

EXAME FINAL NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

Prova Escrita de Matemática B

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Prova 735/Época Especial

Critérios de Classificação

12 Páginas

2016

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

A classificação das respostas aos itens com cotação igual ou superior a 20 pontos e que envolvam a produção de um texto tem em conta a clareza, a organização dos conteúdos e a utilização do vocabulário específico da Matemática.

As respostas que não apresentem exatamente os mesmos termos ou expressões constantes dos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de resposta restrita e de resposta extensa que envolvam cálculos ou justificações.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo à regressão sinusoidal»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.

Situação	Classificação
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não alterem o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios gerais e específicos de classificação.

Situação	Classificação
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	<p>Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada.</p> <p>Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos, no máximo, dois pontos à soma das pontuações atribuídas.</p>
18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	<p>É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto:</p> <ul style="list-style-type: none"> – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade em que, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

Nota – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

GRUPO I

1. 10 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

1.º Processo

Representar graficamente a função C 5 pontos

Respeitar o domínio (**ver nota**) 2 pontos

Respeitar a forma do gráfico 3 pontos

Assinalar o ponto do gráfico cuja ordenada é o valor mínimo da função C 1 ponto

Obter a abcissa desse ponto (45) 3 pontos

Apresentar o valor pedido (45%) 1 ponto

Nota – Se for apresentada apenas parte do gráfico da função C num intervalo estritamente contido no domínio que permita obter a abcissa do ponto relevante, e for referido que o gráfico da função é parte de uma parábola, a pontuação a atribuir a este passo não é desvalorizada.

2.º Processo

Resolver a equação $C(t) = 3500$ 4 pontos

Escrever $t^2 - 90t + 3500 = 3500$ 1 ponto

Obter $t^2 - 90t = 0$ 1 ponto

Obter $t = 0 \vee t = 90$ 2 pontos

Calcular a média das soluções obtidas (45) 3 pontos

Identificar o sentido da concavidade do gráfico da função C 2 pontos

Apresentar o valor pedido (45%) 1 ponto

3.º Processo

Escrever $C(t) = t^2 - 90t + 45^2 - 45^2 + 3500$ 3 pontos

Escrever $C(t) = (t - 45)^2 - 45^2 + 3500$ 3 pontos

Escrever $C(t) = (t - 45)^2 + 1475$ 1 ponto

Identificar o sentido da concavidade do gráfico da função C 2 pontos

Apresentar o valor pedido (45%) 1 ponto

2. 10 pontos

Tópicos de resposta:

- a taxa de ocupação diária varia de 30% para 50%
- o custo operacional diário diminui;
- 10 representa o valor absoluto da variação média do custo operacional diário;
- a unidade de variação é euros por ponto percentual.

Níveis	Descritores do nível de desempenho	Pontuação
4	Apresenta os quatro tópicos.	10
3	Apresenta apenas três tópicos.	7
2	Apresenta apenas dois tópicos.	4
1	Apresenta apenas um tópico.	2

Exemplo de resposta:

Quando a taxa de ocupação diária varia de 30% para 50% , o custo operacional diário diminui, em média, 10 euros por ponto percentual.

3.1. 20 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

- Referir que $S(50) = 2000$ 2 pontos
- Referir que $S(50) = R(50) - C(50)$ 2 pontos
- Calcular $C(50)$ (1500)..... 3 pontos
- Calcular $R(50)$ (3500) 3 pontos
- Referir que $50a = 3500$ 2 pontos
- Obter $a = 70$ 2 pontos
- Referir que $R(t) = 70t$ 2 pontos
- Escrever $S(t) = 70t - (t^2 - 90t + 3500)$ 2 pontos
- Concluir que $S(t) = -t^2 + 160t - 3500$ 2 pontos

2.º Processo

Referir que $S(50) = 2000$	2 pontos
Referir que $S(t) = -t^2 + 90t + at - 3500$	5 pontos
Escrever $2000 = -50^2 + 90 \times 50 + 50a - 3500$	4 pontos
Obter $50a = 3500$	4 pontos
Obter $a = 70$	2 pontos
Escrever $S(t) = -t^2 + 90t + 70t - 3500$	1 ponto
Concluir que $S(t) = -t^2 + 160t - 3500$	2 pontos

3.2. 15 pontos

Calcular $S(100)$ (2500)	3 pontos
Traduzir o problema pela condição $S(t) > S(100)$ (ver nota)	1 ponto
Resolver a condição anterior	10 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Representar graficamente a função S	5 pontos
Respeitar o domínio	2 pontos
Respeitar a forma do gráfico	3 pontos
Representar graficamente a reta de equação $y = 2500$	1 ponto
Assinalar o ponto de intersecção, de menor abcissa, dessa reta com o gráfico de S	1 ponto
Obter a abcissa desse ponto (60)	3 pontos

2.º Processo

Resolver a equação $S(t) = 2500$	8 pontos
Escrever $-t^2 + 160t - 3500 = 2500$	2 pontos
Obter $-t^2 + 160t - 6000 = 0$	2 pontos
Obter $t = 60 \vee t = 100$	4 pontos
Identificar o sentido da concavidade do gráfico da função S	2 pontos
Apresentar os valores pedidos (entre 60% e 100%)	1 ponto

Nota – Se, em vez de ser traduzido o problema, for apresentada alguma das condições $S(t) \geq S(100)$, $S(t) \leq S(100)$, $S(t) < S(100)$ ou $S(t) = S(100)$, a pontuação a atribuir a esta etapa não é desvalorizada.

