MATEMÁTICA A - 10º Ano
Funções - composta e inversa
Propostas de resolução

Exercícios de exames e testes intermédios

1. Usando a definição de função inversa e depois de função diferença, como $f(3) = 4$, vem que:

   $$(f-g)^{-1}(2) = 3 \Leftrightarrow (f-g)(3) = 2 \Leftrightarrow f(3) - g(3) = 2 \Leftrightarrow 4 - g(3) = 2 \Leftrightarrow 4 - 2 = g(3) \Leftrightarrow 2 = g(3)$$

   Resposta: **Opção B**

Exame – 2017, Ép. especial

2. Temos que $(g \circ f)(x) = 0 \Leftrightarrow g\big(f(x)\big) = 0$

   Como o único zero da função g é 2, ou seja, $g(a) = 0 \Leftrightarrow a = 2$, então vem que:

   $$g\big(f(x)\big) = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2$$

   E, por observação do gráfico de f podemos verificar que, os objetos cuja imagem é 2, pela função f, são 1 e 5

   Resposta: **Opção B**

Exame – 2017, 2ª fase

3. Como $\big(g \circ f\big)(-3) = g\big(f(-3)\big)$, vamos calcular o valor de $f(-3)$:

   $$f(-3) = \frac{2}{3}(-3)^3 + 3(-3)^2 - 13 = 2 \times -9 + 27 - 13 = -4$$

   E assim, calculando o valor de k, vem que:

   $$\big(g \circ f\big)(-3) = 6 \Leftrightarrow g\big(f(-3)\big) = 6 \Leftrightarrow g\,(-4) = 6 \Leftrightarrow k(-4) + 2 = 6 \Leftrightarrow k(-4) = 6 - 2 \Leftrightarrow k = \frac{4}{-4} \Leftrightarrow k = -1$$

Teste Intermédio 11º ano – 16.03.2014 (adaptado)

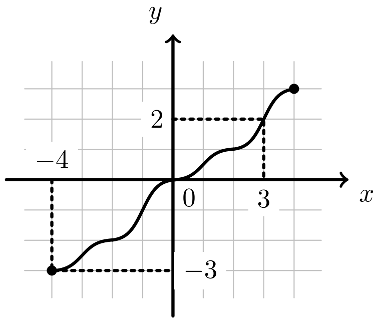
4. Pela definição de função inversa, temos que:

   $$f^{-1}(3) = a \Leftrightarrow f(a) = 3 \Leftrightarrow \sqrt{a-1} = 3 \underset{a-1>0}{\Leftrightarrow} \left(\sqrt{a-1}\right)^2 = 3^2 \Leftrightarrow a - 1 = 9 \Leftrightarrow a = 9 + 1 \Leftrightarrow a = 10$$

   Resposta: **Opção C**

Teste Intermédio 11º ano – 24.05.2011

5. Da observação do gráfico podemos assumir que:
   - $f(-4) = -3$
   - $f(3) = 2 \Leftrightarrow f^{-1}(2) = 3$

   Assim, vem que:

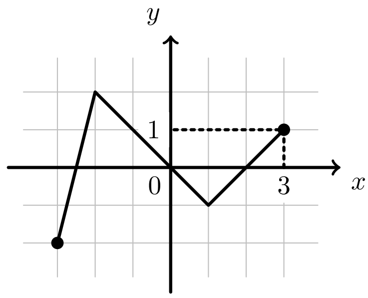
   $$f(-4) + f^{-1}(2) = -3 + 3 = 0$$

   Resposta: **Opção B**

Teste Intermédio 11º ano – 06.05.2010

6. Da observação do gráfico podemos assumir que:

   $$f(3) = 1$$

   Pela definição de função composta, temos que:

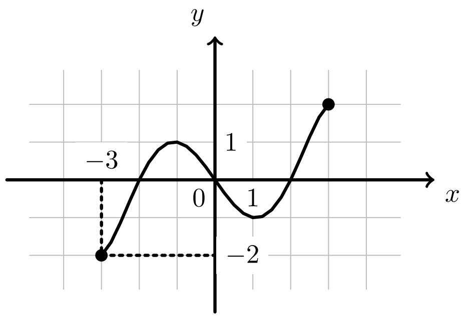
   $$\big(g \circ f\big)(3) = g\big(f(3)\big) = g(1) = -1 + 3 = 2$$

