

Teste Intermédio

Matemática B

Duração do Teste: 90 minutos | 13.04.2010

10.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março

COTAÇÕES

GRUPO I

1.		
1.1.	20 pontos
1.2.	35 pontos
2.	25 pontos
		<hr/>
		80 pontos

GRUPO II

1.	25 pontos
2.	35 pontos
		<hr/>
		60 pontos

GRUPO III

1.	35 pontos
2.	25 pontos
		<hr/>
		60 pontos

TOTAL **200 pontos**

A classificação do teste deve respeitar integralmente os critérios gerais e os critérios específicos a seguir apresentados.

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos de classificação apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro, previsto na respectiva grelha de classificação.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos. No entanto, em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar, inequivocamente, o item a que diz respeito.

Se o aluno responder a um mesmo item mais do que uma vez, não eliminando, inequivocamente, a(s) resposta(s) que não deseja que seja(m) classificada(s), deve ser considerada apenas a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os itens apresentam critérios específicos de classificação organizados por etapas e/ou por níveis de desempenho. A cada etapa e a cada nível de desempenho corresponde uma dada pontuação. Nos itens que apresentam critérios específicos de classificação organizados por níveis de desempenho, no caso de, ponderados todos os dados contidos nos descritores, permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração.

As respostas que apresentem pontos de vista diferentes dos mencionados nos critérios específicos de classificação devem ser classificadas, se o seu conteúdo for considerado cientificamente válido e estiver adequado ao solicitado. Nestes casos, os elementos cientificamente válidos devem ser classificados, seguindo procedimentos análogos aos previstos nas etapas e/ou nos descritores apresentados.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar em situações não descritas anteriormente.

Situação	Classificação
1. Classificação de um item cujo critério se apresenta organizado por etapas.	A cotação indicada para cada etapa é a classificação máxima que lhe é atribuível. A classificação da resposta resulta da soma das classificações das diferentes etapas, à qual, eventualmente, se subtraem um ou dois pontos, de acordo com o previsto nas situações 12 e/ou 16.
2. Classificação de uma etapa dividida em passos.	A cotação indicada para cada passo é a classificação máxima que lhe é atribuível. A classificação da etapa resulta da soma das classificações dos diferentes passos.
3. Classificação de um item ou de uma etapa cujo critério se apresenta organizado por níveis de desempenho.	A resposta é enquadrada numa das descrições apresentadas. À classificação correspondente subtrai-se, eventualmente, um ponto, de acordo com o previsto nas situações 7, 8 e/ou 16.
4. Utilização de processos de resolução não previstos no critério específico de classificação.	É aceite e classificado qualquer processo de resolução cientificamente correcto. O critério específico deve ser adaptado ao processo de resolução apresentado, mediante distribuição da cotação do item pelas etapas* percorridas pelo aluno. Esta adaptação do critério deve ser utilizada em todos os processos de resolução análogos.
5. Apresentação apenas do resultado final, embora a resolução do item exija cálculos e/ou justificações.	Deve ser atribuída a classificação de zero pontos.
6. Ausência de apresentação explícita de uma dada etapa.	Se a resolução apresentada permite perceber, inequivocamente, que a etapa foi percorrida, a mesma é classificada com a cotação total para ela prevista.
7. Transposição incorrecta de dados do enunciado.	Se o grau de dificuldade da resolução não diminuir, é subtraído um ponto à classificação da etapa. Se o grau de dificuldade da resolução da etapa diminuir, a classificação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira da metade da cotação prevista.
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo.	É subtraído um ponto à classificação da etapa em que o erro ocorre.
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades.	A classificação máxima a atribuir nessa etapa deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.

