

# MATEMÁTICA A - 10º Ano

## Geometria

### Exercícios de exames e testes intermédios

1. Considere, num referencial o.n.  $Oxyz$ , a superfície esférica de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 3$  e o ponto  $P$  de coordenadas  $(1,1,1)$ , pertencente a essa superfície esférica.

Seja  $\vec{u} = -2\vec{OP}$  e seja  $Q = P + \vec{u}$

Determine as coordenadas do ponto  $Q$  e refira, no contexto do problema, o significado de  $[PQ]$

Exame – 2018, Ép. especial

2. Para um certo número real  $a$ , diferente de zero, são paralelas as retas  $r$  e  $s$ , definidas, num referencial o.n.  $xOy$ , pelas condições  $r : ax + 2y + 1 = 0$  e  $s : (x,y) = (1,1) + k(a,2a), k \in \mathbb{R}$

Qual é o valor de  $a$  ?

- (A)  $-4$       (B)  $2$       (C)  $-2$       (D)  $4$

Exame – 2018, Ép. especial

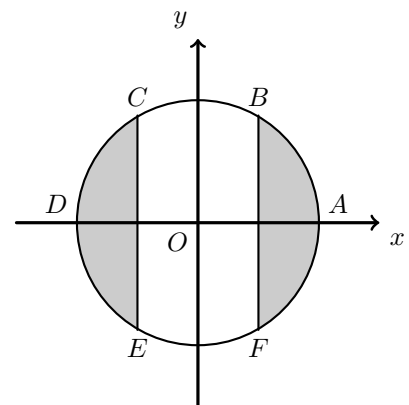
3. Na figura seguinte, está representada, num referencial o.n.  $xOy$ , uma circunferência de centro na origem e que passa nos pontos  $A, B, C, D, E$  e  $F$

Sabe-se que:

- o ponto  $A$  pertence ao semieixo positivo  $Ox$  e tem abcissa igual a 2
- os pontos  $B$  e  $F$  têm ambos abcissa igual a 1
- os pontos  $C, D$  e  $E$  são, respetivamente, os simétricos dos pontos  $B, A$  e  $F$  relativamente ao eixo  $Oy$

Qual das condições seguintes define o domínio plano representado a sombreado?

- (A)  $x^2 + y^2 \leq 2 \wedge |x| \geq 1$       (B)  $x^2 + y^2 \leq 4 \wedge |x| \leq 1$   
(C)  $x^2 + y^2 \leq 4 \wedge |x| \geq 1$       (D)  $x^2 + y^2 \leq 2 \wedge |x| \leq 1$



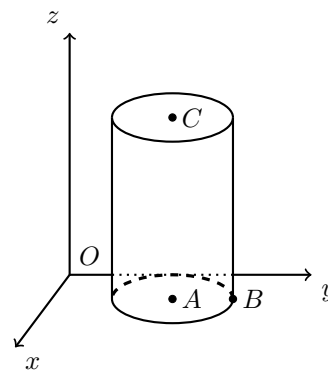
Exame – 2018, 1ª Fase



4. Na figura ao lado, está representado, num referencial o.n.  $Oxyz$ , um cilindro de revolução de altura 3

Sabe-se que:

- o ponto  $A$  tem coordenadas  $(1,2,0)$  e é o centro da base inferior do cilindro, a qual está contida no plano  $xOy$
- o ponto  $B$  tem coordenadas  $(1,3,0)$  e pertence à circunferência que delimita a base inferior do cilindro;
- o ponto  $C$  é o centro da base superior do cilindro.



Determine a área da secção produzida no cilindro pelo plano de equação  $x = 1$

Exame – 2017, Ép. especial

5. Considere, num referencial o.n.  $xOy$ , a região definida pela condição

$$(x + 1)^2 + (y + 1)^2 \leq 1 \wedge x + y + 2 \geq 0$$

Qual é o perímetro dessa região?

- (A)  $\pi + 1$       (B)  $\frac{\pi}{2} + 1$       (C)  $\pi + 2$       (D)  $\frac{\pi}{2} + 2$

Exame – 2017, 2ª Fase

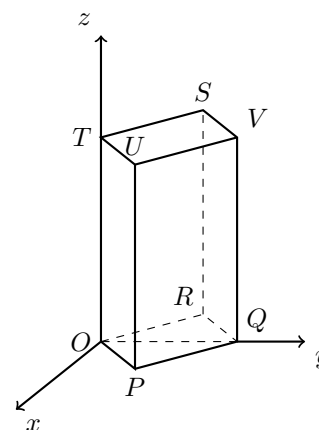
6. Na figura ao lado, está representado, num referencial o.n.  $Oxyz$ , o prisma quadrangular regular  $[OPQRSTUV]$

Sabe-se que:

- a face  $[OPQR]$  está contida no plano  $xOy$
- o vértice  $Q$  pertence ao eixo  $Oy$  e o vértice  $T$  pertence ao eixo  $Oz$
- o plano  $STU$  tem equação  $z = 3$

Seja  $T'$  o simétrico do ponto  $T$ , relativamente à origem do referencial.

Escreva uma equação da superfície esférica de diâmetro  $[TT']$



Exame – 2017, 1ª Fase

7. Considere, num referencial o.n.  $xOy$ , os pontos  $A(-1,3)$  e  $B(2,4)$

Qual das seguintes equações define uma reta paralela à reta  $AB$  ?

- (A)  $y = -\frac{1}{3}x$       (B)  $y = \frac{1}{3}x$       (C)  $y = 3x$       (D)  $y = -33x$

Exame – 2016, Época especial



8. Considere, num referencial o.n.  $xOy$ , o quadrado definido pela condição

$$0 \leq x \leq 4 \wedge 1 \leq y \leq 5$$

Qual das condições seguintes define a circunferência inscrita neste quadrado?

