



Geometria (10.º ano)  
**Pontos, retas e planos**

Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios



1. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n.  $xOy$ , a reta  $AB$

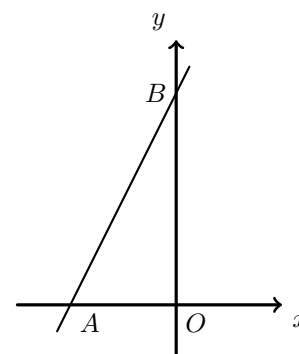
Sabe-se que:

- o ponto  $A$  pertence ao semieixo negativo  $Ox$  e o ponto  $B$  pertence ao semieixo positivo  $Oy$
- a reta  $AB$  tem equação  $y = 2x + 4$

Seja  $M$  o ponto médio do segmento de reta  $[AB]$

Quais são as coordenadas do ponto  $M$  ?

- (A)  $\left(-\frac{1}{2}, 2\right)$       (B)  $(-1, 2)$       (C)  $\left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$       (D)  $D(-2, 4)$



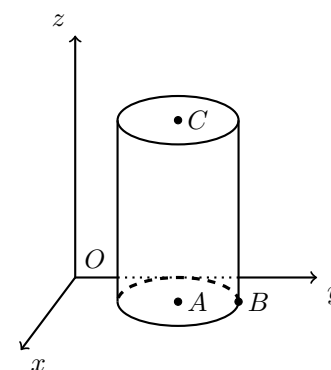
Exame – 2019, 2.ª Fase

2. Na figura ao lado, está representado, num referencial o.n.  $Oxyz$ , um cilindro de revolução de altura 3

Sabe-se que:

- o ponto  $A$  tem coordenadas  $(1, 2, 0)$  e é o centro da base inferior do cilindro, a qual está contida no plano  $xOy$
- o ponto  $B$  tem coordenadas  $(1, 3, 0)$  e pertence à circunferência que delimita a base inferior do cilindro;
- o ponto  $C$  é o centro da base superior do cilindro.

Determine a área da secção produzida no cilindro pelo plano de equação  $x = 1$



Exame – 2017, Ép. especial

3. Considere, num referencial o.n.  $xOy$ , os pontos  $A(-1, 3)$  e  $B(2, 4)$

Qual das seguintes equações define uma reta paralela à reta  $AB$  ?

- (A)  $y = -\frac{1}{3}x$       (B)  $y = \frac{1}{3}x$       (C)  $y = 3x$       (D)  $y = -33x$

Exame – 2016, Época especial

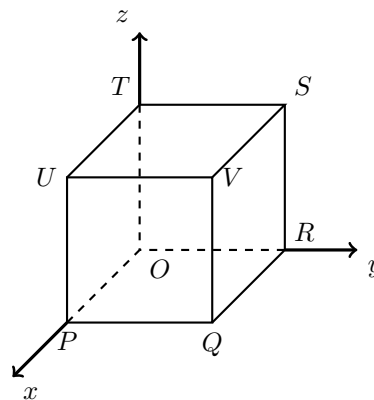
4. Na figura ao lado, está representado, num referencial o.n.  $Oxyz$ , o cubo  $[OPQRSTUV]$  de aresta 2

Os pontos,  $P$ ,  $R$  e  $T$  pertencem aos semieixos positivos.

Numa das opções seguintes estão as coordenadas de um ponto pertencente a uma das arestas do cubo.

Em qual?

- (A)  $(1, 1, 2)$                       (B)  $(1, 2, 0)$   
 (C)  $(0, 1, 1)$                       (D)  $(1, 1, 1)$

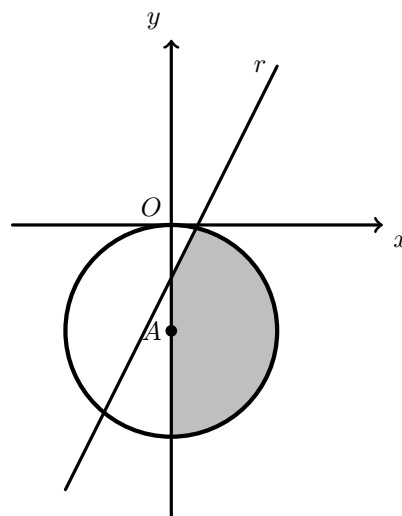


Teste Intermédio 10.º ano – 16.03.2012

5. Considere, num referencial o.n.  $xOy$  :

- a reta  $r$ , definida pela equação  $y = 2x - 1$
- o ponto  $A$  de coordenadas  $(0, -2)$

