

Funções (10.º ano)  
**Função quadrática**

Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios



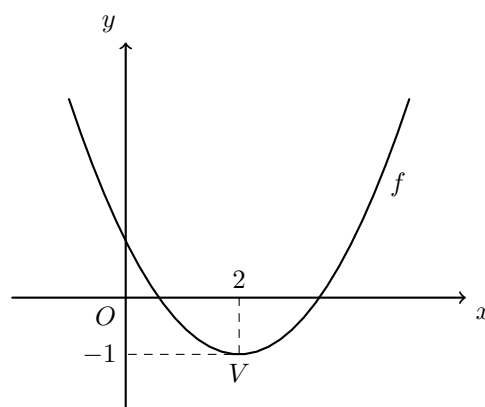
1. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n.  $xOy$ , parte da parábola que é o gráfico de uma função  $f$

Sabe-se que:

- a parábola intersecta o eixo  $Oy$  no ponto de coordenadas  $(0,1)$
- o ponto  $V$ , vértice da parábola, tem coordenadas  $(2, -1)$

A função  $f$  pode ser definida por uma expressão do tipo  $f(x) = a(x - k)^2 + h$ , onde  $a$ ,  $h$  e  $k$  são números reais.

Indique o valor de  $h$  e o valor de  $k$ , e determine o valor de  $a$



2. Na figura ao lado, estão representadas, num referencial o.n.  $xOy$ , as retas  $r$  e  $t$

Os pontos  $A$  e  $B$  são, respetivamente, os pontos de intersecção das retas  $r$  e  $t$  com o eixo  $Ox$

O ponto  $C$  é o ponto de intersecção das retas  $r$  e  $t$

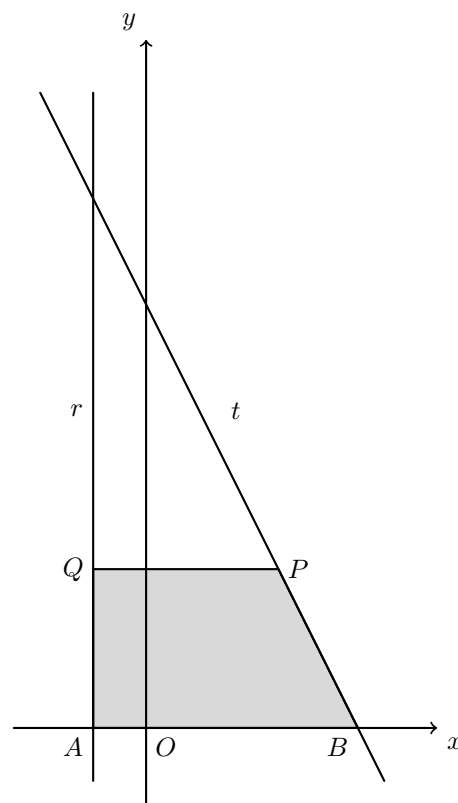
Sabe-se que:

- a reta  $r$  é definida pela equação  $x = -1$
- a reta  $t$  é definida pela equação  $y = -2x + 8$

Considere que um ponto  $P$  se desloca ao longo do segmento de reta  $[BC]$ , nunca coincidindo com o ponto  $B$ , nem com o ponto  $C$ , e que um ponto  $Q$  se desloca ao longo do segmento de reta  $[AC]$ , acompanhando o movimento do ponto  $P$ , de forma que a ordenada do ponto  $Q$  seja sempre igual à ordenada do ponto  $P$

Seja  $x$  a abcissa do ponto  $P$

Resolva os dois itens seguintes, **usando exclusivamente métodos analíticos**.



- 2.1. Mostre que a área do trapézio  $[ABPQ]$  é dada, em função de  $x$ , por

$$S(x) = -x^2 - 2x + 24, (x \in ] - 1, 4[)$$

- 2.2. Determine os valores de  $x$  para os quais a área do trapézio  $[ABPQ]$  é superior a 21  
 Apresente a sua resposta na forma de um intervalo de números reais.