GRUPO II

1.		30 pontos
	Indicar a função objetivo $L(x, y) = x + y$	2 pontos
	Indicar as restrições (ver nota 1)	11 pontos
	$x + 2y \leq 18$ (ou equivalente) (ver notas 2 e 3)	3 pontos
	$2x + y \leq 15$ (ou equivalente) (ver notas 2 e 3)	3 pontos
	$3x + y \leq 21$ (ou equivalente) (ver notas 2 e 3)	3 pontos
	$x \geq 0$	1 ponto
	$y \geq 0$	1 ponto
	Representar graficamente a região admissível	6 pontos
	Representar graficamente a reta de equação $x + 2y = 18$	1 ponto
	Representar graficamente a reta de equação $2x + y = 15$	1 ponto
	Representar graficamente a reta de equação $3x + y = 21$	1 ponto
	Assinalar o polígono	3 pontos
	Calcular o valor de x e o valor de y correspondentes à solução do problema	11 pontos
	Obter as coordenadas dos vértices do polígono que não pertencem aos eixos coordenados ((4, 7) e (6, 3))	(2 + 2) 4 pontos
	Obter as coordenadas dos vértices do polígono que pertencem aos eixos coordenados, com exceção da origem ((7, 0) e (0, 9))	(1 + 1) 2 pontos
	Calcular o valor da função objetivo em cada um dos vértices do polígono, com exceção da origem (ou implementar o método da paralela à reta de nível zero) (ver nota 4)	(1 x 4) 4 pontos
	Indicar os valores pedidos ($x = 4$ e $y = 7$)	1 ponto

Notas:

1. Se, em alguma das restrições, for utilizado incorretamente o símbolo «<», em vez do símbolo «≤», ou o símbolo «>», em vez do símbolo «≥», a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto, no total.
2. Se, na restrição, for utilizado incorretamente o símbolo «=», em vez do símbolo «≤», a pontuação a atribuir a este passo é desvalorizada em 1 ponto.
3. Se, na restrição, for utilizado incorretamente o símbolo «≥», em vez do símbolo «≤», a pontuação a atribuir a este passo é desvalorizada em 2 pontos.
4. No caso de ser implementado o método da paralela à reta de nível zero, se apenas for representada corretamente esta reta, a pontuação a atribuir a este passo é 2 pontos.

2.1.		10 pontos
	Apresentar as listas introduzidas na calculadora	(3 + 3) 6 pontos
	Apresentar o valor de r (0,94)	4 pontos

Tópicos de resposta:

- 34,8 cm é o valor médio, pelo que a probabilidade de um recém-nascido, escolhido ao acaso, ter perímetro cefálico inferior a 34,8 cm é 50%
- como 35 está mais próximo de 34,8 do que 34, é mais provável um recém-nascido, escolhido ao acaso, ter perímetro cefálico superior a 35 cm do que ter perímetro cefálico inferior a 34 cm
- como $34 < 34,8$, a probabilidade de um recém-nascido, escolhido ao acaso, ter perímetro cefálico superior a 34 cm é maior do que 0,5

Níveis	Descritores do nível de desempenho	Pontuação
4	Apresenta os três tópicos, de forma clara e organizada e com vocabulário específico adequado.	20
3	Apresenta os três tópicos, com pouca clareza ou com falhas na organização dos conteúdos ou na utilização do vocabulário específico. OU Apresenta apenas dois dos três tópicos, de forma clara e organizada e com vocabulário específico adequado.	14
2	Apresenta apenas dois dos três tópicos, com pouca clareza ou com falhas na organização dos conteúdos ou na utilização do vocabulário específico. OU Apresenta apenas um dos três tópicos, de forma clara e com vocabulário específico adequado.	8
1	Apresenta apenas um dos três tópicos, com pouca clareza ou com falhas na utilização do vocabulário específico.	2

GRUPO III

1. **10 pontos**

Referir que, em cada construção, a partir da segunda, o número de círculos é o dobro do número de círculos da construção anterior (ou equivalente) 5 pontos

Apresentar o valor pedido (2^{99}) 5 pontos

2. **15 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Referir que a 10.ª construção é formada por 512 círculos 5 pontos

Referir que cada círculo da 10.ª construção tem raio igual a $\frac{1}{512}$ 4 pontos

