

**Exame Final Nacional de Matemática B**  
**Prova 735 | 2.ª Fase | Ensino Secundário | 2018**

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

**Critérios de Classificação**

13 Páginas

---

## CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

A classificação das respostas aos itens com cotação igual ou superior a 20 pontos e que envolvam a produção de um texto tem em conta a clareza, a organização dos conteúdos e a utilização do vocabulário específico da Matemática.

As respostas que não apresentem exatamente os mesmos termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de resposta restrita e aos itens de resposta extensa que envolvam cálculos ou justificações.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo à regressão sinusoidal»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.

Situação	Classificação
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não alterem o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação, quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios gerais e específicos de classificação.

Situação	Classificação
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	<p>Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada.</p> <p>Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas.</p>
18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	<p>É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos;</li> <li>– nos casos de uso do símbolo de igualdade em que, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.</li> </ul>

**Nota** – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

# CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

## GRUPO I

### 1.1. .... 10 pontos

- Identificar a composição do pacote de tipo I  
(2 quartos triplos, 4 quartos duplos e 2 quartos individuais) ..... 5 pontos
- Identificar a composição do pacote de tipo II  
(3 quartos triplos, 3 quartos duplos e 1 quarto individual) ..... 5 pontos

### 1.2. .... 20 pontos

- Apresentar a função objetivo ( $L(x, y) = 600x + 400y$ ) ..... 2 pontos
- Representar graficamente a região admissível ..... 6 pontos
- Representar graficamente a reta de equação  $2x + 3y = 24$  ..... 1 ponto
  - Representar graficamente a reta de equação  $4x + 3y = 30$  ..... 1 ponto
  - Representar graficamente a reta de equação  $2x + y = 14$  ..... 1 ponto
  - Assinalar o polígono ..... 3 pontos
- Obter as coordenadas dos vértices do polígono que pertencem aos eixos coordenados, com exceção da origem ((7, 0) e (0, 8)) ..... (1+1) ..... 2 pontos
- Obter as coordenadas dos vértices do polígono que não pertencem aos eixos coordenados ((3, 6) e (6, 2)) ..... (2+2) ..... 4 pontos
- Calcular o valor de receita correspondente a cada um dos vértices do polígono, com exceção da origem (ou implementar o método da paralela à reta de nível zero) (**ver nota**) ..... (1x4) ..... 4 pontos
- Apresentar os valores pedidos ( 6 pacotes do tipo I e 2 pacotes do tipo II) ..... 2 pontos

**Nota** – No caso de ser implementado o método da paralela à reta de nível zero, se apenas for representada, corretamente, essa reta, a pontuação a atribuir a esta etapa é 2 pontos.

2. .... 15 pontos

- Identificar os valores da variável aleatória  $X$  (1 e 2)..... 2 pontos
- Obter  $P(X = 1)$   $\left(\frac{2}{5}$  ou equivalente) (ver nota 1) ..... 4 pontos
- Obter  $P(X = 2)$   $\left(\frac{3}{5}$  ou equivalente) (ver nota 1)..... 4 pontos
- Apresentar a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória  $X$  (ver nota 2) ..... 1 ponto
- Obter o valor médio da variável aleatória  $X$  ..... 4 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

- Escrever uma expressão do valor médio ..... 3 pontos
- Calcular o valor médio (1,6) ..... 1 ponto

**2.º Processo**

- Apresentar as listas introduzidas na calculadora ..... 1 ponto
- Apresentar o valor médio (1,6) ..... 3 pontos

**Notas:**

1. Se for obtido um valor incorreto para  $P(X = 1)$  (ou para  $P(X = 2)$ ), pertencente ao intervalo  $]0, 1[$ , e se, a partir desse valor, for obtido  $P(X = 2) = 1 - P(X = 1)$  (ou  $P(X = 1) = 1 - P(X = 2)$ ), a pontuação a atribuir ao conjunto destas etapas é desvalorizada, no máximo, em 4 pontos.
2. Se a soma dos valores das probabilidades não for 1, a pontuação a atribuir a esta etapa é 0 pontos.