Escreva a equação reduzida da reta paralela à reta  $r$  que passa no ponto  $A$

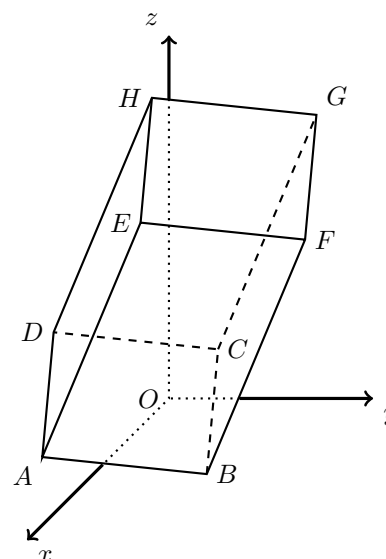


Teste Intermédio 10.º ano – 16.03.2012

6. Na figura ao lado, está representado, em referencial o.n.  $Oxyz$ , o prisma quadrangular regular  $[ABCDEFGH]$

As coordenadas dos pontos  $A$ ,  $B$  e  $G$  são  $(11, -1, 2)$ ,  $(8, 5, 0)$  e  $(6, 9, 15)$ , respectivamente.

Escreva uma condição que defina a reta que passa no ponto  $G$  e que é paralela ao eixo  $Oy$



Teste Intermédio 10.º ano – 06.05.2011

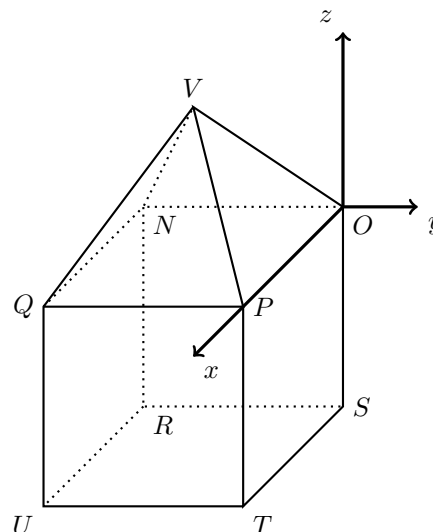


7. Na figura ao lado, está representado, em referencial o.n.  $Oxyz$ , o poliedro  $[VNOPQRST]$ , que se pode decompor num cubo e numa pirâmide quadrangular regular.

Sabe-se que:

- a base da pirâmide coincide com a face superior do cubo e está contida no plano  $xOy$
- o ponto  $P$  pertence ao eixo  $Ox$
- o ponto  $U$  tem coordenadas  $(4, -4, -4)$

Escreva uma condição cartesiana que defina o plano perpendicular à reta  $QN$  e que passa no ponto  $V$



Teste Intermédio 11.º ano – 27.01.2011

8. Considere, num referencial o.n.  $xOy$ , a reta  $r$  que intersesta o eixo  $Ox$  no ponto de abscissa 2 e que intersesta o eixo  $Oy$  no ponto de ordenada 8

Qual é a equação reduzida da reta  $r$  ?

- (A)  $y = -4x + 8$       (B)  $y = 4x + 8$       (C)  $y = -2x + 4$       (D)  $y = 2x + 4$

Teste Intermédio 10.º ano – 05.05.2010

9. Na figura ao lado, estão representados, num referencial o.n.  $Oxyz$ , um prisma quadrangular regular e uma pirâmide.

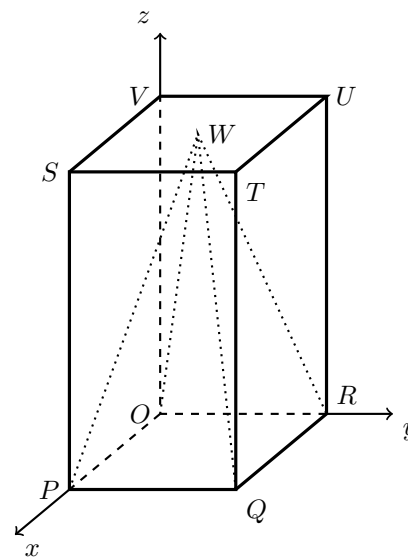
A base da pirâmide,  $[OPQR]$ , está contida no plano  $xOy$  e coincide com a base inferior do prisma.

