

EXAME FINAL NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

Prova Escrita de Matemática B

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Prova 735/2.ª Fase

Critérios de Classificação

12 Páginas

2016

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

A classificação das respostas aos itens com cotação igual ou superior a 20 pontos e que envolvam a produção de um texto tem em conta a clareza, a organização dos conteúdos e a utilização do vocabulário específico da Matemática.

As respostas que não apresentem exatamente os mesmos termos ou expressões constantes dos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de resposta restrita e de resposta extensa que envolvam cálculos ou justificações.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo à regressão sinusoidal»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.

Situação	Classificação
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não alterem o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios gerais e específicos de classificação.

Situação	Classificação
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	<p>Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada.</p> <p>Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos, no máximo, dois pontos à soma das pontuações atribuídas.</p>
18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	<p>É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto:</p> <ul style="list-style-type: none"> – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade em que, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

Nota – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

GRUPO I

30 pontos

Indicar as restrições (ver nota 1)	11 pontos
$160x + 80y \leq 1280$ (ou equivalente) (ver notas 2 e 3)	3 pontos
$100x + 100y \leq 900$ (ou equivalente) (ver notas 2 e 3)	3 pontos
$50x + 150y \leq 1050$ (ou equivalente) (ver notas 2 e 3)	3 pontos
$x \geq 0$	1 ponto
$y \geq 0$	1 ponto
Representar graficamente a região admissível	6 pontos
Representar graficamente a reta de equação $160x + 80y = 1280$	1 ponto
Representar graficamente a reta de equação $100x + 100y = 900$	1 ponto
Representar graficamente a reta de equação $50x + 150y = 1050$	1 ponto
Assinalar o polígono	3 pontos
Calcular o valor máximo de receita que a empresa pode obter com a venda de lotes dos dois tipos	12 pontos
Obter as coordenadas dos vértices do polígono que não pertencem aos eixos coordenados ((3, 6) e (7, 2)) (2 + 2)	4 pontos
Obter as coordenadas dos vértices do polígono que pertencem aos eixos coordenados, com exceção da origem ((8, 0) e (0, 7)) (1 + 1)	2 pontos
Identificar os valores de receita com $1500x + 1800y$	1 ponto
Calcular o valor de receita correspondente a cada um dos vértices do polígono, com exceção da origem (ou implementar o método da paralela à reta de nível zero) (ver nota 4) (1 x 4)	4 pontos
Indicar o valor máximo (15 300 euros)	1 ponto
Concluir que não é possível a empresa obter uma receita de 15 500 euros com a venda de lotes dos dois tipos	1 ponto

Notas:

1. Se, em alguma das restrições, for utilizado incorretamente o símbolo «<», em vez do símbolo «≤», ou o símbolo «>», em vez do símbolo «≥», a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto, no total.
2. Se, na restrição, for utilizado incorretamente o símbolo «=», em vez do símbolo «≤», a pontuação a atribuir a este passo é desvalorizada em 1 ponto.
3. Se, na restrição, for utilizado incorretamente o símbolo «≥», em vez do símbolo «≤», a pontuação a atribuir a este passo é desvalorizada em 2 pontos.
4. No caso de ser implementado o método da paralela à reta de nível zero e se apenas for representada, corretamente, esta reta, a pontuação a atribuir a este passo é 2 pontos.

GRUPO II

1.1. 15 pontos

- Apresentar as listas introduzidas na calculadora 1 ponto
- Apresentar o declive da reta de regressão (0,0304) 4 pontos
- Apresentar a ordenada na origem da reta de regressão (1418,9582) 4 pontos
- Obter a estimativa 5 pontos
- Apresentar o valor pedido (9 milhares) 1 ponto

1.2.1. 5 pontos

- 0,5 (ou equivalente) 5 pontos

1.2.2. 10 pontos

- Referir que $25 - 15 > 30 - 25$ (ver nota 1) 3 pontos
- Referir que a área limitada pelo eixo das abcissas e pela curva de Gauss à esquerda de 15 é menor do que a área limitada pelo eixo das abcissas e pela curva de Gauss à direita de 30 (ver nota 2) 5 pontos
- Concluir que é mais provável a Maria ter de esperar mais do que 30 minutos pela consulta de urgência 2 pontos

Notas:

1. Em alternativa, pode ser apresentado um esboço da curva de Gauss com o valor médio e os pontos de abcissas 15 e 30 corretamente assinalados.
2. Em alternativa, pode ser assinalada a região entre o eixo das abcissas e a curva de Gauss à esquerda de 15 e assinalada a região entre o eixo das abcissas e a curva de Gauss à direita de 30.