3. .... 15 pontos

- Identificar 170 cm com  $\mu + \sigma$  ..... 2 pontos
- Identificar 180 cm com  $\mu + 2\sigma$  ..... 2 pontos
- Obter  $P(170 < X < 180)$  ..... 10 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

- Determinar  $P(160 < X < 170)$  (0,34135) ..... 3 pontos
- Determinar  $P(160 < X < 180)$  (0,47725) ..... 3 pontos
- Calcular  $0,47725 - 0,34135$  (0,1359) ..... 4 pontos

**2.º Processo**

- Calcular  $0,9545 - 0,6827$  (0,2718) ..... 5 pontos
- Calcular metade de 0,2718 (0,1359) ..... 5 pontos
- Apresentar o valor pedido (0,14) ..... 1 ponto

## GRUPO II

1. .... 15 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

### 1.º Processo

Representar graficamente a função  $h$  (**ver nota**) ..... 6 pontos

    Respeitar o domínio ..... 3 pontos

    Respeitar a forma do gráfico ..... 3 pontos

Assinalar um ponto do gráfico relevante para a resolução cuja ordenada seja o valor máximo absoluto da função  $h$  ..... 1 ponto

Obter esse valor máximo (1,477) ..... 2 pontos

Assinalar um ponto do gráfico relevante para a resolução cuja ordenada seja o valor mínimo absoluto da função  $h$  ..... 1 ponto

Obter esse valor mínimo (0,509) ..... 2 pontos

Calcular a diferença entre os valores extremos (0,968) ..... 2 pontos

Apresentar o valor pedido (1 m) ..... 1 ponto

**Nota** – Se for representada uma restrição da função  $h$  num intervalo de extremos  $0$  e  $a$ , com  $24 \leq a < 120$ , a pontuação a atribuir a esta etapa não é desvalorizada.

### 2.º Processo

Referir que o argumento da função seno toma valores de um intervalo com amplitude superior a  $2\pi$  ..... 1 ponto

Escrever  $-1 \leq \sin(0,496t + 2,196) \leq 1$  ..... 4 pontos

Escrever  $-0,484 \leq 0,484 \times \sin(0,496t + 2,196) \leq 0,484$  ..... 3 pontos

Escrever

$0,993 - 0,484 \leq 0,993 + 0,484 \times \sin(0,496t + 2,196) \leq 0,993 + 0,484$  ..... 2 pontos

Obter  $0,509 \leq 0,993 + 0,484 \times \sin(0,496t + 2,196) \leq 1,477$  ..... 2 pontos

Calcular a diferença entre os valores extremos (0,968) ..... 2 pontos

Apresentar o valor pedido (1 m) ..... 1 ponto

2. .... 15 pontos

Apresentar as listas introduzidas na calculadora ..... 3 pontos

Apresentar os valores de  $a$  (0,37),  $b$  (0,51),  $c$  (-2,46) e  $d$  (1,00) (**ver nota**) ..... 8 pontos

Identificar as 12 horas do dia 27 de julho de 2016 com  $t = 12$  ..... 2 pontos

Obter o valor pedido (0,82 m) ..... 2 pontos

**Nota** – Se for apresentado 1, em vez de 1,00, a pontuação a atribuir a esta etapa não é desvalorizada.

### GRUPO III

1.1. .... 10 pontos

Identificar o número pedido com  $N(0)$  ..... 4 pontos

Obter  $N(0)$  ..... 4 pontos

Apresentar o valor pedido (1,061 milhões, ou equivalente) ..... 2 pontos

1.2. .... 10 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, quatro processos.

#### 1.º Processo

Obter  $N(366)$  (1,5953...) (ver nota 1) ..... 3 pontos

Obter  $N(731)$  (2,3962...) (ver nota 2) ..... 3 pontos

Reconhecer que  $N(366) < 2 < N(731)$  ..... 1 ponto

Referir que a função  $N$  é crescente ..... 1 ponto

Apresentar a resposta pedida (2009) ..... 2 pontos

#### Notas:

1. Se, em vez de  $N(366)$ , for obtido  $N(365)$ , a pontuação a atribuir a esta etapa não é desvalorizada.

2. Se, em vez de  $N(731)$ , for obtido  $N(730)$ , a pontuação a atribuir a esta etapa não é desvalorizada.

#### 2.º Processo

Traduzir o problema pela condição  $N(t) > 2$  (ver nota) ..... 1 ponto

Representar graficamente a função  $N$  ..... 4 pontos

Respeitar o domínio ..... 2 pontos

Respeitar a forma do gráfico ..... 2 pontos

Representar graficamente a reta de equação  $y = 2$  ..... 1 ponto

Assinalar o ponto de intersecção da reta com o gráfico de  $N$  ..... 1 ponto

Obter a abcissa desse ponto (568,8107...) ..... 1 ponto

Apresentar a resposta pedida (2009) ..... 2 pontos

**Nota** – Se, em vez da condição  $N(t) > 2$ , que traduz o problema, for apresentada alguma das condições  $N(t) = 2$ ,  $N(t) \geq 2$ ,  $N(t) \leq 2$  ou  $N(t) < 2$ , e se for apresentada a resposta pedida, a pontuação a atribuir a esta etapa não é desvalorizada.