- (A)  $(x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 16$                       (B)  $(x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 4$   
 (C)  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$                       (D)  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 16$

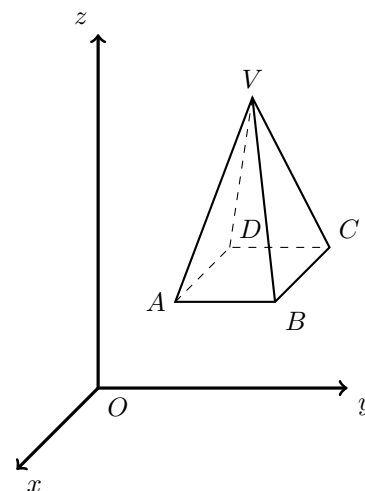
Exame – 2016, 2ª Fase

9. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n.  $Oxyz$ , uma pirâmide quadrangular regular  $ABCDV$

Sabe-se que:

- a base  $[ABCD]$  da pirâmide é paralela ao plano  $xOy$
- o ponto  $A$  tem coordenadas  $(-1,1,1)$
- o ponto  $C$  tem coordenadas  $(-3,3,1)$

Escreva uma condição que defina a superfície esférica de centro no ponto  $A$  e que é tangente ao plano  $xOy$



Exame – 2016, 1ª Fase

10. Considere, num referencial o.n.  $Oxyz$ , os pontos  $A(0,0,2)$  e  $B(4,0,0)$

Determine uma equação cartesiana que defina a superfície esférica da qual o segmento de reta  $[AB]$  é um diâmetro.

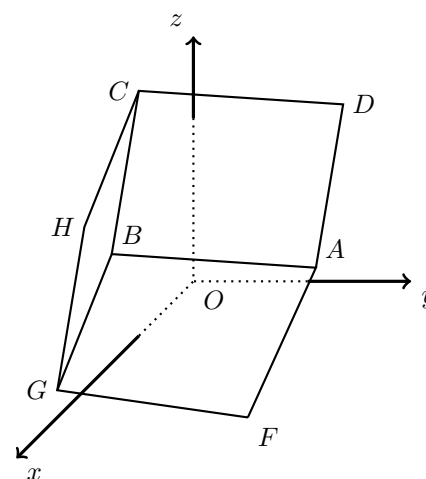
Exame – 2015, 1ª Fase

11. Na figura ao lado, está representado, num referencial o.n.  $Oxyz$ , o cubo  $[ABCDEFGH]$  (o ponto  $E$  não está representado na figura).

Sabe-se que:

- o ponto  $F$  tem coordenadas  $(1,3, -4)$
- o vetor  $\overrightarrow{FA}$  tem coordenadas  $(2,3,6)$

Escreva uma condição cartesiana que defina a superfície esférica de centro no ponto  $F$  à qual pertence o ponto  $G$



Teste Intermédio 11º ano – 06.03.2013





16. Considere, num referencial o.n.  $Oxyz$ , a reta  $r$  definida por  $(x,y,z) = (1,2,3) + k(0,0,1), k \in \mathbb{R}$

Qual das condições seguintes define uma reta paralela à reta  $r$ ?

- (A)  $(x,y,z) = (1,2,3) + k(0,1,0), k \in \mathbb{R}$       (B)  $(x,y,z) = (0,0,1) + k(1,2,3), k \in \mathbb{R}$   
 (C)  $x = 2 \wedge y = 1$       (D)  $x = 2 \wedge z = 1$

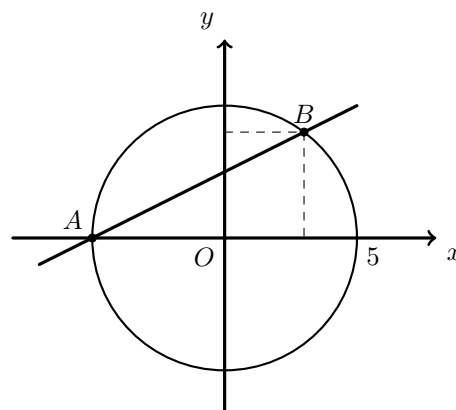
Teste Intermédio 11º ano – 06.05.2008

17. Na figura ao lado estão representadas, em referencial o.n.  $xOy$ , uma reta  $AB$  e uma circunferência com centro na origem e raio igual a 5

Os pontos  $A$  e  $B$  pertencem à circunferência.  
 O ponto  $A$  também pertence ao eixo das abcissas.

Admitindo que o declive da reta é igual  $\frac{1}{2}$ , resolva as duas alíneas seguintes:

- 17.1. Mostre que uma equação da reta  $AB$  é  $x - 2y + 5 = 0$   
 17.2. Mostre que o ponto  $B$  tem coordenadas  $(3,4)$



Teste Intermédio 11º ano – 24.01.2008

18. Considere, num referencial o.n.  $Oxyz$ , as superfícies esféricas definidas pelas equações

$$x^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 2 \quad \text{e} \quad x^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 2$$

A intersecção destas superfícies esféricas é ...

- (A) um ponto.      (B) uma circunferência.  
 (C) o conjunto vazio.      (D) um segmento de reta.

Exame – 2001, Prova de reserva (cód. 135)

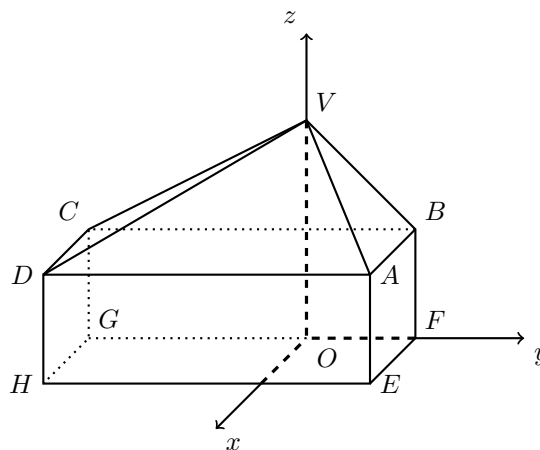
19. Na figura ao lado está representado, em referencial o.n.  $Oxyz$ , um sólido formado por um paralelepípedo retângulo  $[ABCDEFGH]$  e uma pirâmide  $[ABCDV]$ .