**Nota** – Tenha em conta que  $S(x) = -x^2 - 2x + 24, (x \in ] - 1, 4[)$

Teste Intermédio 10.º ano – 16.03.2012



3. Na figura ao lado, está representada, em referencial o.n.  $xOy$ , a reta  $r$ , definida pela equação  $y = 2x - 2$

Tal como a figura sugere,  $A$  e  $B$  são os pontos de coordenadas  $(1,0)$  e  $(6,0)$ , respetivamente, e  $C$  é o ponto da reta  $r$  de abcissa 6

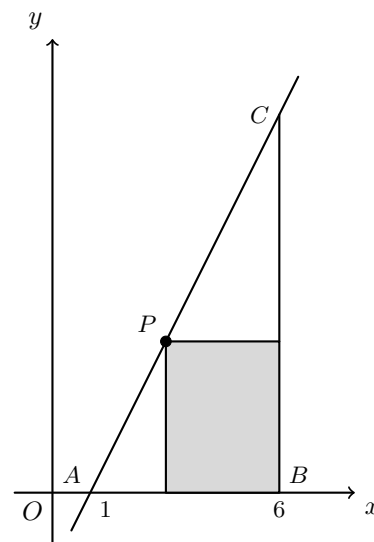
Considere que um ponto  $P$  se desloca ao longo do segmento de reta  $[AC]$ , nunca coincidindo com o ponto  $A$ , nem com o ponto  $C$

A cada posição do ponto  $P$  corresponde um retângulo em que uma das diagonais é o segmento  $[BP]$  e em que um dos lados está contido no eixo  $Ox$

Seja  $x$  a abcissa do ponto  $P$  ( $x \in ]1,6[$ )

Resolva os dois itens seguintes, **usando exclusivamente métodos analíticos**.

**Nota** – A calculadora pode ser utilizada em cálculos numéricos.



- 3.1. Mostre que a área do retângulo é dada, em função de  $x$ , por

$$S(x) = -2x^2 + 14x - 12$$

- 3.2. Determine os valores de  $x$  para os quais a área do rectângulo é inferior a 8  
 Apresente a sua resposta utilizando a notação de intervalos de números reais.

Teste Intermédio 10.º ano – 06.05.2011

4. Sejam  $a$ ,  $b$  e  $c$  três números reais.

Seja  $f$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = ax^2 + bx + c$

Sabe-se que:

- $a > 0$
- a função  $f$  tem um único zero, que é o número real 5

Qual é o contradomínio de  $f$  ?

- (A)  $] -\infty, 0]$       (B)  $[0, +\infty[$       (C)  $] -\infty, 5]$       (D)  $[5, +\infty[$

Teste Intermédio 10.º ano – 05.05.2010



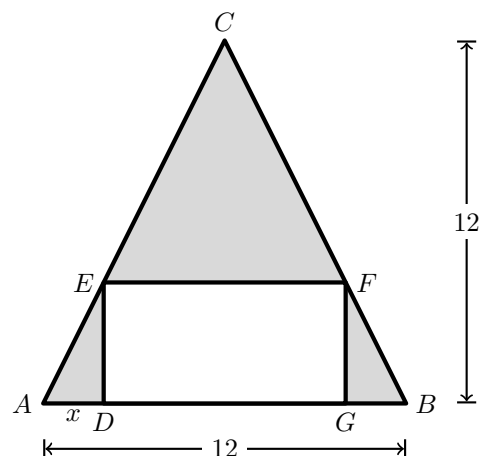
5. A figura ao lado representa o projecto de um canteiro com a forma de um triângulo isósceles ( $\overline{AB} = \overline{BC}$ )

Nesse triângulo, a base  $[AB]$  e a altura relativa a esta base medem ambas 12 metros.

O canteiro vai ter uma zona retangular, destinada à plantação de flores, e uma zona relvada, representada a sombreado na figura.

O lado  $[DG]$  do rectângulo está contido em  $[AB]$  e os vértices  $E$  e  $F$  pertencem, a  $[AC]$  e a  $[BC]$ , respectivamente.

Seja  $x$  a distância, em metros, do ponto  $A$  ao ponto  $D$ ,  $x \in [0,6]$



Resolva os três itens seguintes **usando exclusivamente métodos analíticos**.

**Nota:** a calculadora pode ser utilizada em cálculos numéricos.

- 5.1. Mostre que a área, em metros quadrados, da zona relvada é dada, em função de  $x$ , por

$$S(x) = 4x^2 - 24x + 72$$

- 5.2. Determine o valor de  $x$  para o qual a área da zona relvada é mínima e calcule essa área.

- 5.3. Determine o conjunto dos valores de  $x$  para os quais a área da zona relvada é superior a  $40 \text{ m}^2$ . Apresente a sua resposta utilizando a notação de intervalos de números reais.

