

## Prova Escrita de Matemática B

10.º e 11.º Anos de Escolaridade

**Prova 735/2.ª Fase**

14 Páginas

Duração da Prova: 150 minutos. Tolerância: 30 minutos.

**2011**

### COTAÇÕES

#### GRUPO I

1. ....	15 pontos
2. ....	15 pontos
3.	
3.1. ....	10 pontos
3.2. ....	20 pontos
	<b>60 pontos</b>

#### GRUPO II

1. ....	10 pontos
2. ....	15 pontos
	<b>25 pontos</b>

#### GRUPO III

1. ....	10 pontos
2. ....	20 pontos
	<b>30 pontos</b>

#### GRUPO IV

1.	
1.1. ....	20 pontos
1.2. ....	15 pontos
2.	
2.1. ....	15 pontos
2.2. ....	15 pontos
3. ....	20 pontos
	<b>85 pontos</b>

**TOTAL** ..... **200 pontos**

**A classificação da prova deve respeitar integralmente os critérios gerais e os critérios específicos a seguir apresentados.**

## **CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO**

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos de classificação apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro, previsto nas grelhas de classificação.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos. No entanto, em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se o examinando responder a um mesmo item mais do que uma vez, não eliminando inequivocamente a(s) resposta(s) que não deseja que seja(m) classificada(s), deve ser considerada apenas a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os itens apresentam critérios específicos de classificação organizados por etapas e/ou por níveis de desempenho. A cada etapa e a cada nível de desempenho corresponde uma dada pontuação. Nos itens que apresentam critérios específicos de classificação organizados por níveis de desempenho, no caso de, ponderados todos os dados contidos nos descritores, permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração.

As respostas que apresentem pontos de vista diferentes dos mencionados nos critérios específicos de classificação devem ser classificadas se o seu conteúdo for considerado cientificamente válido e estiver adequado ao solicitado. Nestes casos, os elementos cientificamente válidos devem ser classificados segundo procedimentos análogos aos previstos nas etapas e/ou nos descritores apresentados.

Nos itens de construção com cotação igual ou superior a 20 pontos e que impliquem a produção de um texto, a classificação a atribuir traduz a avaliação simultânea das competências específicas da disciplina e das competências de comunicação escrita em língua portuguesa.

A avaliação das competências de comunicação escrita em língua portuguesa contribui para valorizar a classificação atribuída ao desempenho no domínio das competências específicas da disciplina. Esta valorização é cerca de 10% da cotação do item e faz-se de acordo com os níveis de desempenho descritos no quadro seguinte.

<b>Níveis</b>	<b>Descritores</b>
<b>3</b>	Composição bem estruturada, sem erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, ou com erros esporádicos, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
<b>2</b>	Composição razoavelmente estruturada, com alguns erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
<b>1</b>	Composição sem estruturação aparente, com erros graves de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade implique perda frequente de inteligibilidade e/ou de sentido.

No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, a classificação a atribuir é zero pontos. Neste caso, não é classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.

Havendo escolas em que os alunos já contactam com as novas regras ortográficas, uma vez que o Acordo Ortográfico de 1990 já foi ratificado e dado que qualquer cidadão, nesta fase de transição, pode optar pela ortografia prevista quer no Acordo de 1945, quer no de 1990, são consideradas correctas, na classificação das provas de exame nacional, as grafias que seguirem o que se encontra previsto em qualquer um destes normativos.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar em situações não descritas anteriormente.

