

Exame Final Nacional de Matemática B
Prova 735 | Época Especial | Ensino Secundário | 2018

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Critérios de Classificação

10 Páginas

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

A classificação das respostas aos itens com cotação igual ou superior a 20 pontos e que envolvam a produção de um texto tem em conta a clareza, a organização dos conteúdos e a utilização do vocabulário específico da Matemática.

As respostas que não apresentem exatamente os mesmos termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de resposta restrita e aos itens de resposta extensa que envolvam cálculos ou justificações.

| Situação | Classificação |
|---|---|
| 1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação. | É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado. |
| 2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo à regressão sinusoidal»]. | A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos. |
| 3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações. | A resposta é classificada com zero pontos. |
| 4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa. | A etapa é pontuada com zero pontos. |

| Situação | Classificação |
|---|---|
| 5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações. | Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam. |
| 6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não alterem o que se pretende avaliar com o item. | Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação. |
| 7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa. | Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota). |
| 8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa. | É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota). |
| 9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa. | A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota). |
| 10. Resolução incompleta de uma etapa. | Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista. |
| 11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto. | É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. |
| 12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros]. | É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final. |
| 13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação, quando deveria ter sido apresentado o valor exato. | É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final. |
| 14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos. | É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios gerais e específicos de classificação. |

| Situação | Classificação |
|---|--|
| 15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado. | É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final. |
| 16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final. | A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista. |
| 17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado. | <p>Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada.</p> <p>Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas.</p> |
| 18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal. | <p>É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto:</p> <ul style="list-style-type: none"> – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade em que, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada. |

Nota – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

GRUPO I

| | |
|--|------------------|
| 1.1. | 15 pontos |
| Identificar as listas introduzidas na calculadora | 2 pontos |
| Apresentar os valores de a (1,014), b (6,272), c (2,523) e d (9,993) | 8 pontos |
| Obter o valor pedido (9,7 cm) | 5 pontos |

| | |
|-------------------|------------------|
| 1.2. | 15 pontos |
|-------------------|------------------|

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

| | |
|--|----------|
| Representar graficamente a função h (ver nota) | 6 pontos |
| Respeitar o domínio | 3 pontos |
| Respeitar a forma do gráfico | 3 pontos |
| Assinalar um ponto do gráfico cuja ordenada seja o valor máximo absoluto da função h | 1 ponto |
| Obter o valor máximo absoluto (11) | 2 pontos |
| Assinalar um ponto do gráfico cuja ordenada seja o valor mínimo absoluto da função h | 1 ponto |
| Obter o valor mínimo absoluto (9) | 2 pontos |
| Determinar o valor pedido (10) | 3 pontos |

Nota – Se não for representado o referencial, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.

2.º Processo

| | |
|--|----------|
| Referir que o argumento da função cosseno toma valores de um intervalo com amplitude superior a 2π | 1 ponto |
| Escrever $-1 \leq \cos(6,3t + 0,9) \leq 1$ | 5 pontos |
| Escrever $10 - 1 \leq 10 + \cos(6,3t + 0,9) \leq 10 + 1$ | 3 pontos |
| Obter $9 \leq 10 + \cos(6,3t + 0,9) \leq 11$ | 3 pontos |
| Determinar o valor pedido (10) | 3 pontos |

2.1. 10 pontos

- Identificar o instante em que se colocou o sensor no recipiente com $t = 0$ 2 pontos
Substituir t por 0 na expressão da função G 2 pontos
Obter o valor pedido ($95\text{ }^{\circ}\text{C}$) 6 pontos

2.2. 15 pontos

- Escrever $15 + 80e^{-2k} = 70$ 2 pontos
Obter o valor de k 7 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

- Representar graficamente a função definida por $y = 15 + 80e^{-2x}$
(**ver nota**) 3 pontos
Representar graficamente a reta de equação $y = 70$ (**ver nota**) 1 ponto
Assinalar o ponto de intersecção dos gráficos 1 ponto
Obter a abcissa desse ponto ($0,1873\dots$) 2 pontos

Nota – Se não for representado o referencial, a soma das pontuações a atribuir a estes dois passos é desvalorizada em 1 ponto.