O ponto  $W$ , vértice da pirâmide, coincide com o centro da base superior,  $[STUV]$ , do prisma.

O ponto  $P$  tem coordenadas  $(5,0,0)$ .

Sabe-se que o volume da **pirâmide** é igual a 75

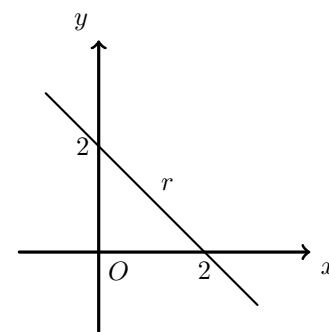
Determine as coordenadas do ponto  $W$ , vértice da pirâmide.



Teste Intermédio 10.º ano – 05.05.2010



10. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n.  $xOy$ , a reta  $r$ , que intersecta o eixo  $Ox$  no ponto de abscissa  $s$  e o eixo  $Oy$  no ponto de ordenada 2



Qual é a equação reduzida da reta  $r$ ?

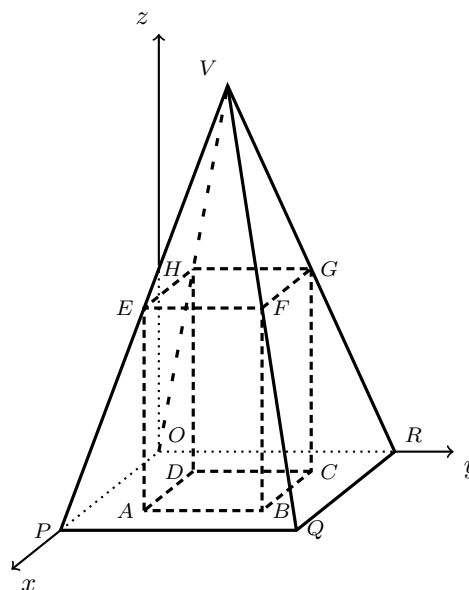
- (A)  $y = 2x + 2$       (B)  $y = -2x + 2$   
 (C)  $y = -x + 2$       (D)  $y = x + 2$

Teste Intermédio 10.º ano – 29.01.2010

11. Na figura ao lado, estão representados, num referencial o.n.  $Oxyz$ , a pirâmide quadrangular regular  $[VOPQR]$  e o prisma quadrangular regular  $[ABCDEFGH]$

Sabe-se que:

- os vértices  $P$  e  $R$  da pirâmide pertencem aos eixos coordenados  $Ox$  e  $Oy$ , respetivamente;
- uma das bases do prisma está contida na base da pirâmide e cada vértice da outra base pertence a uma aresta da pirâmide.



Preencha cada um dos espaços seguintes, de modo a obter afirmações verdadeiras quanto à posição relativa das retas e/ou dos planos.

Copie as afirmações obtidas para a sua folha de respostas.

As retas  $DQ$  e  $VF$  são .....

As retas  $EH$  e ..... são não coplanares.

A reta  $PQ$  e o plano  $HGB$  são .....

A reta  $FQ$  e o plano  $ADH$  são .....

Os planos  $BQV$  e ..... são perpendiculares.

Teste Intermédio 10.º ano – 29.01.2010

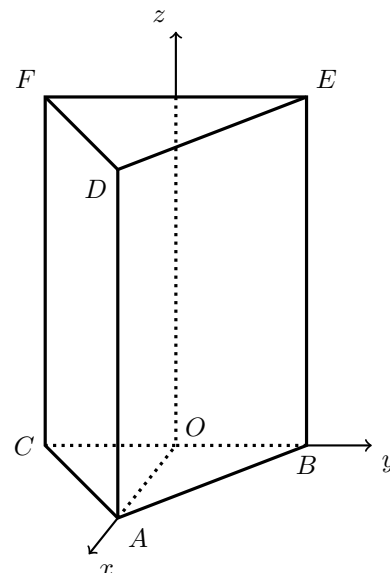


12. Na figura ao lado está representado, em referencial o.n.  $Oxyz$ , o prisma triangular **não regular**  $[ABCDEF]$

Sabe-se que:

- as bases são triângulos isósceles ( $\overline{AB} = \overline{AC}$  e  $\overline{DE} = \overline{DF}$ )
- a base  $[ABC]$  está contida no plano  $xOy$
- as arestas laterais do prisma são perpendiculares às bases
- o ponto  $A$  tem coordenadas  $(4,0,0)$
- o ponto  $E$  tem coordenadas  $(0,3,8)$
- o ponto  $F$  é o simétrico do ponto  $E$ , relativamente ao plano  $xOz$

Determine a área **lateral** do prisma.