Situação	Classificação
1. Classificação da resposta a um item cujo critério se apresenta organizado por etapas.	A cotação indicada para cada etapa é a pontuação máxima que lhe é atribuível.  A classificação da resposta resulta da soma das pontuações das diferentes etapas, à qual, eventualmente, se subtraem um ou dois pontos, de acordo com o previsto nas situações 12 e/ou 16.
2. Pontuação de uma etapa dividida em passos.	A cotação indicada para cada passo é a pontuação máxima que lhe é atribuível.  A classificação da etapa resulta da soma das pontuações dos diferentes passos.
3. Classificação da resposta a um item ou pontuação de uma etapa cujo critério se apresenta organizado por níveis de desempenho.	A resposta é enquadrada numa das descrições apresentadas.  À classificação/pontuação correspondente subtrai-se, eventualmente, um ponto, de acordo com o previsto nas situações 7, 8 e/ou 16.
4. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite e classificado qualquer processo de resolução cientificamente correcto.  O critério específico de classificação deve ser adaptado ao processo de resolução apresentado, mediante a distribuição da cotação do item pelas etapas* percorridas pelo examinando. Esta adaptação do critério deve ser utilizada em todos os processos de resolução análogos.
5. Apresentação apenas do resultado final, apesar de a resolução do item exigir cálculos e/ou justificações.	Deve ser atribuída a classificação de zero pontos.
6. Ausência de apresentação explícita de uma dada etapa.	Se a resolução apresentada permite perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, a mesma é pontuada com a cotação total para ela prevista.
7. Transposição incorrecta de dados do enunciado ou de resultados obtidos em etapas anteriores.	Se o grau de dificuldade da resolução não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa.  Se o grau de dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre.
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades.	A pontuação máxima a atribuir nessa etapa deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.

Situação	Classificação
10. Ocorrência de um erro na resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada de acordo com o erro cometido. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido: – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
11. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas o passo final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
12. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação de um arredondamento incorrecto.	É subtraído um ponto à classificação total da resposta.
13. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada. (Exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e o examinando apresenta-o em metros.)	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final. (Exemplo: «15» em vez de «15 metros».)	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a cotação para ela prevista.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação do resultado final incorrectamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorrectas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à classificação total da resposta, excepto: – se as correcções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade quando, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

\* Em situações em que o critério é aplicável tanto a **etapas** como a **passos**, utiliza-se apenas o termo «etapas» por razões de simplificação da apresentação.

# CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

## GRUPO I

1. .... 15 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

### 1.º Processo

Representar graficamente a função  $d$  num intervalo adequado ..... 4 pontos

Respeitar o intervalo (**ver nota**) ..... 2 pontos

Respeitar a forma sinusoidal ..... 2 pontos

Assinalar, no gráfico de  $d$ , os dois pontos relevantes .....(1 + 1) ..... 2 pontos

Obter o comprimento de uma vara ..... 9 pontos

O comprimento de uma vara pode ser obtido por, pelo menos, dois processos.

### 1.º Processo

Obter  $d(0)$  (6,5) ..... 3 pontos

Obter o valor mínimo absoluto de  $d$  (0,5) (ou o valor máximo absoluto de  $d$  (12,5)) ..... 3 pontos

Calcular o comprimento de uma vara (6 metros) ..... 3 pontos

### 2.º Processo

Obter o valor máximo absoluto de  $d$  (12,5) ..... 3 pontos

Obter o valor mínimo absoluto de  $d$  (0,5) ..... 3 pontos

Obter o comprimento de duas varas (12 metros) ..... 2 pontos

Calcular o comprimento de uma vara (6 metros) ..... 1 ponto

### 2.º Processo

Escrever  $-1 \leq \cos\left(\frac{\pi t}{9} - \frac{\pi}{2}\right) \leq 1$  ..... 4 pontos

Escrever  $-6 \leq 6 \cos\left(\frac{\pi t}{9} - \frac{\pi}{2}\right) \leq 6$  ..... 4 pontos

Escrever  $0,5 \leq 6,5 + 6 \cos\left(\frac{\pi t}{9} - \frac{\pi}{2}\right) \leq 12,5$  ..... 4 pontos

Obter o comprimento de duas varas (12 metros) ..... 2 pontos

Obter o comprimento de uma vara (6 metros) ..... 1 ponto

**Nota** – O intervalo deve estar contido em  $[0, 900]$  e permitir visualizar os pontos relevantes para a resolução do item.

