

## Exame Final Nacional de Matemática B Prova 735 | 2.ª Fase | Ensino Secundário | 2020

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho

**Critérios de Classificação**

9 Páginas

---

### CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

As respostas que não apresentem exatamente os termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens que envolvam cálculos ou justificações.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo à regressão sinusoidal»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não alterem o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.

13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação, quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.  As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios gerais e específicos de classificação.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada.  Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas.
18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto:  – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos;  – nos casos de uso do símbolo de igualdade em que, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

**Nota** – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

## CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

**1.1.** ..... **18 pontos**

Equacionar o problema ( $p(x) = 799$ ) ..... 4 pontos

Resolver a equação anterior ..... 12 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

### 1.º Processo

Representar graficamente a função  $p$  (**ver nota**) ..... 6 pontos

Representar graficamente a reta de equação  $y = 799$  ..... 2 pontos

Assinalar o ponto de intersecção dos gráficos ..... 2 pontos

Obter a abcissa desse ponto ( $1,900458\dots$ ) ..... 2 pontos

**Nota** – Se não for representado o referencial, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto. Se não for respeitado o domínio da função, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.

## 2.º Processo

Isolar $e^{-\frac{x}{8}}$ .....	3 pontos
Isolar $-\frac{x}{8}$ .....	6 pontos
Obter o valor de $x$ .....	3 pontos
Apresentar o valor pedido (1900 m) .....	2 pontos

### 1.2. .... 18 pontos

Converter metros em quilómetros .....	3 pontos
Obter $p(1,851)$ .....	6 pontos
Obter $p(1,983)$ .....	6 pontos
Obter o valor pedido (13 hPa) ( <b>ver nota</b> ) .....	3 pontos

**Nota** – Se for apresentado o valor  $-13$  hPa, a pontuação a atribuir a esta etapa é 2 pontos.

### 2.1.1. .... 18 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

#### 1.º Processo

Escrever $u_{n+1} - u_n$ , ou equivalente (sendo $u_n = -2,5n + 37,5$ ) .....	5 pontos
Obter a expressão de $u_{n+1}$ .....	4 pontos
Obter a diferença $(-2,5)$ .....	4 pontos
Referir que a diferença não depende de $n$ (ou equivalente) .....	2 pontos
Identificar a razão da progressão $(-2,5)$ .....	3 pontos

#### 2.º Processo

Referir que $-2,5n + 37,5$ corresponde a uma expressão polinomial do 1.º grau em $\mathbb{N}$ (ou equivalente) .....	15 pontos
Identificar a razão da progressão $(-2,5)$ .....	3 pontos

#### 3.º Processo

Escrever $u_1 + (n - 1)r$ para termo geral de uma progressão aritmética $(u_n)$ ..	4 pontos
Calcular o 1.º termo da sequência dada (35) .....	2 pontos
Calcular o 2.º termo da sequência dada (32,5) (ou calcular dois quaisquer termos consecutivos) .....	2 pontos
Calcular a diferença desses termos $(-2,5)$ .....	2 pontos
Identificar $u_1$ com 35 .....	1 ponto
Identificar $r$ com $-2,5$ .....	2 pontos
Obter $-2,5n + 37,5$ .....	4 pontos
Referir que a razão da progressão é $-2,5$ .....	1 ponto

**2.1.2.** ..... **18 pontos**

Calcular o valor de  $S_8$  ..... 14 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

Obter a distância percorrida pelo André na 1.ª hora do percurso  
(35 km) ..... 3 pontos

Obter a distância percorrida pelo André na 8.ª hora do percurso  
(17,5 km) ..... 3 pontos

Escrever  $S_8 = \frac{35 + 17,5}{2} \times 8$  (ou equivalente) ..... 6 pontos

Obter  $S_8 = 210$  ..... 2 pontos

**2.º Processo**

Obter as distâncias, em km, percorridas pelo André, em cada  
hora do percurso (35; 32,5; 30; 27,5; 25; 22,5; 20; 17,5) .... 8 pontos

Escrever  $35 + 32,5 + 30 + 27,5 + 25 + 22,5 + 20 + 17,5$  ..... 5 pontos

Obter 210 ..... 1 ponto

Obter o valor pedido (15 km) ..... 4 pontos

**2.2.** ..... **18 pontos**

Indicar o valor de  $b$  (0,05) ..... 3 pontos

Escrever uma expressão que permita obter o valor de  $a$  ..... 4 pontos

Obter o valor de  $a$  (0,29) ..... 2 pontos

Calcular o valor médio da variável aleatória  $X$  ..... 8 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