2.º Processo

- Obter $e^{-2k} = \frac{55}{80}$ 1 ponto
Escrever $-2k = \ln\left(\frac{55}{80}\right)$ 4 pontos
Escrever $k = -\frac{\ln\left(\frac{55}{80}\right)}{2}$ 1 ponto
Obter $k = 0,1873\dots$ 1 ponto
Substituir t por 10 na expressão da função G 3 pontos
Obter o valor pedido ($27\text{ }^{\circ}\text{C}$) 3 pontos

3. **15 pontos**
- Identificar 170 cm com $\mu + \sigma$ 2 pontos
- Identificar 178 cm com $\mu + 2\sigma$ 2 pontos
- Obter o valor pedido 11 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

- Determinar $P(X < 170)$ (0,84135) 4 pontos
- Determinar $P(X > 178)$ (0,02275) 4 pontos
- Calcular $P(X < 170) + P(X > 178)$ (0,8641) 3 pontos

2.º Processo

- Determinar $P(170 < X < 178)$ (0,1359) 6 pontos
- Calcular $1 - P(170 < X < 178)$ (0,8641) 5 pontos

GRUPO II

1. **15 pontos**
- Identificar os casos favoráveis com 4 e com 9 6 pontos
- Identificar a probabilidade pedida com $P(X = 4) + P(X = 9)$ 6 pontos
- Apresentar o valor pedido $\left(\frac{5}{9}\right)$ 3 pontos

- 2.1. **10 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

- Escrever uma expressão do valor pedido (3×2^9 ou equivalente) (**ver nota**) 7 pontos
- Obter o valor pedido (1536) 3 pontos

Nota – Em alternativa, podem ser apresentados os nove primeiros termos da progressão.

2.º Processo

- Definir por recorrência a sucessão (u_n) do número de bolas colocadas em cada uma das vezes ($u_1 = 3 \wedge u_{n+1} = 2 \times u_n$) 5 pontos
- Apresentar uma tabela dessa sucessão com a linha relevante para a resolução do problema 4 pontos
- Apresentar o valor pedido (1536) 1 ponto

2.2. 15 pontos

- Identificar o número total de bolas colocadas em cada uma das vezes com termos consecutivos de uma progressão geométrica 3 pontos
- Identificar a razão (2) 2 pontos
- Identificar o primeiro termo (3) 1 ponto
- Escrever uma expressão do número total de bolas colocadas
 $(3 \times \frac{1-2^{15}}{1-2}$ ou equivalente) (**ver nota**) 4 pontos
- Obter o valor dessa expressão (98 301) (**ver nota**) 3 pontos
- Obter o valor pedido (98 321) 2 pontos

Nota – Caso sejam calculados os quinze primeiros termos da progressão e obtida a respetiva soma, a pontuação a atribuir a estas etapas não é desvalorizada.

GRUPO III

1.1. 10 pontos

- Relacionar o valor de renda a receber do Sr. Lopes com $70 \times 6x$ 4 pontos
- Relacionar o valor de renda a receber do Sr. Santos com $60 \times 3y$ 4 pontos
- Concluir que a renda, L , é dada por $420x + 180y$ 2 pontos

1.2. 20 pontos

- Indicar as restrições 5 pontos
- $x + y \leq 13$ (ou equivalente) 1 ponto
- $5x + 2y \leq 44$ (ou equivalente) 2 pontos
- $x \geq 3$ 1 ponto
- $y \geq 2$ 1 ponto
- Representar graficamente a região admissível 5 pontos
- Representar graficamente as retas de equações $x + y = 13$,
 $5x + 2y = 44$, $x = 3$ e $y = 2$ (1x4) 4 pontos
- Assinalar o polígono 1 ponto
- Obter as coordenadas dos vértices do polígono
 $((3, 2), (6, 7), (8, 2), (3, 10))$ (1x4) 4 pontos
- Calcular o valor de renda correspondente a cada um dos vértices do polígono
(ou implementar o método da paralela à reta de nível zero) (**ver notas 1 e 2**)
..... (1x4) 4 pontos
- Apresentar os valores pedidos (6 ha pelo Sr. Lopes e 7 ha pelo Sr. Santos) .. 2 pontos