Teste Intermédio 10.º ano – 05.05.2010

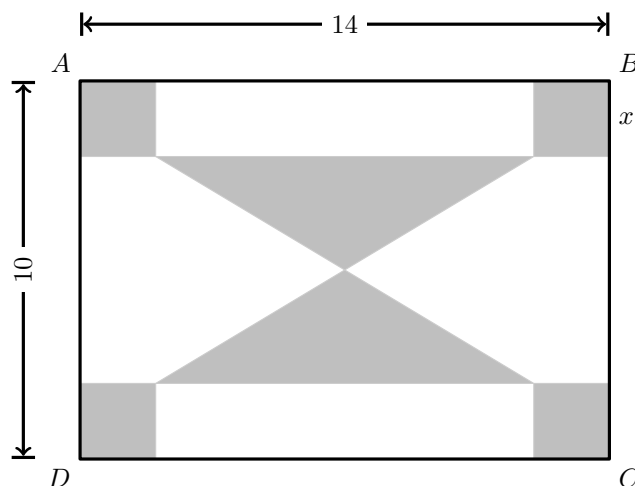


6. Na figura ao lado está representado um retângulo  $[ABCD]$

Este retângulo é o esboço de uma placa decorativa de 14 cm de comprimento por 10 cm de largura e que será constituída por uma parte em metal (representada a cinzento) e por uma parte em madeira (representada a branco).

A parte em metal é formada por dois triângulos iguais e por quatro quadrados também iguais.

Cada triângulo tem um vértice no centro do retângulo  $[ABCD]$



Seja  $x$  o lado de cada quadrado, medido em cm ( $x \in ]0,5[$ )

**Sem recorrer à calculadora**, resolva os três itens seguintes.

- 6.1. Mostre que a área, em  $\text{cm}^2$ , da parte em metal da placa decorativa é dada, em função de  $x$ , por

$$A(x) = 6x^2 - 24x + 70$$

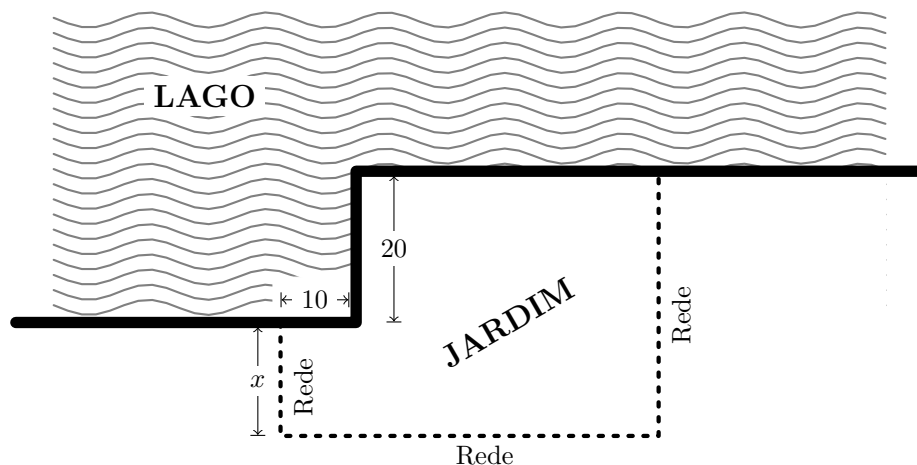
- 6.2. Determine o valor de  $x$  para o qual a área da parte em metal é mínima e calcule essa área.

- 6.3. Determine o valor de  $x$  para o qual a área da parte em metal é igual à área da parte em madeira.

Teste Intermédio 10.º ano – 06.05.2009



7. Pretende-se construir um jardim junto a um lago, conforme a figura ilustra. Três lados do jardim confinam com o lago e os outros três ficam definidos por uma rede. Pretende-se que lados consecutivos do jardim sejam sempre perpendiculares.



As dimensões indicadas na figura estão expressas em metros. Tal como a figura mostra,  $x$  é a medida, em metros, de um dos lados do jardim. Vão ser utilizados, na sua totalidade, 100 metros de rede.

- 7.1. Mostre que a área, em  $\text{m}^2$ , do jardim, é dada, em função de  $x$ , por

$$a(x) = -2x^2 + 40x + 1400$$

- 7.2. **Sem recorrer à calculadora**, determine o valor de  $x$  para o qual é máxima a área do jardim e determine essa área máxima.

Teste Intermédio 10.º ano – 28.05.2008