### 3.º Processo

- Escrever  $1,061 \times 1,034^{\frac{t}{30}} > 2$  ..... 1 ponto
- Escrever  $1,034^{\frac{t}{30}} > \frac{2}{1,061}$  ..... 1 ponto
- Escrever  $\frac{t}{30} > \log_{1,034}\left(\frac{2}{1,061}\right)$  ..... 4 pontos
- Obter  $t > 568,8107\dots$  ..... 2 pontos
- Apresentar a resposta pedida (2009) ..... 2 pontos

### 4.º Processo

- Escrever  $1,061 \times 1,034^{\frac{t}{30}} = 2$  ..... 1 ponto
- Escrever  $1,034^{\frac{t}{30}} = \frac{2}{1,061}$  ..... 1 ponto
- Escrever  $\frac{t}{30} = \log_{1,034}\left(\frac{2}{1,061}\right)$  ..... 3 pontos
- Obter  $t = 568,8107\dots$  ..... 2 pontos
- Referir que a função  $N$  é crescente ..... 1 ponto
- Apresentar a resposta pedida (2009) ..... 2 pontos

## 1.3. .... 10 pontos

- Identificar  $N(60) - N(31)$  com o número de telemóveis vendidos no mês de fevereiro de 2008 (**ver nota**) ..... 8 pontos
- Identificar 0,04 com o número de milhões de telemóveis vendidos nesse mês (ou equivalente) ..... 2 pontos

**Nota** – Se apenas for identificado  $t = 60$  com as zero horas do dia 1 de março de 2008 ou se apenas for identificado  $t = 31$  com as zero horas do dia 1 de fevereiro de 2008, a pontuação a atribuir a esta etapa é 2 pontos; se apenas for identificado  $t = 60$  com as zero horas do dia 1 de março de 2008 e  $t = 31$  com as zero horas do dia 1 de fevereiro de 2008, a pontuação a atribuir a esta etapa é 4 pontos.

**2.1.** ..... **15 pontos**

- Calcular o valor de  $a$  ..... 5 pontos
- Identificar 700 com  $C(0)$  ..... 2 pontos
- Escrever  $a \log 10 = 700$  ..... 1 ponto
- Concluir que  $a = 700$  ..... 2 pontos
- Calcular o valor de  $b$  ..... 10 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

- Calcular o triplo de 700 ..... 1 ponto
- Identificar 2100 com  $C(2)$  ..... 2 pontos
- Representar graficamente a função definida por  
 $y = 700 \log(2x + 10)$  (**ver nota**) ..... 3 pontos
- Representar graficamente a reta de equação  $y = 2100$  (**ver nota**) ... 1 ponto
- Assinalar o ponto de intersecção dessa reta com a curva ..... 1 ponto
- Obter a abcissa desse ponto (495) ..... 2 pontos

**Nota** – Se não for representado o referencial, a soma das pontuações a atribuir a estas etapas é desvalorizada em 1 ponto.

**2.º Processo**

- Calcular o triplo de 700 ..... 1 ponto
- Identificar 2100 com  $C(2)$  ..... 2 pontos
- Escrever  $700 \log(2b + 10) = 2100$  ..... 1 ponto
- Obter  $\log(2b + 10) = 3$  ..... 1 ponto
- Escrever  $2b + 10 = 10^3$  ..... 3 pontos
- Obter  $b = 495$  ..... 2 pontos

**3.º Processo**

- Escrever  $C(2) = 3 \times C(0)$  (ou equivalente) ..... 2 pontos
- Escrever  $a \log(2b + 10) = 3 \times a \log 10$  ..... 1 ponto
- Obter  $\log(2b + 10) = 3 \log 10$  ..... 1 ponto
- Obter  $\log(2b + 10) = 3$  ..... 1 ponto
- Escrever  $2b + 10 = 10^3$  ..... 3 pontos
- Obter  $b = 495$  ..... 2 pontos