Teste Intermédio 10.º ano – 06.05.2009

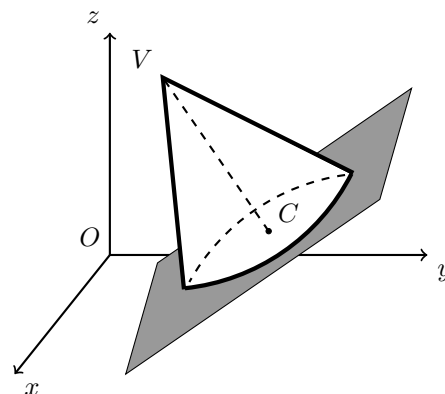
13. Na figura seguinte está representado, em referencial o.n.  $Oxyz$ , um cone de revolução.

Sabe-se que:

- o vértice  $V$  do cone tem coordenadas  $(1,2,6)$
- o ponto  $C$  é o centro da base do cone

Seja  $W$  o ponto simétrico do ponto  $V$ , em relação ao plano  $xOy$ .

Indique as coordenadas do ponto  $W$  e escreva uma condição que defina o segmento de reta  $[VW]$



Teste Intermédio 11.º ano – 29.01.2009

14. Na figura está representado, em referencial o.n.  $Oxyz$ , um sólido que pode ser decomposto num cubo e numa pirâmide quadrangular regular.

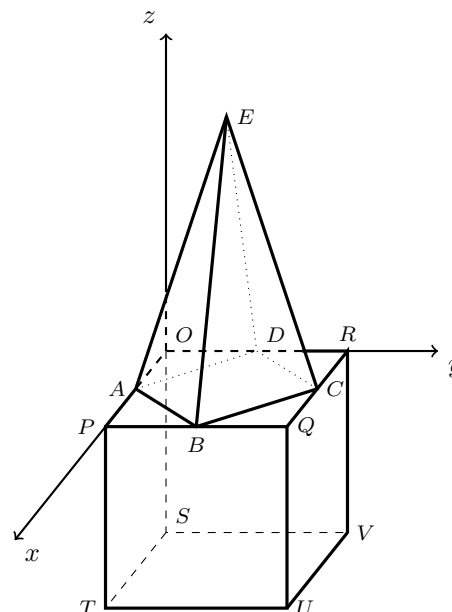
A origem do referencial é um dos vértices do cubo, o vértice  $P$  pertence ao eixo  $Ox$  e o vértice  $R$  pertence ao eixo  $Oy$ .

Os vértices da base da pirâmide são os pontos médios dos lados do quadrado  $[OPQR]$ .

O ponto  $Q$  tem coordenadas  $(2,2,0)$ .

O volume do sólido é igual a 10

Determine a cota do ponto  $E$ .



Teste Intermédio 10.º ano – 28.01.2009



15. Considere, em referencial o.n.  $xOy$ , a reta  $r$  que intersesta o eixo  $Ox$  no ponto de abscissa 2 e que intersesta o eixo  $Oy$  no ponto de ordenada 6.

Qual é a equação reduzida da reta  $r$  ?

- (A)  $y = -3x + 6$       (B)  $y = 3x + 6$       (C)  $y = -2x + 3$       (D)  $y = 2x + 3$

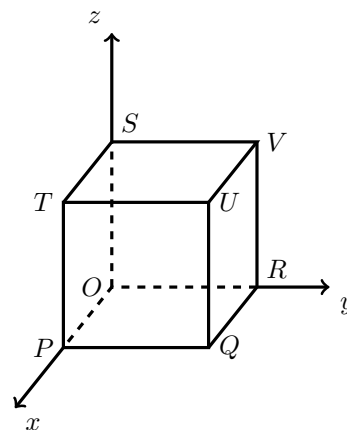
Teste Intermédio 10.º ano – 28.05.2008

16. Na figura está representado, em referencial o.n.  $Oxyz$ , um cubo  $[OPQRSTUV]$

A aresta  $[OP]$  está contida no semieixo positivo  $Ox$ , a aresta  $[OR]$  está contida no semieixo positivo  $Oy$  e a aresta  $[OS]$  está contida no semieixo positivo  $Oz$ .