Apresentar uma expressão para a área de cada círculo $\left(\pi \times \left(\frac{1}{512}\right)^2\right)$ 3 pontos

Apresentar uma expressão para a área dos 512 círculos 1 ponto

Apresentar o valor pedido (0,006) 2 pontos

2.º Processo

Identificar a área do círculo da 1.ª construção (π) 2 pontos

Referir que as somas das áreas dos círculos, em cada construção, são termos consecutivos de uma progressão geométrica 3 pontos

Identificar a razão dessa progressão $\left(\frac{1}{2}\right)$ 3 pontos

Escrever uma expressão que permita obter o 10.º termo 5 pontos

Apresentar o valor pedido (0,006) 2 pontos

3. **10 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Referir que a construção de ordem n é formada por 2^{n-1} círculos 2 pontos

Referir que cada círculo da construção de ordem n tem raio igual a $\frac{1}{2^{n-1}}$ 2 pontos

Apresentar uma expressão para o perímetro de cada círculo da construção de ordem n $\left(2\pi \times \frac{1}{2^{n-1}}\right)$ 3 pontos

Apresentar uma expressão para a soma dos perímetros dos círculos da construção de ordem n $\left(2^{n-1} \times \frac{2\pi}{2^{n-1}}\right)$ 2 pontos

Obter 2π 1 ponto

2.º Processo

- Referir que a construção de ordem n é formada por 2^{n-1} círculos 2 pontos
- Calcular o perímetro do círculo da 1.ª construção 1 ponto
- Referir que a razão de semelhança entre cada círculo da construção de ordem n e o círculo da 1.ª construção é $\frac{1}{2^{n-1}}$ 1 ponto
- Apresentar uma expressão para o perímetro de cada círculo da construção de ordem n $\left(2\pi \times \frac{1}{2^{n-1}}\right)$ 3 pontos
- Apresentar uma expressão para a soma dos perímetros dos círculos da construção de ordem n $\left(2^{n-1} \times \frac{2\pi}{2^{n-1}}\right)$ 2 pontos
- Obter 2π 1 ponto

4. 15 pontos

- Calcular a altura, h , do triângulo isósceles cujos vértices coincidem com os centros dos três círculos 6 pontos
 - Indicar o comprimento dos lados iguais do triângulo (1,5) 1 ponto
 - Escrever $1,5^2 = h^2 + 0,5^2$ 2 pontos
 - Obter $h^2 = 2$ 2 pontos
 - Obter h 1 ponto
- Calcular a área do retângulo 4 pontos
 - Indicar o comprimento do lado menor do retângulo 1 ponto
 - Indicar o comprimento do lado maior do retângulo 2 pontos
 - Obter a área do retângulo 1 ponto
- Calcular a área do círculo maior 1 ponto
- Calcular a área de um dos círculos menores 1 ponto
- Calcular a área ocupada pelos três círculos 1 ponto
- Obter o valor pedido (1,1) 2 pontos

5. 5 pontos

(-1, 0)

GRUPO IV

1. **10 pontos**

Referir que o maior valor da distância do ponto Q ao ponto O ocorre quando $\theta = 90^\circ$ 2 pontos

Calcular esse valor da distância 3 pontos

Escrever $\overline{OQ} = \overline{PQ} + \overline{OP}$ 2 pontos

Obter \overline{OQ} (5) 1 ponto

Referir que o menor valor da distância do ponto Q ao ponto O ocorre quando $\theta = 270^\circ$ 2 pontos

Calcular esse valor da distância 3 pontos

Escrever $\overline{OQ} = \overline{PQ} - \overline{OP}$ 2 pontos

Obter \overline{OQ} (3) 1 ponto

2. **20 pontos**

Decompor o triângulo $[OPQ]$ nos triângulos retângulos $[OPR]$ e $[PQR]$, sendo R o vértice dos ângulos retos 1 ponto

Escrever $\overline{OR} = \text{sen } \theta$ 4 pontos

Escrever $\overline{RP} = \text{cos } \theta$ 4 pontos

Escrever $\overline{PQ}^2 = \overline{RP}^2 + \overline{RQ}^2$ 3 pontos

Escrever $4^2 = \text{cos}^2 \theta + \overline{RQ}^2$ 1 ponto

Escrever $\overline{RQ}^2 = 16 - \text{cos}^2 \theta$ 2 pontos

Obter $\overline{RQ} = \sqrt{16 - \text{cos}^2 \theta}$ 2 pontos

Concluir que $\overline{OQ} = \text{sen } \theta + \sqrt{16 - \text{cos}^2 \theta}$ (ou equivalente) 3 pontos

COTAÇÕES

Grupo	Item					
	Cotação (em pontos)					
I	1.	2.	3.1.	3.2.		55
	10	10	20	15		
II	1.	2.1.	2.2.			60
	30	10	20			
III	1.	2.	3.	4.	5.	55
	10	15	10	15	5	
IV	1.	2.				30
	10	20				
TOTAL						200