A base  $[EFGH]$  do paralelepípedo está contida no plano  $xOy$  e a base da pirâmide  $[ABCD]$  coincide com a face superior do paralelepípedo.

A aresta  $[GF]$  está contida no eixo  $Oy$ .

Uma equação da superfície esférica com centro  $A(1,1,1)$  e que contém  $G$  é  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 11$

Verifique que o ponto  $H$  tem coordenadas  $(1, -2, 0)$



Exame – 2001, Prova de reserva (cód. 135)



20. Num referencial o.n.  $Oxyz$ , considere um ponto  $A$  pertencente ao semieixo positivo  $Ox$  e um ponto  $B$  pertencente ao semieixo positivo  $Oy$ .

Quais das seguintes podem ser as coordenadas do vetor  $\overrightarrow{AB}$  ?

- (A)  $(-2,0,1)$       (B)  $(2,0,-1)$       (C)  $(-2,1,0)$       (D)  $(2,-1,0)$

Exame – 2001, Época especial (cód. 135)

21. Na figura ao lado estão representados, em referencial o. n.  $Oxyz$ , um prisma e uma pirâmide quadrangulares regulares, com a mesma altura.

A base do prisma, que coincide com a base da pirâmide, está contida no plano  $xOy$ .

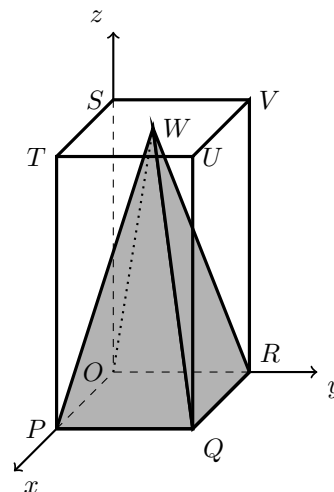
O vértice  $P$  pertence ao eixo  $Ox$ .

O vértice  $R$  pertence ao eixo  $Oy$ .

O vértice  $S$  pertence ao eixo  $Oz$ .

O vértice  $U$  tem coordenadas  $(2,2,4)$ .

Escreva uma condição que define a reta  $TU$



Exame – 2001, Época especial (cód. 135)

22. Na figura ao lado está representado, em referencial o.n.  $Oxyz$ , um paralelepípedo retângulo.

O vértice  $O$  é a origem do referencial.

O vértice  $P$  pertence ao eixo  $Ox$

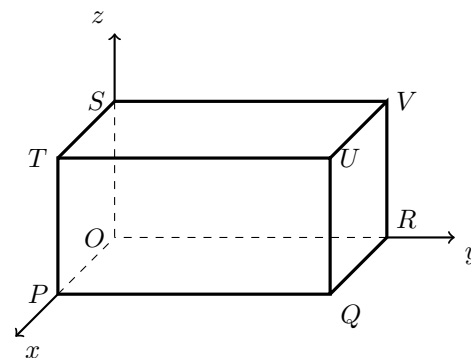
O vértice  $R$  pertence ao eixo  $Oy$

O vértice  $S$  pertence ao eixo  $Oz$

O vértice  $U$  tem coordenadas  $(2,4,2)$

Seja  $r$  a reta de equação  $(x,y,z) = (2,0,2) + k(0,0,1), k \in \mathbb{R}$   
Qual é o ponto de intersecção da reta  $r$  com o plano  $OUV$  ?

- (A) O ponto  $P$       (B) O ponto  $T$       (C) O ponto  $U$       (D) O ponto  $V$



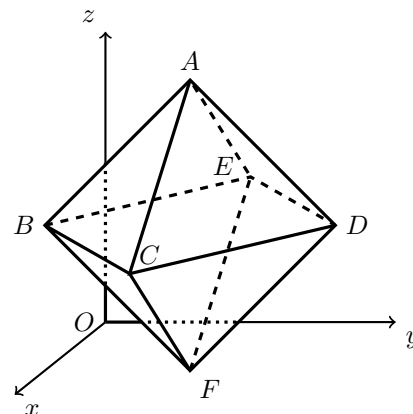
Exame – 2001, 2ª fase (cód. 135)

23. Na figura ao lado está representado, em referencial o.n.  $Oxyz$ , um octaedro  $[ABCDEFGH]$

Sabe-se que:

- o vértice  $B$  tem coordenadas  $(1,0,1)$
- o vértice  $E$  tem coordenadas  $(0,1,1)$
- o vértice  $F$  pertence ao plano  $xOy$
- o vértice  $A$  tem coordenadas  $(1,1,2)$

Determine uma equação da superfície esférica que contém os seis vértices do octaedro.



Exame – 2001, 2ª fase (cód. 135)



24. Considere, em referencial o.n.  $Oxyz$ , a superfície esférica centrada na origem do referencial e cuja interseção com o plano de equação  $z = 3$  é uma circunferência de perímetro  $8\pi$

Qual das seguintes é uma equação desta superfície esférica?

(A)  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$       (B)  $x^2 + y^2 + z^2 = 16$       (C)  $x^2 + y^2 + z^2 = 25$       (D)  $x^2 + y^2 + z^2 = 36$

Exame – 2001, 1ª fase - 2ª chamada (cód. 135)

25. Qual das seguintes equações define, num referencial o.n.  $Oxyz$ , uma superfície esférica tangente aos planos de equações  $x = 4$  e  $y = 0$  ?