   Resposta: **Opção D**

Teste Intermédio 11º ano – 06.05.2010

7. Pela definição de função composta, temos que:

   $$\big(f \circ g\big)(2) = f\big(g(2)\big) = f\left(-2(2) + 1\right) = f(-4 + 1) = f(-3)$$

   Da observação do gráfico podemos assumir que:

   $$f(-3) = -2$$

   Resposta: **Opção A**

Teste Intermédio 11º ano – 07.05.2009

8. Da observação do gráfico podemos assumir que:

   $$f(-3) = -4$$

   Pela definição de função composta, temos que:

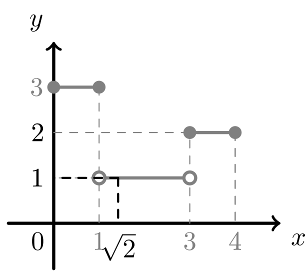
   $$\big(f \circ g\big)(-3) = f\big(g(-3)\big) = f\left(-4\right) = |-4| = 4$$

   Resposta: **Opção D**

Teste Intermédio 11º ano – 06.05.2008

9. Pela observação da tabela que define a função f, podemos verificar que:

   $$f(3) = 2 \Leftrightarrow f^{-1}(2) = 3$$

   Da observação do gráfico que define a função f, como $1 < \sqrt{2} < 3$, podemos assumir que:

   $$h\left(\sqrt{2}\right) = 1$$

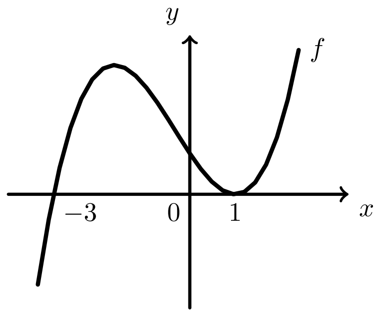
   E assim, pela definição de função composta, temos que:

   $$f^{-1}(2) + \Big(g \circ h\Big)\left(\sqrt{2}\right) = 3 + g\left(h\left(\sqrt{2}\right)\right) = 3 + g(1) = 3 + 2(1) + 1 = 6$$

   Resposta: **Opção C**

Teste Intermédio 11º ano – 10.05.2007

10. Considerando a função h, de domínio $\mathbb{R}_0^+$, definida por $h(x) = \sqrt{x}$, temos que:



$$g(x) = \sqrt{f(x)} = h\big(f(x)\big) = \big(h \circ f\big)(x)$$

E assim, o domínio da função g é:

$$D_g = D_{h \circ f} = \{x \in \mathbb{R} : x \in D_h \wedge f\,(x) \in D_h\}$$

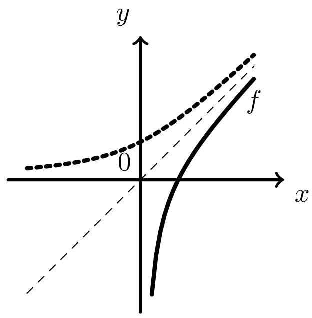
Ou seja, a função g só está definida para os valores de x tais que $f\,(x) \in D_h$, isto é, para os valores de x que verificam a condição $f(x) \in \mathbb{R}_0^+ \Leftrightarrow f(x) \geq 0$

Assim, pela observação do gráfico de f, temos que o domínio da função g pode ser o conjunto $[-3, +\infty[$ (ou qualquer subconjunto deste).

Resposta: **Opção D**

Exame – 2005, 1ª fase (cód. 435)

11. Como o gráfico da função f e da respetiva função inversa f^{-1} são simétricos relativamente à reta definida pela equação $y = x$, então, de entre as opções apresentadas, a única que pode ser simétrica relativamente à reta, é o gráfico da opção (D).



Resposta: **Opção D**

Exame – 2002, Prova para militares (cód. 435)