Notas:

- Se não for calculado o valor de renda correspondente ao vértice de coordenadas (3, 2), a pontuação a atribuir a esta etapa não é desvalorizada.
- No caso de ser implementado o método da paralela à reta de nível zero, se apenas for representada, corretamente, essa reta, a pontuação a atribuir a esta etapa é 2 pontos.

| | |
|---|------------------|
| 2.1.1. | 15 pontos |
| Identificar o comprimento das oito cantoneiras de dimensão x com $8x$ | 2 pontos |
| Identificar o comprimento das quatro cantoneiras de dimensão y com $4y$ | 2 pontos |
| Escrever $8x + 4y = 480$ | 4 pontos |
| Obter $y = 120 - 2x$ (ou equivalente) | 3 pontos |
| Escrever uma expressão da área da base do aquário em função de x ($x(120 - 2x)$ ou equivalente) | 3 pontos |
| Obter $120x - 2x^2$ | 1 ponto |

| | |
|---|------------------|
| 2.1.2. | 10 pontos |
| Determinar o valor de x (30 cm) | 7 pontos |

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

| | |
|---|----------|
| Representar graficamente a função A (ver nota) | 4 pontos |
| Respeitar o domínio | 2 pontos |
| Respeitar a forma do gráfico | 2 pontos |
| Assinalar o ponto do gráfico cuja ordenada é o valor máximo absoluto da função A | 1 ponto |
| Obter a abcissa desse ponto | 2 pontos |

Nota – Se não for representado o referencial, a pontuação a atribuir a este passo é desvalorizada em 1 ponto.

2.º Processo

| | |
|---|----------|
| Escrever $120x - 2x^2 = 0$ | 1 ponto |
| Obter as soluções da equação anterior (0 e 60) | 2 pontos |
| Referir que o gráfico da função A é parte de uma parábola com a concavidade voltada para baixo | 1 ponto |
| Obter o maximizante da função A | 3 pontos |
| Determinar o valor de y (60 cm) | 3 pontos |

| | |
|--|------------------|
| 2.2. | 15 pontos |
| Indicar o raio da base do balde cilíndrico (11 cm) | 2 pontos |
| Calcular o volume do balde (5701 cm^3) | 6 pontos |
| Calcular a razão entre o volume do aquário e o volume do balde | 5 pontos |
| Concluir que o Sr. Ferreira encheu o balde de água doze vezes | 2 pontos |

GRUPO IV

1. **10 pontos**

Determinar a abcissa do ponto P 5 pontos

Representar graficamente a função S (**ver nota**) 2 pontos

Representar graficamente a reta de equação $y = 50$ (**ver nota**) 1 ponto

Assinalar o ponto de intersecção dessa reta com o gráfico de S 1 ponto

Obter a abcissa desse ponto (1,574...) 1 ponto

Obter a ordenada do ponto P (8,176...) 3 pontos

Obter o valor pedido (9,8) 2 pontos

Nota – Se não for representado o referencial, a soma das pontuações a atribuir a estes passos é desvalorizada em 1 ponto.

2. **10 pontos**

Apresentar uma justificação (a área da região sombreada tende para a área do quadrado, ou equivalente) 6 pontos

Apresentar o valor pedido (0) 4 pontos

COTAÇÕES

| Grupo | Item | | | | | |
|--------------|---------------------|------|--------|--------|------|------------|
| | Cotação (em pontos) | | | | | |
| I | 1.1. | 1.2. | 2.1. | 2.2. | 3. | 70 |
| | 15 | 15 | 10 | 15 | 15 | |
| II | 1. | 2.1. | 2.2. | | | 40 |
| | 15 | 10 | 15 | | | |
| III | 1.1. | 1.2. | 2.1.1. | 2.1.2. | 2.2. | 70 |
| | 10 | 20 | 15 | 10 | 15 | |
| IV | 1. | 2. | | | | 20 |
| | 10 | 10 | | | | |
| TOTAL | | | | | | 200 |