O ponto  $U$  tem coordenadas  $(2,2,2)$

Defina, por meio de uma condição, a aresta  $[UQ]$



Teste Intermédio 10.º ano – 28.05.2008

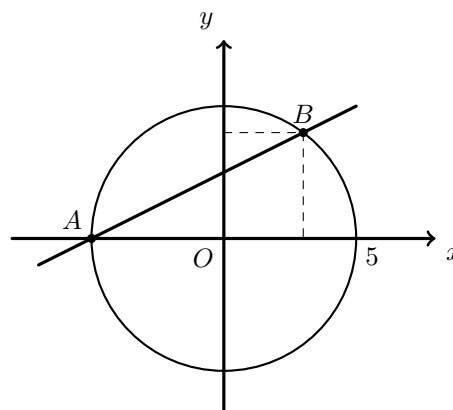
17. Na figura ao lado estão representadas, em referencial o.n.  $xOy$ , uma reta  $AB$  e uma circunferência com centro na origem e raio igual a 5

Os pontos  $A$  e  $B$  pertencem à circunferência.

O ponto  $A$  também pertence ao eixo das abscissas.

Admitindo que o declive da reta é igual  $\frac{1}{2}$ , resolva as duas alíneas seguintes:

- 17.1. Mostre que uma equação da reta  $AB$  é  $x - 2y + 5 = 0$   
 17.2. Mostre que o ponto  $B$  tem coordenadas  $(3,4)$



Teste Intermédio 11.º ano – 24.01.2008



18. Na figura ao lado estão representados, em referencial o. n.  $Oxyz$ , um prisma e uma pirâmide quadrangulares regulares, com a mesma altura.

A base do prisma, que coincide com a base da pirâmide, está contida no plano  $xOy$ .

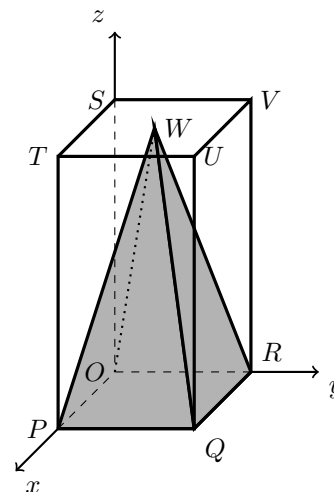
O vértice  $P$  pertence ao eixo  $Ox$ .

O vértice  $R$  pertence ao eixo  $Oy$ .

O vértice  $S$  pertence ao eixo  $Oz$ .

O vértice  $U$  tem coordenadas  $(2,2,4)$ .

Escreva uma condição que define a reta  $TU$



Exame – 2001, Época especial (cód. 135)

19. Considere, num referencial o.n.  $Oxyz$ , uma reta  $r$ , perpendicular ao plano  $yOz$

Qual das afirmações seguintes é **necessariamente** verdadeira?

(A) A reta  $r$  é perpendicular ao plano  $xOy$

(B) A reta  $r$  está contida no plano  $xOy$

(C) A reta  $r$  é perpendicular ao eixo  $Ox$

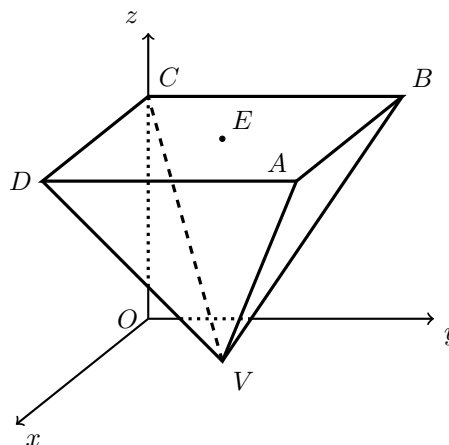
(D) A reta  $r$  é paralela ao eixo  $Ox$

Exame – 2000, Prova 2 para Militares (cód. 135)  
Exame – 2000, Prova de reserva (cód. 135)

20. Na figura ao lado está representada, em referencial o.n.  $Oxyz$ , uma pirâmide quadrangular regular.

- A base da pirâmide é paralela ao plano  $xOy$
- O ponto  $A$  tem coordenadas  $(8,8,7)$
- O ponto  $B$  pertence ao plano  $yOz$
- O ponto  $C$  pertence ao eixo  $Oz$
- O ponto  $D$  pertence ao plano  $xOz$
- O ponto  $E$  é o centro da base da pirâmide
- O vértice  $V$  da pirâmide pertence ao plano  $xOy$

Determine o perímetro de uma face lateral da pirâmide.