(A)  $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 4$       (B)  $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 16$

(C)  $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 4$       (D)  $(x - 2)^2 + y^2 + z^2 = 16$

Exame – 2001, 1ª fase - 1ª chamada (cód. 135)

26. Num referencial o.n.  $Oxyz$ , considere os planos definidos pelas equações  $z = 1$  e  $z = 5$

Qual das equações seguintes define uma superfície esférica tangente aos dois planos?

(A)  $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 25$       (B)  $x^2 + y^2 + (z - 4)^2 = 25$

(C)  $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 4$       (D)  $x^2 + y^2 + (z - 4)^2 = 4$

Exame – 2001, Prova Modelo (cód. 135)

Exame – 2000, 2ª Fase (cód. 135)

27. Considere, num referencial o.n.  $Oxyz$ , uma reta  $r$ , perpendicular ao plano  $yOz$

Qual das afirmações seguintes é **necessariamente** verdadeira?

(A) A reta  $r$  é perpendicular ao plano  $xOy$       (B) A reta  $r$  está contida no plano  $xOy$

(C) A reta  $r$  é perpendicular ao eixo  $Ox$       (D) A reta  $r$  é paralela ao eixo  $Ox$

Exame – 2000, Prova 2 para Militares (cód. 135)

Exame – 2000, Prova de reserva (cód. 135)

28. Considere, num referencial o.n.  $Oxyz$ , a superfície esférica  $S$ , de equação  $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2 = 2$

Qual das equações seguintes define um plano cuja intersecção com a superfície esférica não é vazia?

(A)  $x = -1$       (B)  $x = 0$       (C)  $x = 3$       (D)  $x = 4$

Exame – 2000, Prova 2 para Militares (cód. 135)

Exame – 2000, Prova de reserva (cód. 135)

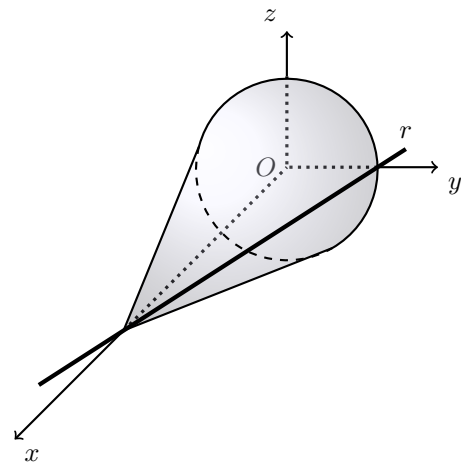


29. Na figura ao lado está representado em referencial o.n.  $Oxyz$ , um cone cuja base está contida no plano  $yOz$  e cujo vértice pertence ao semieixo positivo  $Ox$

A base tem raio 3 e centro em  $O$ , origem do referencial.

A reta  $r$ , de equação  $(x,y,z) = (0,3,0) + k(3,-1,0), k \in \mathbb{R}$ , contém uma geratriz do cone.

Mostre que a altura do cone é 9



Exame – 2000, Prova para Militares (cód. 135)  
Exame – 2000, Época Especial (cód. 135)

30. Num referencial o. n.  $Oxyz$ , qual das seguintes equações define uma superfície esférica tangente ao plano  $yOz$ ?

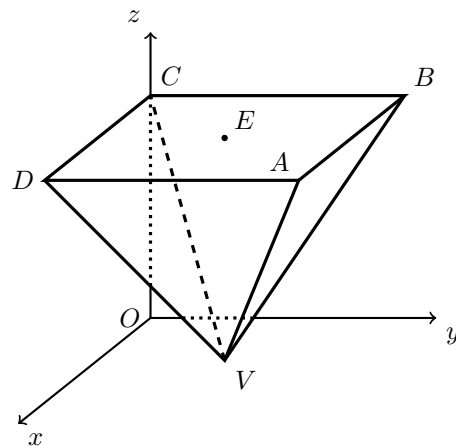
- (A)  $(x - 2)^2 + y^2 + z^2 = 1$                       (B)  $(x - 2)^2 + y^2 + z^2 = 2$   
(C)  $(x - 2)^2 + y^2 + z^2 = 4$                       (D)  $(x - 2)^2 + y^2 + z^2 = 9$

Exame – 2000, Época Especial (setembro) (cód. 135)  
Exame – 1999, Prova de reserva (cód. 135) (adaptado)

31. Na figura ao lado está representada, em referencial o.n.  $Oxyz$ , uma pirâmide quadrangular regular.

- A base da pirâmide é paralela ao plano  $xOy$
- O ponto  $A$  tem coordenadas  $(8,8,7)$
- O ponto  $B$  pertence ao plano  $yOz$
- O ponto  $C$  pertence ao eixo  $Oz$
- O ponto  $D$  pertence ao plano  $xOz$
- O ponto  $E$  é o centro da base da pirâmide
- O vértice  $V$  da pirâmide pertence ao plano  $xOy$

Determine o perímetro de uma face lateral da pirâmide.



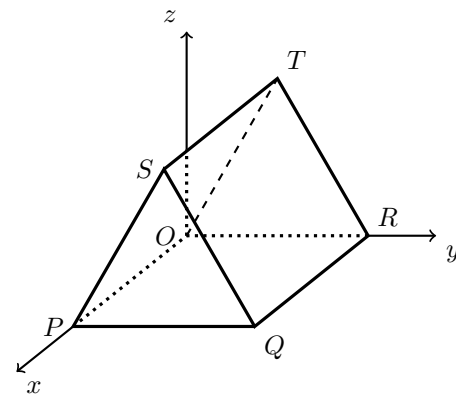
Exame – 2000, Época Especial (setembro) (cód. 135)  
Exame – 1999, Prova de reserva (cód. 135)

32. Na figura ao lado está representada, em referencial o.n.  $Oxyz$ , um prisma triangular regular.

Sabe-se que:

- O vértice  $O$  coincide com a origem do referencial
- O vértice  $P$  pertence ao semieixo positivo  $Ox$
- O vértice  $R$  pertence ao semieixo positivo  $Oy$
- O segmento  $[QR]$  tem comprimento 6

Sabendo que a área lateral do prisma é 72, determine as coordenadas do ponto  $S$



Exame – 2000, 1ª fase - 2ª chamada (cód. 135)





33. Num referencial o.n.  $Oxyz$ , considere os pontos  $P(0,0,4)$  e  $Q(0,4,0)$   
Qual dos seguintes pontos pertence ao plano mediador do segmento de reta  $[PQ]$ ?