Situação	Classificação
10. Ocorrência de um erro na resolução de uma etapa.	A etapa é classificada de acordo com o erro cometido. As etapas subsequentes são classificadas de acordo com os efeitos do erro cometido: - se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são classificadas de acordo com os critérios específicos de classificação; - se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a classificação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
11. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas o passo final, é subtraído um ponto à classificação da etapa; caso contrário a classificação máxima a atribuir deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
12. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação de um arredondamento incorrecto.	É subtraído um ponto à classificação total da resposta.
13. A apresentação do resultado final não respeita a forma solicitada. [Exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e o aluno apresenta-o em metros.]	É subtraído um ponto à classificação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final [por exemplo, «15» em vez de «15 metros»].	A etapa relativa à apresentação do resultado final é classificada com a cotação total para ela prevista.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, e/ou apresentação do resultado final incorrectamente arredondado.	É subtraído um ponto à classificação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorrectas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à classificação total da resposta, excepto: - se as incorrecções ocorrerem apenas em etapas já classificadas com zero pontos; - nos casos de uso do símbolo de igualdade quando, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

* Em situações em que o critério é aplicável tanto a **etapas** como a **passos**, utiliza-se apenas o termo «etapas», por razões de simplificação da apresentação.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

GRUPO I

1.1. 20 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, quatro processos.

1.º Processo:

- Apresentar um valor correcto para a amplitude da rotação (um valor da forma $120^\circ + k \times 360^\circ$, com $k \in \mathbb{Z}$) (**ver nota**)..... 4 pontos
- Referir que o hexágono está dividido em seis triângulos equiláteros geometricamente iguais 3 pontos
- Referir que a amplitude do ângulo EOF (ou FOA ou AOB) é de 60° 3 pontos
- Referir que a amplitude do ângulo EOA (ou FOB) é de 120° 4 pontos
- Referir que a rotação de centro O e amplitude de 120° transforma o vértice E no vértice A e transforma o vértice F no vértice B (3 + 3)..... 6 pontos

2.º Processo:

- Apresentar um valor correcto para a amplitude da rotação (um valor da forma $120^\circ + k \times 360^\circ$, com $k \in \mathbb{Z}$) (**ver nota**)..... 4 pontos
- Referir que o hexágono está dividido em seis triângulos equiláteros geometricamente iguais 3 pontos
- Referir que a amplitude do ângulo EOF (ou FOA ou AOB) é de 60° 3 pontos
- Referir que a amplitude do ângulo GOF (ou AOH) é de 30° 2 pontos
- Referir que a amplitude do ângulo GOH é de 120° 4 pontos
- Referir que a rotação de centro O e amplitude 120° transforma $[OG]$ em $[OH]$.. 4 pontos

3.º Processo:

- Apresentar um valor correcto para a amplitude da rotação (um valor da forma $-240^\circ + k \times 360^\circ$, com $k \in \mathbb{Z}$) (**ver nota**) 4 pontos
- Referir que o hexágono está dividido em seis triângulos equiláteros geometricamente iguais 3 pontos
- Referir que a amplitude do ângulo FOE (ou EOD ou DOC ou COB ou BOA) é de 60° 3 pontos
- Concluir que o ângulo côncavo FOB (ou EOA) é de 240° 4 pontos
- Referir que a rotação de centro O e amplitude -240° transforma o vértice F no vértice B e o vértice E no vértice A (3 + 3)..... 6 pontos

4.º Processo:

- Apresentar um valor correcto para a amplitude da rotação (um valor da forma $-240^\circ + k \times 360^\circ$, com $k \in \mathbb{Z}$) (ver nota)..... 4 pontos
- Referir que o hexágono está dividido em seis triângulos equiláteros geometricamente iguais 3 pontos
- Referir que a amplitude do ângulo FOE (ou EOD ou DOC ou COB ou BOA) é de 60° 3 pontos
- Referir que a amplitude do ângulo GOE (ou BOH) é de 30° 2 pontos
- Referir que o ângulo côncavo GOH tem 240° de amplitude 4 pontos
- Referir que a rotação de centro O e amplitude -240° transforma $[OG]$ em $[OH]$.. 4 pontos

Nota – Se o aluno apresentar como resposta apenas a expressão $120^\circ + k \times 360^\circ$, com $k \in \mathbb{Z}$, ou apenas a expressão $-240^\circ + k \times 360^\circ$, com $k \in \mathbb{Z}$, a pontuação a atribuir a esta etapa deverá ser desvalorizada em 1 ponto. Se o aluno não tiver em consideração a orientação da rotação e apresentar o valor simétrico de um valor correcto, a pontuação a atribuir nesta etapa deverá ser 2 pontos.