Escrever uma expressão para o valor médio ..... 6 pontos

Obter o valor médio (2,41) ..... 2 pontos

**2.º Processo**

Apresentar as listas introduzidas na calculadora ..... 2 pontos

Obter o valor médio, recorrendo às potencialidades estatísticas da  
calculadora (2,41) ..... 6 pontos

Apresentar o valor pedido (2) ..... 1 ponto

3. .... 18 pontos

- Reconhecer que a mediana da amostra é a média dos 6.º e 7.º valores da amostra ordenada ..... 2 pontos
- Reconhecer que  $R$  é o 7.º valor da amostra ordenada ..... 2 pontos
- Verificar que  $\frac{24\,139 + 25\,209}{2} = 24\,674$  (ou equivalente) ..... 3 pontos
- Apresentar as listas introduzidas na calculadora ..... 1 ponto
- Obter  $\bar{x}$  e  $s$  (25 019,75 e 3886,21 , respetivamente) (**ver nota**) ..... 4 pontos
- Obter os extremos do intervalo  $]\bar{x} - s, \bar{x} + s[$  (21 133,54 e 28 905,96) ..... 2 pontos
- Apresentar os anos pedidos (1900, 1920, 1950 e 1960) ..... 4 pontos

**Nota** – Caso seja apresentado o valor 3720,76 para  $s$  , a pontuação a atribuir a esta etapa não deve ser desvalorizada.

4.1. .... 20 pontos

- Reconhecer que o volume pedido é a diferença entre o volume da pirâmide maior e o volume da pirâmide menor ..... 4 pontos
- Identificar a altura da pirâmide menor  $\left(\frac{4}{3} \text{ m}\right)$  ..... 3 pontos
- Calcular o volume da pirâmide menor  $\left(\frac{4}{9} \text{ m}^3\right)$  ..... 3 pontos
- Calcular o volume da pirâmide maior ..... 8 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

- Identificar uma razão de semelhança entre as duas pirâmides  $\left(3 \text{ ou } \frac{1}{3}\right)$  ..... 2 pontos
- Obter a razão entre os volumes  $\left(27 \text{ ou } \frac{1}{27}\right)$  ..... 3 pontos
- Obter o volume da pirâmide maior  $(12 \text{ m}^3)$  ..... 3 pontos

**2.º Processo**

- Obter a medida do lado da base da pirâmide maior (3 m) ..... 5 pontos
- Obter o volume da pirâmide maior  $(12 \text{ m}^3)$  ..... 3 pontos
- Obter o valor pedido  $(11,6 \text{ m}^3)$  ..... 2 pontos

**4.2.** ..... **18 pontos**

- Indicar a abcissa do ponto  $F(0)$  ..... 3 pontos
- Indicar a cota do ponto  $F(0)$  ..... 3 pontos
- Identificar a ordenada do ponto  $F$  com  $\overline{OF}$  ..... 1 ponto
- Calcular  $\overline{OF}$  ..... 10 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

- Reconhecer que  $\overline{FH}^2 = \overline{FE}^2 + \overline{EH}^2$  ..... 4 pontos
- Escrever  $\overline{FH}^2 = 1^2 + 1^2$  ..... 2 pontos
- Obter  $\overline{FH}$  (1,41...) ..... 2 pontos
- Obter  $\overline{OF}$  (0,70...) ..... 2 pontos

**2.º Processo**

- Reconhecer que  $\overline{FE}^2 = \overline{OF}^2 + \overline{OE}^2$  ..... 4 pontos
- Obter  $2 \times \overline{OF}^2 = 1^2$  ..... 4 pontos
- Obter  $\overline{OF}$  (0,70...) ..... 2 pontos
- Apresentar a ordenada do ponto  $F(0,7)$  ..... 1 ponto

**5.1.1.** ..... **18 pontos**

- Escrever  $\sin(70^\circ) = \frac{d}{33}$  (sendo  $d$  o comprimento do cateto oposto ao ângulo de  $70^\circ$  no triângulo retângulo com hipotenusa 33) ..... 6 pontos
- Obter  $d$  ..... 6 pontos
- Obter  $d + 67$  ..... 5 pontos
- Apresentar o valor pedido (98 m) ..... 1 ponto

**5.1.2.** ..... **18 pontos**

- Obter o número de radianos correspondente a 15 voltas ( $30\pi$ ) ..... 4 pontos
- Obter  $\omega$  ( $\frac{\pi}{2}$ ) ..... 5 pontos
- Obter o valor da velocidade linear, em metros por segundo ( $\frac{33\pi}{2}$ ) ..... 5 pontos
- Obter o valor pedido (187 km/h) ..... 4 pontos