2. .... 15 pontos

- Obter o tempo que o ponto  $V$  demorou a dar uma volta completa ..... 7 pontos
- Representar graficamente a função  $d$  (**ver nota 1**) ..... 2 pontos
- Obter  $d(0)$  (6,5) ..... 1 ponto
- Representar graficamente a recta de equação  $y = 6,5$  ..... 1 ponto
- Obter a abcissa do terceiro ponto de intersecção do gráfico da função  $d$  com a recta de equação  $y = 6,5$  (18) ..... 2 pontos
- Concluir que o ponto  $V$  demorou 18 segundos a dar uma volta completa ..... 1 ponto
- Referir que quinze minutos correspondem a 900 segundos ..... 1 ponto
- Obter o número de voltas completas do ponto  $V$  em 900 segundos (50) ..... 2 pontos
- Escrever  $50 \times 2$  (ou  $50 \times 3 - 50$ ) ..... 3 pontos
- Obter o valor pedido (101 vezes) (**ver nota 2**) ..... 2 pontos

**Notas:**

1. O examinando pode representar graficamente a função  $d$  num intervalo qualquer, desde que esteja contido no domínio da função e que permita visualizar o ponto relevante para a obtenção do tempo que o ponto  $V$  demorou a dar uma volta completa.
2. Se o examinando responder 100 vezes, a pontuação a atribuir a esta etapa deverá ser 1 ponto.

3.1. .... 10 pontos

A resposta a este item deve ser classificada de acordo com os seguintes níveis de desempenho.

Indicar um ponto da mediatriz de  $[BG]$  (ou de  $[AH]$  ou de  $[CF]$  ou de  $[DE]$ ) como centro da rotação e indicar um valor correcto como amplitude dessa rotação (**ver nota**) ..... 10 pontos

Indicar um ponto da mediatriz de  $[BG]$  (ou de  $[AH]$  ou de  $[CF]$  ou de  $[DE]$ ) como centro da rotação sem indicar um valor correcto como amplitude dessa rotação.

OU

Indicar um ponto da mediatriz de  $[BG]$  (ou de  $[AH]$  ou de  $[CF]$  ou de  $[DE]$ ) como centro da rotação e indicar um valor incorrecto como amplitude dessa rotação.

OU

Indicar como amplitude da rotação um número real de uma das formas  $\pm\alpha^\circ + 360^\circ k$ , com  $\alpha \in ]0, 180]$  e  $k \in \mathbb{Z}$ , ou  $\pm\alpha + 2\pi k$ , com  $\alpha \in ]0, \pi]$  e  $k \in \mathbb{Z}$ , sem indicar o ponto que é o centro dessa rotação (**ver nota**).

OU

Indicar como amplitude da rotação um número real de uma das formas  $\pm\alpha^\circ + 360^\circ k$ , com  $\alpha \in ]0, 180]$  e  $k \in \mathbb{Z}$ , ou  $\pm\alpha + 2\pi k$ , com  $\alpha \in ]0, \pi]$  e  $k \in \mathbb{Z}$ , e indicar um ponto que não é o centro dessa rotação (**ver nota**) ..... 5 pontos

Outras respostas ..... 0 pontos

**Nota** – Se o examinando indicar como amplitude da rotação apenas uma expressão de uma das formas  $\pm\alpha^\circ + 360^\circ k$ , com  $\alpha \in ]0, 180]$  e  $k \in \mathbb{Z}$ , ou  $\pm\alpha + 2\pi k$ , com  $\alpha \in ]0, \pi]$  e  $k \in \mathbb{Z}$ , a classificação da resposta deverá ser desvalorizada em 1 ponto.

3.2. .... 20 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

Justificar que a abcissa e a ordenada de  $B$  são iguais (**ver nota**) ..... 6 pontos

Determinar as coordenadas do ponto  $B$  ..... 10 pontos

Escrever  $\overline{OB} = \sqrt{2}$  ..... 2 pontos

Escrever  $u^2 + u^2 = (\sqrt{2})^2$  (representando  $u$  a distância do ponto  $B$  aos eixos coordenados) ..... 3 pontos

Obter  $2u^2 = 2$  ..... 2 pontos

Obter  $u = 1$  ..... 1 ponto

Concluir que  $B = (1, 1)$  ..... 2 pontos

Concluir que as coordenadas pedidas são  $(-1, 1)$  ..... 4 pontos

**2.º Processo**

Referir que  $D$  é o ponto simétrico de  $B$  relativamente ao eixo das ordenadas ... 4 pontos

