4 pontos

Equacionar o problema 4 pontos

Reproduzir o(s) gráfico(s) visualizado(s) na calculadora 3 pontos

Indicar o valor pedido 3 pontos

2.1. 20 pontos

- Determinar $f'(t)$ (**ver nota**) 6 pontos
- Aplicar a regra de derivação do produto de duas funções 3 pontos
- Escrever $f'(t) = 4e^{3,75-t} + (4t+2)(-1)e^{3,75-t}$ 3 pontos
- Escrever $f'(t) = 0$ 1 ponto
- Resolver a equação $f'(t) = 0$ 6 pontos
- Escrever $f'(t) = 0 \Leftrightarrow e^{3,75-t}(2-4t) = 0$ 3 pontos
- Escrever $e^{3,75-t}(2-4t) = 0 \Leftrightarrow 2-4t = 0$ 2 pontos
- Concluir que $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 0,5$ 1 ponto
- OU
- Escrever $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 4e^{3,75-t} = (4t+2)e^{3,75-t}$ 3 pontos
- Escrever $4e^{3,75-t} = (4t+2)e^{3,75-t} \Leftrightarrow 4 = 4t+2$ 2 pontos
- Concluir que $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 0,5$ 1 ponto
- Apresentar um quadro de sinal de f' e de monotonia de f 4 pontos
- Indicar o valor de t para o qual a função atinge o máximo 1 ponto
- Indicar o dia e a hora em que será máximo o número de alunos com gripe 2 pontos

Nota – Se a resposta evidenciar a intenção de determinar a expressão da derivada da função, a pontuação mínima a atribuir a esta etapa é 1 ponto.

2.2. 20 pontos

- Concluir que as 18 horas de quinta-feira da próxima semana correspondem a $t = 3,75$ 3 pontos
- Calcular $f(3,75)$ 2 pontos
- Calcular a probabilidade pedida 15 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo (recorrendo ao acontecimento contrário)

- Determinar a probabilidade de nenhum dos alunos estar com gripe.. 10 pontos
- Indicar o número de casos possíveis 4 pontos
- Indicar o número de casos favoráveis (**ver nota 1**) 4 pontos
- Obter a probabilidade (**ver nota 2**) 2 pontos
- Obter a probabilidade pedida 5 pontos

2.º Processo

- Indicar o número de casos possíveis 4 pontos
- Indicar o número de casos favoráveis (**ver nota 1**) (3 + 3 + 3).... 9 pontos
- Obter a probabilidade pedida (**ver nota 2**) 2 pontos

Notas:

1. Se o número de casos favoráveis for superior ao número de casos possíveis ou se o número de casos favoráveis não for coerente com o modelo evidenciado pelo número de casos possíveis, a pontuação a atribuir a esta etapa é 0 pontos.
2. Se alguma das duas etapas anteriores tiver sido pontuada com 0 pontos, a pontuação a atribuir a esta etapa é 0 pontos.

3.1.	5 pontos
Reconhecer que $\overline{AP} = 6$	1 ponto
Escrever $10^2 = 6^2 + \overline{PV}^2$ (ou equivalente)	3 pontos
Determinar \overline{PV}	1 ponto
3.2.	15 pontos
Indicar as coordenadas dos pontos B e C (2 + 2)	4 pontos
Determinar as coordenadas do ponto M	4 pontos
Determinar as coordenadas de um vetor diretor da reta CM	2 pontos
Escrever uma condição cartesiana da reta CM	5 pontos
3.3.	15 pontos
Indicar as coordenadas dos pontos D e P (2 + 2)	4 pontos
Identificar o vetor \overrightarrow{DV} como um vetor normal ao plano	2 pontos
Determinar as coordenadas do vetor \overrightarrow{DV}	2 pontos
Escrever a equação $6x + 8z = d$ (ou equivalente)	4 pontos
Determinar o valor de d	2 pontos
Escrever uma equação do plano	1 ponto
4.	20 pontos
Escrever $\sin \beta = \frac{\overline{FM}}{\overline{FS}}$, em que M designa o ponto médio de $[PS]$	2 pontos
Obter $\overline{FM} = 4 \sin \beta$	1 ponto
Escrever $\cos \beta = \frac{\overline{MS}}{\overline{FS}}$, em que M designa o ponto médio de $[PS]$	2 pontos
Obter $\overline{MS} = 4 \cos \beta$	1 ponto
Obter $\overline{PS} = 8 \cos \beta$	1 ponto
Concluir que a área do triângulo $[PSF]$ é dada por $\frac{8 \cos \beta \times 4 \sin \beta}{2}$	2 pontos
Escrever $\frac{8 \cos \beta \times 4 \sin \beta}{2} = 16 \sin \beta \cos \beta$	1 ponto

- Escrever $16 \sin \beta \cos \beta = 8 \sin(2\beta)$ 3 pontos
- Escrever $\beta + \alpha + \beta + \frac{\pi}{2} = 2\pi$ 2 pontos
- Concluir que $2\beta = \frac{3\pi}{2} - \alpha$ 1 ponto
- Escrever $8 \sin(2\beta) = 8 \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$ 1 ponto
- Escrever $8 \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -8 \cos \alpha$ 2 pontos
- Concluir que a área lateral da pirâmide é dada por $-32 \cos \alpha$ 1 ponto