(A)  $(1,0,0)$       (B)  $(1,2,0)$       (C)  $(2,1,0)$       (D)  $(1,0,2)$

Exame – 2000, 1ª fase - 1ª chamada (cód. 135)

34. Num referencial o.n.  $Oxyz$ , qual das seguintes retas intersecta os três planos coordenados?

(A)  $(x,y,z) = (1,1,1) + k(1,0,0), k \in \mathbb{R}$       (B)  $(x,y,z) = (1,1,1) + k(0,2,0), k \in \mathbb{R}$   
(C)  $(x,y,z) = (1,1,1) + k(1,2,0), k \in \mathbb{R}$       (D)  $(x,y,z) = (1,1,1) + k(1,2,3), k \in \mathbb{R}$

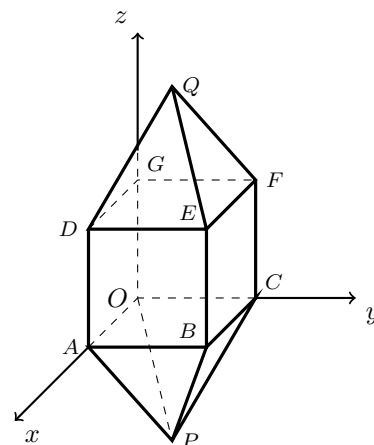
Exame – 2000, 1ª fase - 1ª chamada (cód. 135)

35. Na figura ao lado está representado um poliedro num referencial o.n.  $Oxyz$

Sabe-se que:

- o vértice  $O$  do poliedro é a origem do referencial;
- o vértice  $E$  do poliedro tem coordenadas  $(2,2,2)$ ;
- a altura de cada uma das pirâmides é igual ao comprimento da aresta do cubo.

Justifique que o ponto  $F$  não pertence à superfície esférica de diâmetro  $[PQ]$



Exame – 2000, 1ª fase - 1ª chamada (cód. 135)

36. Considere, num referencial o.n.  $Oxyz$ , as superfícies esféricas de equações

$$x^2 + y^2 + (z - 10)^2 = 9 \quad \text{e} \quad x^2 + y^2 + (z - 4)^2 = 9$$

A intersecção das duas superfícies esféricas é

(A) um ponto.      (B) uma circunferência.  
(C) uma superfície esférica.      (D) o conjunto vazio.

Exame – 1999, Prova para Militares (cód. 135)

37. Considere, num referencial o.n.  $Oxyz$ , os pontos  $A(2,3,10)$  e  $B(10,13,25)$   
Um tiro é disparado de  $A$ , de tal forma que o projétil passa pelo ponto  $B$

- 37.1. Pretende-se atingir um alvo situado no ponto  $C(98,123,190)$

Mostre que, se o projétil seguir uma trajetória retilínea, o alvo é atingido.

- 37.2. A trajetória retilínea só é garantida se o alvo se encontrar a menos de 300 unidades do local onde o projétil é disparado.

Prove que, no caso presente, a trajetória retilínea está garantida.

Exame – 1999, Prova para Militares (cód. 135)

38. Considere, num referencial o.n.  $Oxyz$ , a esfera  $\varepsilon$  definida pela condição

$$x^2 + (y - 7)^2 + z^2 \leq 9$$

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) Na esfera  $\varepsilon$  existem pontos do eixo  $Ox$       (B) Na esfera  $\varepsilon$  existem pontos do eixo  $Oy$   
(C) O ponto  $(7,7,0)$  pertence à esfera  $\varepsilon$       (D) O ponto  $(0,0,7)$  pertence à esfera  $\varepsilon$

Exame – 1999, Época Especial (cód. 135)



39. Num referencial o.n.  $Oxyz$ , a condição  $\begin{cases} x = 0 \\ z = 3 \end{cases}$  define
- (A) o conjunto vazio      (B) um ponto      (C) uma reta      (D) um plano

Exame – 1999, Época Especial (cód. 135)

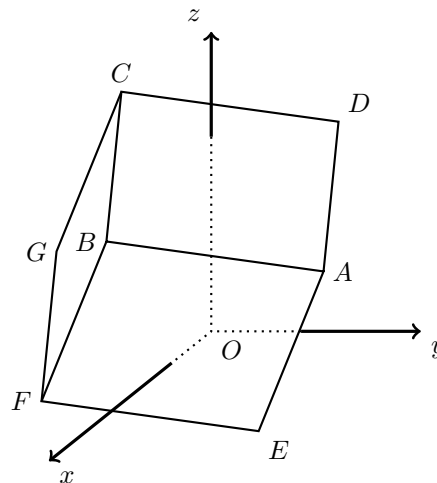
40. Na figura ao lado, está representado, num referencial o.n.  $Oxyz$ .

Sabe-se que:

- $[ABCD]$  é uma face do cubo
- $[EFGH]$  é a face oposta à face  $[ABCD]$  (o ponto  $H$  não está representado na figura)
- $[AE]$ ,  $[BF]$ ,  $[CG]$  e  $[DH]$  são quatro arestas do cubo
- O ponto  $A$  tem coordenadas  $(3,5,3)$
- O ponto  $D$  tem coordenadas  $(-3,3,6)$
- O ponto  $E$  tem coordenadas  $(1,2,-3)$

- 40.1. Determine o volume do cubo.