Justificar que a abcissa e a ordenada de  $D$  são simétricas (**ver nota**) ..... 6 pontos

Determinar as coordenadas do ponto  $D$  ..... 10 pontos

Escrever  $\overline{OD} = \sqrt{2}$  ..... 2 pontos

Escrever  $u^2 + u^2 = (\sqrt{2})^2$  (representando  $u$  a distância do ponto  $D$  aos eixos coordenados) ..... 3 pontos

Obter  $2u^2 = 2$  ..... 2 pontos

Obter  $u = 1$  ..... 1 ponto

Concluir que as coordenadas pedidas são  $(-1, 1)$  ..... 2 pontos

**Nota** – Se o examinando se limitar a indicar a relação entre a abcissa e a ordenada, sem qualquer justificação, a pontuação a atribuir a esta etapa deverá ser 3 pontos.

## GRUPO II

1. .... 10 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

### 1.º Processo

- Referir que a sucessão  $(a_n)$  é uma progressão geométrica ..... 1 ponto
- Indicar o valor da razão da progressão  $\left(\frac{1}{2}\right)$  ..... 2 pontos
- Utilizar a sucessão  $(S_n)$  da soma dos  $n$  primeiros termos de  $(a_n)$  ..... 1 ponto
- Substituir  $n$  por 7 ..... 1 ponto
- Calcular  $S_7$  ..... 5 pontos
- Escrever  $S_7 = 32 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^7}{1 - \frac{1}{2}}$  (ou equivalente) ..... 3 pontos
- Concluir que a área pedida é  $63,5 \text{ dm}^2$  ..... 2 pontos

### 2.º Processo

- Referir que a sucessão  $(a_n)$  é uma progressão geométrica ..... 1 ponto
- Indicar o valor da razão da progressão  $\left(\frac{1}{2}\right)$  ..... 2 pontos
- Escrever todos os termos consecutivos de  $(a_n)$ , do 3.º termo ao 7.º, inclusive (8; 4; 2; 1; 0,5) (**ver nota**) ..... 3 pontos
- Escrever  $32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 + 0,5$  (ou equivalente) ..... 2 pontos
- Concluir que a área pedida é  $63,5 \text{ dm}^2$  ..... 2 pontos

### 3.º Processo

- Referir que a sucessão  $(a_n)$  é uma progressão geométrica ..... 1 ponto
- Indicar o valor da razão da progressão  $\left(\frac{1}{2}\right)$  ..... 2 pontos
- Utilizar a sucessão  $(S_n)$  da soma dos  $n$  primeiros termos de  $(a_n)$  ..... 1 ponto
- Escrever  $32 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}} = 63,5$  (ou equivalente) ..... 3 pontos
- Concluir que  $n = 7$  ..... 3 pontos

**Nota** – Deverão ser atribuídos 1 ponto aos termos 8 e 4, 1 ponto aos termos 2 e 1 e 1 ponto ao termo 0,5



2. .... 15 pontos

- Referir que a sucessão  $(a_n)$  é uma progressão geométrica ..... 1 ponto
- Indicar o valor da razão da progressão  $\left(\frac{1}{2}\right)$  ..... 2 pontos
- Escrever  $32 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}} = 64$  (ou equivalente) ..... 2 pontos
- Resolver a equação anterior ..... 9 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

- Obter a equação  $1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n = 1$  ..... 3 pontos
- Referir que  $\frac{1}{2} \neq 0$  (**ver nota 1**) ..... 3 pontos
- Referir que  $1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n = 1$  é uma equação impossível em  $\mathbb{N}$  (**ver nota 2**) .. 3 pontos

**2.º Processo**

**Nota prévia** – O examinando pode recorrer a uma extensão  $f$  da sucessão  $(S_n)$  a  $\mathbb{R}^+$  definida

$$\text{por } f(x) = 32 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^x}{1 - \frac{1}{2}}$$