1.2. 35 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo:

- Referir que no hexágono $[ABCDEF]$ a área da parte representada com sombreado é igual à área da parte representada sem sombreado 10 pontos
- Calcular a área do triângulo $[EFO]$ 18 pontos
- Calcular \overline{EF} 15 pontos
- Escrever $\overline{OF}^2 = \overline{OG}^2 + \overline{GF}^2$ (ou equivalente).. 3 pontos
- Escrever $\overline{GF} = \frac{\overline{OF}}{2}$ (ou equivalente)..... 4 pontos
- Escrever $\overline{OF}^2 = 144 + \left(\frac{\overline{OF}}{2}\right)^2$ (ou equivalente).. 2 pontos
- Obter $\overline{OF}^2 = 192$ 4 pontos
- Obter $\overline{EF} = \sqrt{192}$ (ou 13,856) 2 pontos
- Determinar $\frac{\overline{EF} \times \overline{OG}}{2}$ ($6\sqrt{192}$ ou 83,138) 3 pontos
- Referir que a área da parte representada a sombreado é o triplo da área do triângulo $[EFO]$ 4 pontos
- Calcular a área pedida ($249,4 m^2$) 3 pontos

2.º Processo:

Referir que no hexágono $[ABCDEF]$ a área da parte representada com sombreado é igual à área da parte representada sem sombreado 10 pontos

Calcular a área do hexágono $[ABCDEF]$ 18 pontos

Calcular \overline{EF} 15 pontos

Escrever $\overline{OF}^2 = \overline{OG}^2 + \overline{GF}^2$ (ou equivalente).. 3 pontos

Escrever $\overline{GF} = \frac{\overline{OF}}{2}$ (ou equivalente)..... 4 pontos

Escrever $\overline{OF}^2 = 144 + \left(\frac{\overline{OF}}{2}\right)^2$ (ou equivalente).. 2 pontos

Obter $\overline{OF}^2 = 192$ 4 pontos

Obter $\overline{EF} = \sqrt{192}$ (ou 13,856) 2 pontos

Determinar a área do hexágono ($36\sqrt{192}$ ou 498,831) 3 pontos

Referir que a área da parte representada a sombreado é metade da área do hexágono 4 pontos

Calcular a área pedida ($249,4 m^2$) 3 pontos

2. 25 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, quatro processos.

1.º Processo:

Referir que o triângulo $[OAB]$ é equilátero 5 pontos

Referir que o ponto de coordenadas $(2\sqrt{3}, 0)$ é o ponto médio de $[OA]$ (**ver nota 1**) 5 pontos

Indicar o valor da abcissa do ponto A ($4\sqrt{3}$) 5 pontos

Referir que o ponto D é o ponto simétrico do ponto A relativamente à origem do referencial (**ver nota 2**) 5 pontos

Concluir que a abcissa do ponto D é $-4\sqrt{3}$ 5 pontos

Notas:

1. Se o aluno não percorrer explicitamente esta etapa, a pontuação a atribuir deverá ser zero pontos.
2. O aluno poderá, em alternativa, referir que o ponto D é o ponto simétrico do ponto A relativamente ao eixo das ordenadas, ou referir que os pontos A e D são diametralmente opostos. Se o aluno não referir o tipo de simetria, a pontuação a atribuir nesta etapa deverá ser desvalorizada em 3 pontos.