- 40.2. Determine as coordenadas do ponto  $H$  e comente a seguinte afirmação: o ponto  $H$  pertence a um dos eixos coordenados.

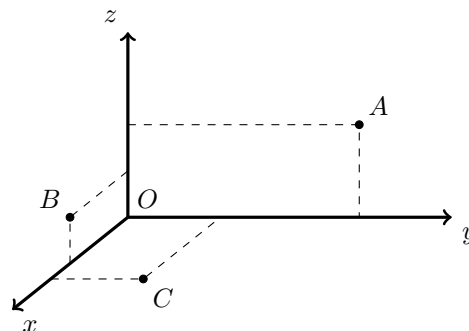


Exame – 1999, Época Especial (cód. 135)

41. Na figura seguinte estão representados três pontos, em referencial o.n.  $Oxyz$

Sabe-se que:

- o ponto  $A$  tem coordenadas  $(0,5,2)$
- o ponto  $B$  pertence ao plano  $xOz$
- o ponto  $C$  pertence ao plano  $xOy$
- a reta  $BC$  tem equação vetorial  $(x,y,z) = (5,4,-1) + k(1,2,-1), k \in \mathbb{R}$



- 41.1. Mostre que o ponto  $B$  tem coordenadas  $(3,0,1)$  e que o ponto  $C$  tem coordenadas  $(4,2,0)$

- 41.2. Considere a superfície esférica de centro em  $A$ , cuja intersecção com o plano  $xOy$  é uma circunferência de raio 3

Determine uma equação dessa superfície esférica.

Exame – 1999, 2ª fase (cód. 135)



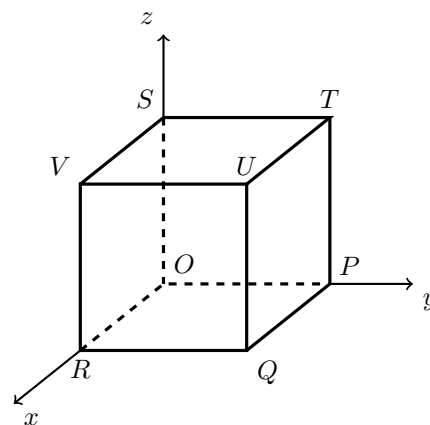
42. Na figura ao lado está representado um cubo, em referencial o.n.  $Oxyz$

Sabe-se que:

- a face  $[OPQR]$  está contida no plano  $xOy$
- a face  $[OSVR]$  está contida no plano  $xOz$
- a face  $[OSTP]$  está contida no plano  $yOz$
- o volume do cubo é 27

Determine uma equação da superfície esférica tal que:

- o centro é o simétrico do ponto  $U$ , em relação ao plano  $xOy$
- o ponto  $Q$  pertence a essa superfície esférica



Exame – 1999, 1ª fase - 2ª chamada (cód. 135)

43. Considere, num referencial o.n.  $Oxyz$ , os planos  $\alpha$  e  $\beta$ , definidos pelas seguintes equações:

$$\alpha : x = 1 \quad \text{e} \quad \beta : y = 2$$

Seja  $r$  a reta de intersecção dos planos  $\alpha$  e  $\beta$

Indique qual das expressões seguintes é uma equação vetorial da reta  $r$

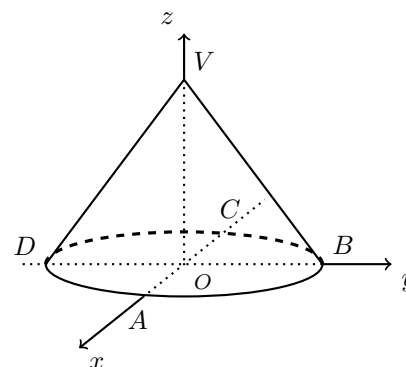
- (A)  $(x,y,z) = (1,2,0) + k(0,0,2), k \in \mathbb{R}$       (B)  $(x,y,z) = (1,1,0) + k(1,2,0), k \in \mathbb{R}$   
 (C)  $(x,y,z) = (1,1,0) + k(0,0,2), k \in \mathbb{R}$       (D)  $(x,y,z) = (1,2,0) + k(1,2,0), k \in \mathbb{R}$

Exame – 1999, 1ª fase - 1ª chamada (cód. 135)

44. Na figura seguinte está representado, em referencial o.n.  $Oxyz$ , um cone de revolução.

Sabe-se que:

- A base do cone está contida no plano  $xOy$  e tem o seu centro na origem do referencial
- $[AC]$  e  $[BD]$  são diâmetros da base
- O ponto  $A$  pertence ao semieixo positivo  $Ox$
- O ponto  $B$  pertence ao semieixo positivo  $Oy$
- O vértice  $V$  pertence ao semieixo positivo  $Oz$
- O comprimento do raio da base é 3 e a altura do cone é 4



Determine uma condição que defina a esfera cujo centro é o ponto  $V$  e cuja intersecção com o plano  $xOy$  é a base do cone.

Exame – 1999, 1ª fase - 1ª chamada (cód. 135)

45. Num referencial o.n.  $Oxyz$ , considere:

- a esfera definida pela condição  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 25$
- o plano de equação  $z = 4$

Qual é a área da intersecção da esfera com o plano?