- Representar graficamente a função  $f$  ..... 2 pontos
- Respeitar a forma exponencial ..... 1
- Respeitar o domínio (**ver nota 3**) ..... 1
- Representar graficamente a recta de equação  $y = 64$  ..... 1 ponto
- Referir que a recta de equação  $y = 64$  é assíntota do gráfico de  $f$  ..... 2 pontos
- Referir que  $f$  é crescente ..... 1 ponto
- Referir que  $f(x) = 64$  é uma equação impossível ..... 3 pontos

Concluir que a soma das áreas dos quadrados das primeiras  $n$  linhas nunca é igual a  $64 \text{ dm}^2$  ..... 1 ponto

**Notas:**

- O examinando pode referir que  $\left(\frac{1}{2}\right)^n \neq 0$ , para qualquer valor de  $n \in \mathbb{N}$ , ou que  $\left(\frac{1}{2}\right)^n > 0$ , para qualquer valor de  $n \in \mathbb{N}$
- O examinando pode simplificar a equação  $1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n = 1$  e obter a equação  $\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$  (ou outra equivalente).
- O examinando deve representar graficamente  $f$  em  $\mathbb{R}^+$  ou num intervalo que contenha  $\mathbb{R}^+$ . Se, ao representar graficamente  $f$ , o examinando utilizar como domínio um intervalo limitado superiormente, a pontuação deste passo não deverá ser atribuída.

### GRUPO III

1. .... 10 pontos

Determinar os valores da variável aleatória  $Y$  em falta na tabela ( $-1$  e  $0$ )

(ver nota) .....(2 + 2)..... 4 pontos

Determinar  $P(Y = -1)$   $\left(\frac{12}{36}\right)$  (ver nota) ..... 2 pontos

Determinar  $P(Y = 0)$   $\left(\frac{11}{36}\right)$  (ver nota) ..... 2 pontos

Determinar  $P(Y = 1)$   $\left(\frac{13}{36}\right)$  (ver nota) ..... 2 pontos

**Nota** – Caso o examinando se limite a apresentar uma tabela de dupla entrada, correctamente preenchida, a classificação máxima a atribuir à resposta deverá ser 5 pontos.

2. .... 20 pontos

Apresenta-se, a seguir, um exemplo de resposta:

*«Como  $170 - 160 = 180 - 170$ , a área da região limitada pelo eixo das abcissas e pela curva de Gauss, à direita de  $180$ , é igual à área da região limitada pelo eixo das abcissas e pela curva, à esquerda de  $160$ . Portanto, é igualmente provável que, escolhido, ao acaso, um aluno da escola, a sua altura seja inferior a  $1,60$  metros ou que a sua altura seja superior a  $1,80$  metros. Assim, o Diogo classificou correctamente a afirmação I) como falsa.*

*Escolhendo, ao acaso, um aluno da escola, a probabilidade de a sua altura estar compreendida entre  $1,60$  metros e  $1,70$  metros ou de ser superior a  $1,80$  metros corresponde à soma da área da região limitada pelo eixo das abcissas e pela curva de Gauss, à direita de  $160$  e à esquerda de  $170$ , com a área da região limitada pelo eixo das abcissas e pela curva, à direita de  $180$ , que é exactamente metade da área total limitada pelo eixo das abcissas e pela curva. Assim, esta probabilidade é exactamente  $0,5$ , pelo que o Diogo classificou correctamente a afirmação II) como falsa.*

*Sendo  $184 = 170 + 14 = 170 + 2 \times 7$ , e uma vez que  $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$ , temos que  $P(X > \mu + 2\sigma) \approx \frac{1 - 0,9545}{2} = 0,02275$ , correspondente a  $2,275\%$*

*Como  $P(X > 184) \approx 0,02275$ , apenas é possível  $\sigma \approx 7$ . Assim, o Diogo classificou correctamente a afirmação III) como verdadeira.»*

Tal como o exemplo de resposta ilustra, a composição deverá contemplar os três tópicos seguintes:

- apresentação de uma razão cientificamente válida que justifique, inequivocamente, que a afirmação I) é falsa;
- apresentação de uma razão cientificamente válida que justifique, inequivocamente, que a afirmação II) é falsa;
- apresentação de uma razão cientificamente válida que justifique, inequivocamente, que a afirmação III) é verdadeira.