**2.2.** ..... **10 pontos**

- Identificar o valor de  $r$  (3) ..... 5 pontos
- Identificar o valor de  $s$  (101) ..... 5 pontos

## GRUPO IV

**1.1. .... 15 pontos**

- Identificar a expressão  $1 + 2 + \dots + (n - 1)$  com a soma de termos consecutivos de uma progressão aritmética ..... 3 pontos
- Identificar o número de termos  $(n - 1)$  ..... 3 pontos
- Identificar o primeiro termo da sequência (1) ..... 1 ponto
- Identificar o último termo da sequência  $(n - 1)$  ..... 2 pontos
- Escrever a expressão  $\frac{1 + (n - 1)}{2} \times (n - 1)$  (ou equivalente) ..... 3 pontos
- Obter  $\frac{n^2 - n}{2}$  ..... 3 pontos

**1.2. .... 10 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

**1.º Processo**

- Representar graficamente a função definida por  $y = \frac{x^2 - x}{2}$  no intervalo  $[2, +\infty[$  ..... 4 pontos
- Respeitar o domínio ..... 2 pontos
- Respeitar a forma do gráfico ..... 2 pontos
- Representar graficamente a reta de equação  $y = 2556$  ..... 2 pontos
- Assinalar o ponto de intersecção dessa reta com a curva ..... 1 ponto
- Obter a abcissa desse ponto ..... 2 pontos
- Apresentar o valor pedido (72) ..... 1 ponto

**2.º Processo**

- Escrever a equação  $\frac{n^2 - n}{2} = 2556$  ..... 5 pontos
- Obter  $n^2 - n - 5112 = 0$  ..... 1 ponto
- Obter  $n = 72$  ..... 3 pontos
- Apresentar o valor pedido (72) ..... 1 ponto

### 3.º Processo

- Apresentar a linha relativa a  $n = 72$  da tabela obtida com a calculadora  
 ou escrever  $\frac{72^2 - 72}{2} = 2556$  ..... 8 pontos
- Justificar que 72 é a única solução (por exemplo, referindo que a sucessão  
 definida por  $\frac{n^2 - n}{2}$  é crescente) ..... 1 ponto
- Apresentar o valor pedido (72) ..... 1 ponto

#### 2.1. .... 15 pontos

- Obter  $\widehat{AOB}$  ( $72^\circ$ ) ..... 5 pontos
- Relacionar  $504^\circ$  com  $72^\circ$  ou com  $144^\circ$  ..... 5 pontos
- Identificar o lado extremidade do ângulo ( $\widehat{OC}$ ) (**ver nota**) ..... 5 pontos

**Nota** – Se, em vez de  $\widehat{OC}$ , for indicado  $\widehat{OD}$ , a pontuação a atribuir a esta etapa é 3 pontos.

#### 2.2. .... 15 pontos

- Obter  $\overline{MB}$  ..... 1 ponto
- Identificar um triângulo retângulo em que um dos catetos seja metade do lado  
 do pentágono ..... 1 ponto
- Calcular a amplitude de um ângulo agudo desse triângulo ..... 2 pontos
- Calcular  $\overline{FM}$  ..... 3 pontos
- Escrever  $\text{tg}(18^\circ) = \frac{\overline{FM}}{\overline{MB}}$  ou  $\text{tg}(36^\circ) = \frac{\overline{FM}}{\overline{OM}}$  (ou equivalente) .. 2 pontos
- Obter  $\overline{FM}$  ..... 1 ponto
- Calcular a área de um triângulo isósceles ..... 2 pontos
- Calcular a área do pentágono ..... 2 pontos
- Identificar a área do pentagrama com a soma das áreas do pentágono  
 e dos triângulos isósceles ..... 2 pontos
- Obter o valor pedido (1,1) ..... 2 pontos

## COTAÇÕES

Grupo	Item					Cotação (em pontos)
	Cotação (em pontos)					
I	1.1.	1.2.	2.	3.		
	10	20	15	15		60
II	1.	2.				
	15	15				30
III	1.1.	1.2.	1.3.	2.1.	2.2.	
	10	10	10	15	10	55
IV	1.1.	1.2.	2.1.	2.2.		
	15	10	15	15		55
<b>TOTAL</b>						<b>200</b>