- (A)  $\pi$       (B)  $3\pi$       (C)  $6\pi$       (D)  $9\pi$

Exame – 1999, Prova Modelo (cód. 135)



46. Qual das condições seguintes define, num referencial o.n.  $Oxyz$ , uma reta paralela, ao eixo  $Oy$ ?

- (A)  $x = 1 \wedge y = 2 \wedge z = 3$       (B)  $x = 2 \wedge z = 1$       (C)  $x = y = z$       (D)  $y = 1$

Exame – 1998, Prova para militares (cód. 135)

47. Num referencial o.n.  $Oxyz$ , considere:

- o plano  $\alpha$ , de equação  $y = 4$
- a superfície esférica  $E$  de equação  $x^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 4$

A intersecção da superfície esférica  $E$  com o plano  $\alpha$  é

- (A) um ponto      (B) uma circunferência de raio 1  
(C) uma circunferência de raio 2      (D) o conjunto vazio

Exame – 1998, Prova de reserva (cód. 135)

48. Considere a esfera definida pela condição  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 \leq 14$

Sabendo que  $[AB]$  é um diâmetro dessa esfera e que  $A$  tem coordenadas  $(1,1,1)$ , indique as coordenadas de  $B$

- (A)  $(2,4,8)$       (B)  $(3,5,7)$       (C)  $(4,6,5)$       (D)  $(5,3,6)$

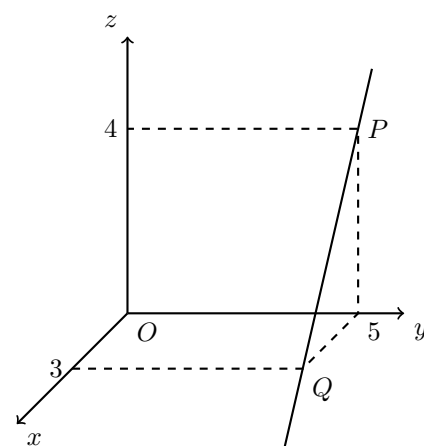
Exame – 1998, 2ª fase (cód. 135)

49. Na figura ao lado está representada, num referencial o.n.  $Oxyz$ , uma reta  $PQ$

- O ponto  $P$  pertence ao plano  $yOz$
- O ponto  $Q$  pertence ao plano  $xOy$

Indique qual das condições seguintes define a reta  $PQ$

- (A)  $3x + 5y + 4z = 0$   
(B)  $(x,y,z) = (3,0,-4) + k(3,5,0), k \in \mathbb{R}$   
(C)  $x = 3 \wedge y = 5 \wedge z = 4$   
(D)  $(x,y,z) = (3,5,0) + k(3,0,-4), k \in \mathbb{R}$

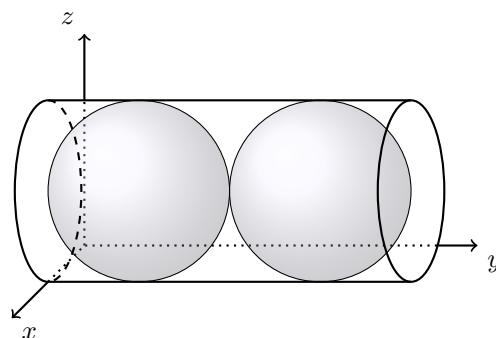


Exame – 1998, 1ª fase - 2ª chamada (cód. 135)

50. Na figura abaixo está representada, em referencial o.n.  $Oxyz$ , uma caixa cilíndrica construída num material de espessura desprezável.

A caixa contém duas bolas encostadas uma à outra e às bases da caixa cilíndrica.

- O cilindro tem uma das bases no plano  $xOz$
- O centro dessa base é o ponto de coordenadas  $(3,0,3)$
- A outra base está contida no plano de equação  $y = 12$
- As bolas são esferas de raio igual a 3
- Os diâmetros das esferas e das bases do cilindro são iguais



Justifique que a superfície esférica correspondente à bola mais afastada do plano tem centro no ponto  $(3,9,3)$  e que o ponto  $(1,8,1)$  pertence a essa superfície esférica.

Exame – 1998, 1ª fase - 2ª chamada (cód. 135)



51. Considere, num referencial o.n.  $Oxyz$ :

- a esfera  $\varepsilon$  definida pela condição  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 \leq 36$
- a reta  $r$  de equação  $(x,y,z) = (1,2,3) + k(-2,0,1)$ ,  $k \in \mathbb{R}$

A intersecção da reta  $r$  com a esfera  $\varepsilon$  é um segmento de reta.

Qual é o comprimento desse segmento de reta?

- (A) 8      (B) 10      (C) 12      (D) 14

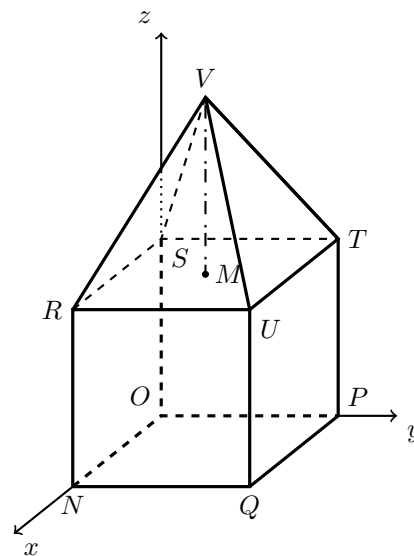
Exame – 1998, 1ª fase - 1ª chamada (cód. 135)

52. Na figura ao lado está representado, em referencial o.n.  $Oxyz$ , um sólido formado por um cubo e uma pirâmide quadrangular regular.