No quadro seguinte, indica-se como deve ser classificada a resposta a este item, de acordo com os níveis de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa e com os níveis de desempenho no domínio específico da disciplina.

Descritores do nível de desempenho no domínio específico da disciplina		Descritores do nível de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa	Níveis*		
			1	2	3
<b>Níveis**</b>	3	A composição contempla correctamente os três tópicos.	18	19	20
	2	A composição contempla correctamente apenas dois tópicos.	12	13	14
	1	A composição contempla correctamente apenas um tópico.	6	7	8

\* Descritores apresentados nos Critérios Gerais de Classificação.

\*\* Apenas podem ser atribuídas classificações correspondentes a um dos valores constantes do quadro. Não há lugar a classificações intermédias.

No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, a classificação a atribuir é 0 pontos. Neste caso, não é classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.

## GRUPO IV

<b>1.1.</b> .....	<b>20 pontos</b>
Obter $C(0)$ (100) .....	3 pontos
Determinar $\frac{C(0)}{2}$ (50) .....	2 pontos
Escrever a equação $C(t) = 50$ (ou equivalente) .....	1 ponto
Resolver a equação anterior .....	11 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

### 1.º Processo

Representar graficamente a função $C$ .....	6 pontos
Respeitar a curva do gráfico da função .....	3
Respeitar o domínio ( <b>ver nota 1</b> ) .....	3
Representar graficamente a recta de equação $y = 50$ .....	2 pontos
Indicar um valor aproximado da abcissa do ponto de intersecção da recta de equação $y = 50$ com o gráfico da função $C$ (9,114...) ( <b>ver nota 2</b> ) .....	3 pontos

## 2.º Processo

Escrever $\frac{600}{0,16t^2 - 0,8t + 6} - 50 = 0$ (ou equivalente) .....	1 ponto
Obter $\frac{-8t^2 + 40t + 300}{0,16t^2 - 0,8t + 6} = 0$ .....	2 pontos
Referir que $0,16t^2 - 0,8t + 6 \neq 0$ para qualquer valor de $t$ .....	1 ponto
Escrever $-8t^2 + 40t + 300 = 0$ .....	2 pontos
Obter $t = -4,114... \vee t = 9,114...$ .....	2 pontos
Concluir que $t = 9,114...$ .....	3 pontos
Apresentar a resposta (2004) .....	3 pontos

### Notas:

1. Se o examinando apresentar apenas parte do gráfico da função num intervalo, contido no domínio, relevante para a resolução do problema, a pontuação a atribuir a este passo não deverá ser desvalorizada.
2. Se o examinando assinalar apenas o ponto de intersecção dos dois gráficos, a pontuação a atribuir a este passo deverá ser desvalorizada em 2 pontos.

## 1.2. .... 15 pontos

A resposta a este item deve ser classificada de acordo com os seguintes níveis de desempenho.

Referir que é o instante em que a concentração da substância poluente na água do lago é máxima.

OU

Referir que é o instante em que a concentração da substância poluente deixou de aumentar e começou a diminuir.

OU

Referir que é o instante em que as medidas implementadas para diminuir a concentração da substância poluente começaram a surtir efeito.

OU

Referir que é o instante em que a concentração da substância atinge 120 miligramas por metro cúbico de água ..... 15 pontos

Referir que é o valor da abcissa do ponto no qual a função  $C$  atinge o máximo ... 10 pontos

Referir que é o valor máximo da concentração da substância poluente ..... 5 pontos

Outras respostas ..... 0 pontos

## 2.1. .... 15 pontos

Escrever a expressão  $\frac{N(8) - N(2)}{8 - 2}$  (ou equivalente) (**ver nota**)..... 5 pontos

Obter  $N(2)$  (10,5) ..... 2 pontos

Obter  $N(8)$  (16,2) ..... 2 pontos

Substituir  $N(2)$  ..... 1 ponto

Substituir  $N(8)$  ..... 1 ponto

Obter  $tmv N_{[2, 8]} = 0,95$  ..... 1 ponto

Concluir que, entre a segunda e a oitava semanas, se registou um aumento médio de 950 trutas, por semana..... 3 pontos

**Nota** – Se o examinando se limitar a escrever a expressão  $\frac{N(b) - N(a)}{b - a}$  (ou equivalente), esta etapa deverá ter a pontuação de 2 pontos.