**5.2.** ..... **18 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

- Obter o valor máximo da função  $h$  (148) ..... 6 pontos
- Obter o valor mínimo da função  $h$  (34) ..... 6 pontos
- Obter o valor pedido (114 m) ..... 6 pontos

**2.º Processo**

- Calcular  $h\left(\frac{\pi}{2}\right)$  (148) ..... 6 pontos
- Calcular  $h\left(\frac{\pi}{2}\right) - 91$  (57) ..... 6 pontos
- Obter o valor pedido (114 m) ..... 6 pontos

**5.3.** ..... **18 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

**1.º Processo**

- Representar graficamente a função  $P_A$  (ver nota) ..... 5 pontos
- Representar graficamente a função  $P_B$  (ver nota) ..... 5 pontos
- Referir que os gráficos não se intersectam ..... 5 pontos
- Concluir que não existe ..... 3 pontos

**Nota** – Se não for representado o referencial, a soma das pontuações a atribuir a estas etapas é desvalorizada em 1 ponto. Se não for respeitado o domínio das funções, a soma das pontuações a atribuir a estas etapas é desvalorizada em 2 pontos.

**2.º Processo**

- Escrever  $1,525 v^3 = 1,882 v^3$  ..... 5 pontos
- Obter a solução da equação em  $\mathbb{R}$  (0) ..... 5 pontos
- Referir que  $0 \notin [5, 14]$  ..... 5 pontos
- Concluir que não existe ..... 3 pontos

**3.º Processo**

- Referir que  $v > 0$  ..... 6 pontos
- Escrever  $1,525 v^3 \neq 1,882 v^3$  ou  $1,525 v^3 < 1,882 v^3$  ..... 9 pontos
- Concluir que não existe ..... 3 pontos



**6.1. .... 18 pontos**

- Determinar o número de horas de treino para a prova de Bola, de modo a obter 20 pontos nessa prova (25 horas) ..... 6 pontos
- Determinar o número de horas de treino para a prova de Fita, de modo a obter 20 pontos nessa prova (40 horas) ..... 6 pontos
- Justificar que não é possível ( $25 + 40 > 54$  ou equivalente) ..... 6 pontos

**6.2. .... 18 pontos**

- Identificar a função objetivo ( $L(x, y) = 0,8x + 0,5y$ ) ..... 1 ponto
- Identificar as restrições  $x \geq 0$  e  $y \geq 0$  ..... 1 ponto
- Identificar as restrições ( $x + y \leq 54$  ,  $0,8x \geq 10$  ,  $0,5y \geq 10$  ,  $0,8x \leq 20$  e  $0,5y \leq 20$ )... (5x1) ... 5 pontos
- Representar graficamente a região admissível ..... 5 pontos
- Representar graficamente as retas de equações  $x + y = 54$  ,  $0,8x = 10$  ,  $0,5y = 10$  ,  $0,8x = 20$  e  $0,5y = 20$  ..... 3 pontos
- Assinalar o polígono ..... 2 pontos
- Obter as coordenadas (12,5; 20) , (25; 20) e (12,5; 40) ..... 1 ponto
- Obter as coordenadas (25; 29) e (14; 40) ..... 2 pontos
- Calcular a soma dos pontos correspondente aos vértices do polígono (ou implementar o método da paralela à reta de nível zero) (**ver nota**) ..... 2 pontos
- Apresentar os valores pedidos (25 horas para a prova de Bola e 29 horas para a prova de Fita) ..... 1 ponto

**Nota** – No caso de ser implementado o método da paralela à reta de nível zero, se apenas for representada, corretamente, esta reta, a pontuação a atribuir a esta etapa é 1 ponto. Caso seja apenas calculada a soma correspondente aos vértices de coordenadas (25; 29) e (14; 40) , a pontuação a atribuir a esta etapa não deve ser desvalorizada.

**COTAÇÕES**

As pontuações obtidas nas respostas a estes 2 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	<b>4.1.</b>						<b>4.2.</b>						<b>Subtotal</b>
Cotação (em pontos)	20						18						<b>38</b>
Destes 12 itens contribuem para a classificação final da prova os 9 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	1.1.	1.2.	2.1.1.	2.1.2.	2.2.	3.	5.1.1.	5.1.2.	5.2.	5.3.	6.1.	6.2.	<b>Subtotal</b>
Cotação (em pontos)	9 x 18 pontos												<b>162</b>
<b>TOTAL</b>													<b>200</b>