2.1. 10 pontos

- Identificar o instante em que se completaram três semanas após o início da pandemia com $x = 21$ 3 pontos
- Identificar o valor pedido com $f(21)$ 3 pontos
- Obter o valor pedido 4 pontos
- Obter $f(21)$ (0,21678...) 3 pontos
- Apresentar o valor pedido (0,2%) 1 ponto

2.2. **15 pontos**

- Traduzir o problema pela condição $f(x) > 1$ (**ver nota**) 1 ponto
- Representar graficamente a função f 4 pontos
 - Respeitar o domínio 2 pontos
 - Respeitar a forma 2 pontos
- Representar graficamente a reta de equação $y = 1$ 1 ponto
- Assinalar os pontos de intersecção dos gráficos 1 ponto
- Obter as abcissas desses pontos (27,0... e 56,9...) (2 + 2) 4 pontos
- Obter a diferença dessas abcissas 2 pontos
- Apresentar o valor pedido (4 semanas) 2 pontos

Nota – Se, em vez de ser traduzido o problema, for apresentada alguma das condições $f(x) \geq 1$, $f(x) \leq 1$, $f(x) < 1$ ou $f(x) = 1$, a pontuação a atribuir a esta etapa não é desvalorizada.

GRUPO III

1.1.1. **15 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

- Representar graficamente a função h_1 4 pontos
 - Utilizar um intervalo do domínio que permita a resolução do problema 2 pontos
 - Respeitar a forma do gráfico 2 pontos
- Assinalar um ponto do gráfico cuja ordenada é o valor máximo absoluto da função h_1 2 pontos
- Obter esse valor máximo (4,6) 2 pontos
- Assinalar um ponto do gráfico cuja ordenada é o valor mínimo absoluto da função h_1 2 pontos
- Obter esse valor mínimo (-0,4) 2 pontos
- Obter o valor pedido (5 m) 3 pontos

2.º Processo

Escrever $0 \leq t \leq 600$	1 ponto
Escrever $0 \leq \frac{\pi}{10}t \leq 60\pi$	1 ponto
Escrever $-1 \leq \sin\left(\frac{\pi}{10}t\right) \leq 1$	3 pontos
Escrever $-2,5 \leq 2,5 \sin\left(\frac{\pi}{10}t\right) \leq 2,5$	2 pontos
Escrever $-2,5 \leq -2,5 \sin\left(\frac{\pi}{10}t\right) \leq 2,5$	1 ponto
Escrever $-2,5 + 2,1 \leq -2,5 \sin\left(\frac{\pi}{10}t\right) + 2,1 \leq 2,5 + 2,1$	2 pontos
Obter $-0,4 \leq -2,5 \sin\left(\frac{\pi}{10}t\right) + 2,1 \leq 4,6$	2 pontos
Obter o valor pedido (5 m)	3 pontos

1.1.2. **15 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Determinar o tempo que a nora demora a dar uma volta completa	12 pontos
Representar graficamente a função h_1	4 pontos
Utilizar um intervalo do domínio que permita a resolução do problema	2 pontos
Respeitar a forma do gráfico	2 pontos
Assinalar dois pontos do gráfico relevantes para a resolução do problema	2 pontos
Obter as abcissas desses pontos (2 + 2)	4 pontos
Obter o tempo de uma volta completa (20 segundos)	2 pontos
Obter o número de voltas pedido (30)	3 pontos

2.º Processo

Referir que o período positivo mínimo da função h_1 é dado por $\frac{2\pi}{\frac{\pi}{10}}$	9 pontos
Obter o valor desse período (20)	3 pontos
Obter o número de voltas pedido (30)	3 pontos

1.2. 10 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Representar graficamente a função H 4 pontos

Utilizar um intervalo do domínio que permita a resolução do problema 2 pontos

Respeitar a forma do gráfico 2 pontos

Identificar o valor pedido com o segundo zero da função H 3 pontos

Assinalar o ponto do gráfico correspondente a esse zero 1 ponto

Apresentar o valor pedido (10,5 segundos) 2 pontos

2.º Processo

Escrever $-\frac{5\pi}{14} \cos\left(\frac{\pi}{7}t\right) = 0$ 1 ponto

Obter $\cos\left(\frac{\pi}{7}t\right) = 0$ 1 ponto

Obter $\frac{\pi}{7}t = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ 2 pontos

Obter $t = 3,5 + 7k, k \in \mathbb{Z}$ 1 ponto

Identificar o valor pedido com o segundo zero da função H 3 pontos

Apresentar o valor pedido (10,5 segundos) 2 pontos

2. 20 pontos

Tópicos de resposta:

- no gráfico representado na Figura 3, a taxa média de variação da respetiva função no intervalo $[5, 40]$ é negativa, pois a imagem de 40 é inferior à imagem de 5
- no gráfico representado na Figura 4, a imagem de zero pela respetiva função é superior a 21
- no gráfico representado na Figura 5, 10 não é maximizante da respetiva função.