**2.2. .... 15 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

- Referir que o gráfico da função  $N$  tem uma assíntota horizontal ..... 1 ponto
- Escrever a equação da assíntota horizontal do gráfico da função  $N$  ( $y = 20$ )..... 4 pontos
- Referir que a função  $N$  é crescente ..... 3 pontos
- Concluir que  $N(x) < 20$  ..... 3 pontos
- Relacionar o valor 20 com o número de trutas (20 000 trutas) ..... 2 pontos
- Concluir que o número de trutas nunca será igual a 22 000 ..... 2 pontos

**2.º Processo**

- Referir que 22 000 corresponde a 22 milhares ..... 2 pontos
- Escrever a condição  $N(x) = 22$  (**ver nota**) ..... 3 pontos
- Resolver a condição  $N(x) = 22$  (**ver nota**) ..... 8 pontos
- Obter  $\frac{-2x - 42}{x + 2} = 0$  ..... 4 pontos
- Referir que  $x + 2 \neq 0$  ..... 1 ponto
- Determinar  $x$  (-21) ..... 3 pontos
- Concluir que o número de trutas nunca será igual a 22 000 ..... 2 pontos

**Nota** – O examinando pode, em alternativa, utilizar a inequação  $N(x) < 22$  e concluir que o conjunto solução é o intervalo  $[0, +\infty[$ . Nesse caso, deverá ser atribuída a totalidade da pontuação prevista para a etapa.

**3. .... 20 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

- Escrever uma condição que traduza o problema
- ( $\log_2(n) \geq 4,3$  ou equivalente) ..... 5 pontos
- Resolver a inequação  $\log_2(n) \geq 4,3$  ..... 12 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, três processos.

**1.º Processo**

Representar graficamente a função  $f$  definida por

- $f(x) = \log_2(x)$  (com  $x \in \mathbb{R}^+$ ) ..... 6 pontos
- Respeitar a forma da função logarítmica ..... 3
- Respeitar o domínio (**ver nota 1**) ..... 3
- Representar graficamente a recta de equação  $y = 4,3$  ..... 3 pontos
- Determinar a abcissa do ponto de intersecção dos gráficos (19,698...) (**ver nota 2**) ..... 3 pontos

### 2.º Processo

- Obter  $n \geq 2^{4,3}$  ..... 9 pontos  
Obter  $n \geq 19,698\dots$  ..... 3 pontos

### 3.º Processo

- Substituir  $n$  por 19 na expressão  $D = \log_2(n)$  ..... 3 pontos  
Obter  $D = 4,247\dots$  ..... 2 pontos  
Substituir  $n$  por 20 na expressão  $D = \log_2(n)$  ..... 2 pontos  
Obter  $D = 4,321\dots$  ..... 1 ponto  
Referir que a função  $D$  é estritamente crescente..... 4 pontos

Concluir que o número mínimo de espécies que é necessário colocar no aquário é 20 ..... 3 pontos

### 2.º Processo

- Escrever a equação  $\log_2(n) = 4,3$  (ou equivalente) ..... 3 pontos  
Resolver a equação  $\log_2(n) = 4,3$  ..... 10 pontos  
Obter  $n = 2^{4,3}$  ..... 7 pontos  
Obter  $n = 19,698\dots$  ..... 3 pontos

Referir que a função  $D$  é estritamente crescente..... 4 pontos

Concluir que o número mínimo de espécies que é necessário colocar no aquário é 20 ..... 3 pontos

### Notas:

1. O examinando deve representar a função num intervalo de  $\mathbb{R}^+$  que permita visualizar o ponto de intersecção relevante para a resolução do problema. Se não o fizer, a pontuação a atribuir a este passo deverá ser 0 pontos.
2. Se o examinando assinalar apenas o ponto de intersecção dos dois gráficos, a pontuação a atribuir a este passo deverá ser desvalorizada em 2 pontos.