- A base da pirâmide coincide com a face superior do cubo
- O vértice  $O$  coincide com a origem do referencial
- O vértice  $N$  pertence ao semieixo positivo  $Ox$
- O vértice  $P$  pertence ao semieixo positivo  $Oy$
- O vértice  $S$  pertence ao semieixo positivo  $Oz$
- A altura da pirâmide,  $\overline{VM}$ , é igual ao comprimento da aresta do cubo
- O vértice  $V$  tem coordenadas  $(3,3,12)$

52.1. Justifique que  $\overline{UQ} = 6$  e que  $\overline{UV} = 3\sqrt{6}$

52.2. Determine a intersecção da reta que contém a aresta  $[UV]$  com o plano de equação  $x = 4$



Exame – 1998, 1ª fase - 1ª chamada (cód. 135)

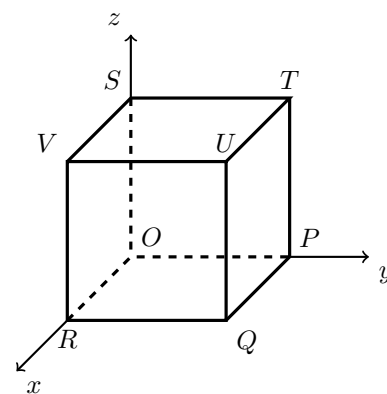
53. Na figura ao lado está representado um cubo, em referencial o.n.  $Oxyz$

O vértice  $O$  coincide com a origem do referencial.

- O vértice  $R$  pertence ao semieixo positivo  $Ox$
- O vértice  $P$  pertence ao semieixo positivo  $Oy$
- O vértice  $S$  pertence ao semieixo positivo  $Oz$

A abscissa do ponto  $R$  é 2

Mostre que o raio da superfície esférica que contém os oito vértices do cubo é  $\sqrt{3}$  e determine uma equação dessa superfície esférica.



Exame – 1998, Prova Modelo (cód. 135)

54. Num referencial o.n.  $Oxyz$  uma esfera tem centro no ponto  $C(2,3,4)$  e é tangente ao plano  $xOy$   
Uma condição que define a esfera é:

- (A)  $x^2 + y^2 + z^2 = 4^2$       (B)  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 = 2^2$   
 (C)  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 = 3^2$       (D)  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 = 4^2$

Exame – 1997, Prova para militares (cód. 135)



55. Num referencial o.n.  $Oxyz$ , considere a reta  $r$  de equação vetorial

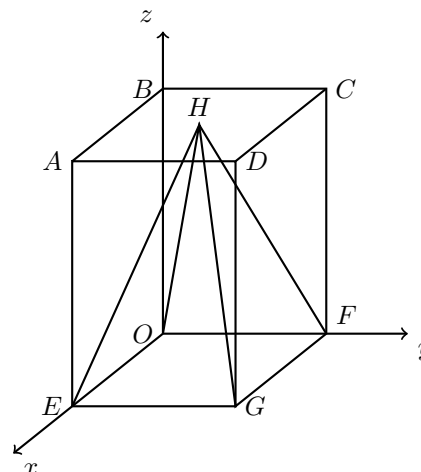
$$(x,y,z) = (1,2,0) + k(3,0,-1), k \in \mathbb{R}$$

A reta  $r$

- (A) é paralela ao plano  $xOy$                       (B) é paralela ao plano  $xOz$   
 (C) é paralela ao plano  $yOz$                       (D) não é paralela a nenhum dos planos coordenados

Exame – 1997, Prova para militares (cód. 135)

56. Na figura ao lado estão representados em referencial o.n.  $Oxyz$ , um prisma quadrangular regular e uma pirâmide cuja base  $[OFGE]$  coincide com a do prisma e está assente no plano  $xOy$ . O vértice da pirâmide coincide com o centro da base superior do prisma.



O ponto  $G$  tem coordenadas  $(4,4,0)$

- 56.1. Sabendo que, na unidade considerada, o volume do prisma é igual a 96, mostre que o ponto  $H$  tem coordenadas  $(2,2,6)$   
 56.2. Indique, justificando, uma equação vetorial da reta que é a interseção do plano  $OEH$  com o plano  $ABC$

Exame – 1997, Prova para militares (cód. 135)

57. Num referencial o.n.  $Oxyz$ , a intersecção das superfícies esféricas definidas pelas equações

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4 \quad \text{e} \quad x^2 + y^2 + z^2 = 9 \quad \text{é}$$

- (A) um ponto.    (B) uma superfície esférica.  
 (C) uma circunferência.                              (D) o conjunto vazio.

Exame – 1997, 2ª fase (cód. 135)

58. Considere, num referencial o.n.  $Oxyz$ , um cilindro de revolução como o representado na figura ao lado.

A base inferior do cilindro tem centro na origem  $O$  do referencial e está contida no plano  $xOy$

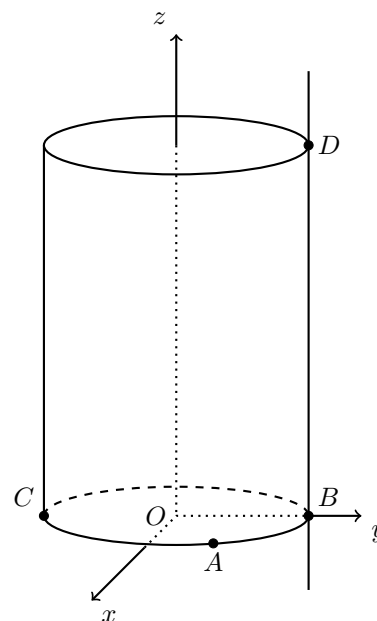
$[BC]$  é um diâmetro da base inferior, contido no eixo  $Oy$ . O ponto  $C$  tem coordenadas  $(0,-5,0)$

O ponto  $A$  pertence à circunferência que limita a base inferior do cilindro e tem coordenadas  $(4,3,0)$

A reta  $r$  passa no ponto  $B$  e é paralela ao eixo  $Oz$

O ponto  $D$  pertence à reta  $r$  e à circunferência que limita a base superior do cilindro.

Escreva uma equação vetorial da reta  $r$



Exame – 1997, 1ª fase - 1ª chamada (cód. 135)