2.º Processo:

- Referir que o ponto C é o ponto simétrico do ponto B relativamente ao eixo das ordenadas (**ver nota 1**) 5 pontos
- Referir que o valor da abcissa do ponto B é igual a metade do lado do hexágono (**ver nota 2**)..... 5 pontos
- Referir que a medida do lado do hexágono é $4\sqrt{3}$ 5 pontos
- Referir que o triângulo $[DOC]$ é equilátero 5 pontos
- Concluir que a abcissa do ponto D é $-4\sqrt{3}$ 5 pontos

Notas:

1. Se o aluno não percorrer explicitamente esta etapa, a pontuação a atribuir deverá ser zero pontos.
2. O aluno poderá, em alternativa, indicar o valor da abcissa do ponto C ($-2\sqrt{3}$).

3.º Processo:

- Representar num referencial ortogonal e monométrico xOy o hexágono $[ABCDEF]$ da figura 2, assinalando a abcissa do ponto B ($2\sqrt{3}$)..... 5 pontos
- Assinalar a abcissa do ponto C ($-2\sqrt{3}$) 5 pontos
- Referir que a medida do lado do hexágono é $4\sqrt{3}$ 5 pontos
- Escrever $\overline{DO} = \overline{CB}$ (**ver nota**) 5 pontos
- Concluir que a abcissa do ponto D é $-4\sqrt{3}$ 5 pontos

Nota – O aluno poderá, em alternativa, referir que $[DOBC]$ é um paralelogramo.

4.º Processo:

- Referir que $\overline{OD} = \overline{OB}$ 5 pontos
- Determinar o valor de \overline{OB} 15 pontos
- Identificar as coordenadas do ponto B com o comprimento dos catetos $[OP]$ e $[BP]$ do triângulo rectângulo $[BOP]$, sendo P o ponto médio de $[OA]$ (ou de $[CB]$) 5 pontos
- Aplicar o teorema de Pitágoras ao triângulo $[BOP]$ 10 pontos
- Escrever $(2\sqrt{3})^2 + 6^2 = \overline{OB}^2$ 4 pontos
- Obter $\overline{OB}^2 = 48$ 4 pontos
- Concluir que $\overline{OB} = \sqrt{48}$ (**ver nota**) 2 pontos
- Concluir que a abcissa do ponto D é $-\sqrt{48}$ 5 pontos

Nota – Se o aluno não apresentar o valor exacto de \overline{OB} , mas apresentar um valor correctamente aproximado, com, pelo menos, três casas decimais (6,928), a pontuação a atribuir nesta etapa não deverá ser desvalorizada.

GRUPO II

1. 25 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo:

Representar graficamente as funções r e d 11 pontos

Respeitar a forma de arco de parábola do gráfico de r 3 pontos

Respeitar o domínio de r 3 pontos

Assinalar os pontos do gráfico de abcissa 0 e de abcissa 250 1 ponto

Escrever, no eixo das abcissas, os valores 0 e 250.. 1 ponto

Apresentar o gráfico apenas em $[0, 250]$ 1 ponto

Representar a parte da recta correspondente ao gráfico de d 3 pontos

Respeitar o domínio de d 2 pontos

Assinalar os pontos do gráfico de abcissa 0 e de abcissa 250 1 ponto

Apresentar o gráfico apenas em $[0, 250]$ 1 ponto

Determinar a abcissa do ponto de intersecção dos gráficos de r e de $d(70)$.. 6 pontos

Apresentar a resposta $([0, 70[)$ (**ver nota 1**) 8 pontos

2.º Processo:

Definir a função $r - d$ (**ver nota 2**) 6 pontos

Representar graficamente a função $r - d$ 6 pontos

Respeitar a forma de arco de parábola 3 pontos

Respeitar o domínio 3 pontos

Assinalar os pontos do gráfico de abcissa 0 e de abcissa 250 1 ponto

Escrever, no eixo das abcissas, os valores 0 e 250.. 1 ponto

Apresentar o gráfico apenas em $[0, 250]$ 1 ponto

Determinar o zero da função $r - d(70)$ 5 pontos

Apresentar a resposta $([0, 70[)$ (**ver nota 1**) 8 pontos

Notas:

1. Se o aluno, na sua resposta, abrir o intervalo à esquerda, a pontuação a atribuir a esta etapa deverá ser desvalorizada em 2 pontos; se fechar o intervalo à direita, a pontuação a atribuir a esta etapa deverá ser desvalorizada em 2 pontos; se escrever 70 000, em vez de 70, a pontuação a atribuir nesta etapa não deverá ser desvalorizada.