Níveis	Descritores do nível de desempenho	Pontuação
4	Apresenta os três tópicos, de forma clara e organizada e com vocabulário específico adequado.	20
3	Apresenta os três tópicos, com pouca clareza ou com falhas na organização dos conteúdos ou na utilização do vocabulário específico. OU Apresenta apenas dois dos três tópicos, de forma clara e organizada e com vocabulário específico adequado.	14
2	Apresenta apenas dois dos três tópicos, com pouca clareza ou com falhas na organização dos conteúdos ou na utilização do vocabulário específico. OU Apresenta apenas um dos três tópicos, de forma clara e com vocabulário específico adequado.	8
1	Apresenta apenas um dos três tópicos, com pouca clareza ou com falhas na utilização do vocabulário específico.	2

GRUPO IV

1. **10 pontos**

- Referir que em cada etapa da construção, a partir da segunda, o número de triângulos obtidos é o triplo do número de triângulos obtidos na etapa imediatamente anterior (ou equivalente) 5 pontos
- Apresentar o valor pedido (3^{16} ou equivalente) 5 pontos

2. **15 pontos**

- Obter a soma das áreas dos triângulos obtidos na *etapa 1* ($\frac{3}{4}$) 5 pontos
- Obter a soma das áreas dos triângulos obtidos na *etapa 2* ($\frac{9}{16}$) 5 pontos
- Escrever uma expressão que permita obter a razão da progressão geométrica 3 pontos
- Apresentar o valor pedido ($\frac{3}{4}$) 2 pontos

3. **20 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

- Referir que a altura do paralelogramo relativa ao lado maior é dez vezes a altura do triângulo inicial (**ver nota**) 4 pontos
- Calcular a altura, h , do triângulo inicial 5 pontos
- Escrever $h^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1^2$ (ou equivalente) 2 pontos
- Obter $h^2 = \frac{3}{4}$ 2 pontos
- Obter $h = 0,86602...$ 1 ponto
- Obter a altura do paralelogramo relativa ao lado maior (**ver nota**) 2 pontos
- Obter a área do paralelogramo 3 pontos
- Identificar a área pedida com $\frac{1}{4}$ da área do paralelogramo 4 pontos
- Apresentar o valor pedido ($43,3 \text{ dm}^2$) 2 pontos

Nota – Em alternativa, pode ser referido que a altura do paralelogramo relativa ao lado menor é vinte vezes a altura do triângulo inicial e ser calculada essa altura.

2.º Processo

- Calcular a altura, h , do triângulo inicial 5 pontos
- Escrever $h^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1^2$ (ou equivalente)..... 2 pontos
- Obter $h^2 = \frac{3}{4}$ 2 pontos
- Obter $h = 0,86602...$ 1 ponto
- Obter a área do triângulo inicial 3 pontos
- Identificar a área de um triângulo pintado a branco com $\frac{1}{4}$ da área do triângulo inicial 3 pontos
- Obter essa área 1 ponto
- Calcular o número de triângulos pintados a branco no paralelogramo (400) 4 pontos
- Escrever uma expressão para a área pedida 2 pontos
- Apresentar o valor pedido ($43,3 \text{ dm}^2$) 2 pontos

4. 10 pontos

- Obter a razão de semelhança $\left(\frac{1}{4}\right)$ 4 pontos
- Calcular a soma dos comprimentos das arestas da pirâmide de maiores dimensões 6 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

- Escrever uma expressão do comprimento da aresta da pirâmide de maiores dimensões 3 pontos
- Obter o comprimento dessa aresta (40) 1 ponto
- Identificar o número de arestas da pirâmide (6) 1 ponto
- Obter o valor pedido (240 cm) 1 ponto

2.º Processo

- Identificar o número de arestas da pirâmide (6) 1 ponto
- Obter a soma dos comprimentos da aresta da pirâmide de menores dimensões (60) 1 ponto
- Escrever uma expressão da soma dos comprimentos da aresta da pirâmide de maiores dimensões 3 pontos
- Obter o valor pedido (240 cm) 1 ponto

COTAÇÕES

Grupo	Item					Cotação (em pontos)
	Cotação (em pontos)					
I	Item único					30
II	1.1.	1.2.1.	1.2.2.	2.1.	2.2.	55
	15	5	10	10	15	
III	1.1.1.	1.1.2.	1.2.	2.	60	
	15	15	10	20		
IV	1.	2.	3.	4.	55	
	10	15	20	10		
TOTAL						200