2. Se o aluno definir a função $d - r$, em vez da função $r - d$, a pontuação a atribuir a esta etapa não deverá ser desvalorizada.

2. 35 pontos

- Definir o lucro em função de x ($r(x) - d(x)$) (**ver nota 1**) 5 pontos
- Representar graficamente a função $r - d$ 6 pontos
- Respeitar a forma de arco de parábola 3 pontos
- Respeitar o domínio 3 pontos
- Assinalar os pontos do gráfico de abcissa 0 e de abcissa 250 1 ponto
- Escrever, no eixo das abcissas, os valores 0 e 250.. 1 ponto
- Apresentar o gráfico apenas em $[0, 250]$ 1 ponto
- Representar a recta de equação $y = 123,3$ 3 pontos
- Determinar a abcissa do ponto de intersecção do gráfico de $r - d$ com a recta de equação $y = 123,3$ (100) 5 pontos
- Representar a recta de equação $y = 315,1$ 3 pontos
- Determinar a abcissa do ponto de intersecção do gráfico de $r - d$ com a recta de equação $y = 315,1$ (170) 5 pontos
- Concluir que a quantidade de vinho a produzir deverá estar compreendida entre 100 milhares de litros e 170 milhares de litros, incluindo estes valores (**ver nota 2**).. 8 pontos

Notas:

1. O aluno pode não seguir a sugestão, nomeadamente, pode resolver o item utilizando a função $d - r$ e as rectas de equações $y = -123,3$ e $y = -315,1$.
2. Se o aluno referir 100 mil litros e 170 mil litros, ou referir apenas 100 e 170, sem explicitar as unidades, a pontuação a atribuir nesta etapa não deverá ser desvalorizada; se referir 100 litros e 170 litros ou referir apenas 100 000 e 170 000, sem explicitar as unidades, a pontuação a atribuir a esta etapa deverá ser desvalorizada em 4 pontos.

GRUPO III

1. 35 pontos
- Indicar o valor do declive $(-0,304183)$ 10 pontos
- Indicar o valor da ordenada na origem $(4,693160)$ (**ver nota**) 10 pontos
- Obter o valor pedido 15 pontos

O valor pedido pode ser obtido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo:

Escrever $-0,304183 \times 9,0 + 4,693160$ 8 pontos

Apresentar a resposta $(1,96)$ 7 pontos

2.º Processo:

Representar a recta de regressão linear 4 pontos

Assinalar o ponto da recta de abcissa $9,0$ 4 pontos

Apresentar a resposta $(1,96)$ 7 pontos

Nota – Se o aluno escrever $4,69316$, em vez de $4,693160$, a pontuação a atribuir nesta etapa deverá ser desvalorizada em 1 ponto.

2. 25 pontos

Referir que o par II é o par que corresponde aos valores do Supermercado A ... 10 pontos

Referir que os valores do preço, em euros, das garrafas vendidas no Supermercado A estão mais concentrados em torno da média do que os valores relativos ao das garrafas vendidas no Supermercado B (**ver nota 1**)..... 8 pontos

Referir que o menor desvio padrão $(3,5)$ corresponde à menor variabilidade dos dados em relação à média (**ver nota 2**)..... 7 pontos

Notas:

1. Se o aluno apenas não referir «em torno da média», a pontuação a atribuir nesta etapa deverá ser 5 pontos.

2. Se o aluno apenas não referir «em relação à média», a pontuação a atribuir nesta etapa deverá ser 4 pontos.