Exame – 2000, Época Especial (setembro) (cód. 135)  
Exame – 1999, Prova de reserva (cód. 135)

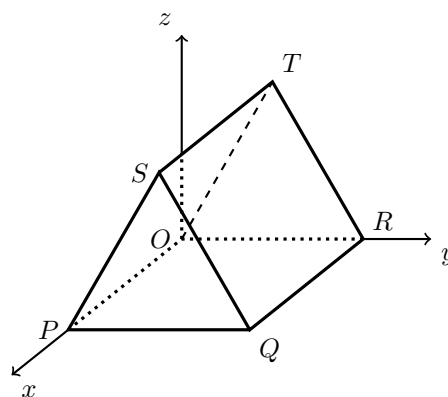


21. Na figura ao lado está representada, em referencial o.n.  $Oxyz$ , um prisma triangular regular.

Sabe-se que:

- O vértice  $O$  coincide com a origem do referencial
- O vértice  $P$  pertence ao semieixo positivo  $Ox$
- O vértice  $R$  pertence ao semieixo positivo  $Oy$
- O segmento  $[QR]$  tem comprimento 6

Sabendo que a área lateral do prisma é 72, determine as coordenadas do ponto  $S$



Exame – 2000, 1.<sup>a</sup> fase - 2.<sup>a</sup> chamada (cód. 135)

22. Num referencial o.n.  $Oxyz$ , a condição  $\begin{cases} x = 0 \\ z = 3 \end{cases}$  define

(A) o conjunto vazio      (B) um ponto      (C) uma reta      (D) um plano

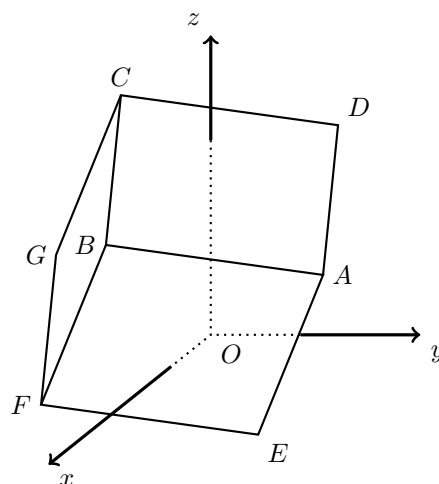
Exame – 1999, Época Especial (cód. 135)

23. Na figura ao lado, está representado, num referencial o.n.  $Oxyz$ .

Sabe-se que:

- $[ABCD]$  é uma face do cubo
- $[EFGH]$  é a face oposta à face  $[ABCD]$  (o ponto  $H$  não está representado na figura)
- $[AE]$ ,  $[BF]$ ,  $[CG]$  e  $[DH]$  são quatro arestas do cubo
- O ponto  $A$  tem coordenadas  $(3,5,3)$
- O ponto  $D$  tem coordenadas  $(-3,3,6)$
- O ponto  $E$  tem coordenadas  $(1,2,-3)$

Determine o volume do cubo.



Exame – 1999, Época Especial (cód. 135)

24. Qual das condições seguintes define, num referencial o.n.  $Oxyz$ , uma reta paralela, ao eixo  $Oy$ ?

(A)  $x = 1 \wedge y = 2 \wedge z = 3$       (B)  $x = 2 \wedge z = 1$       (C)  $x = y = z$       (D)  $y = 1$

Exame – 1998, Prova para militares (cód. 135)

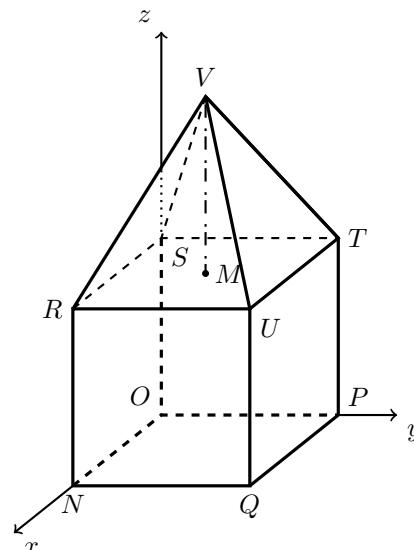




25. Na figura ao lado está representado, em referencial o.n.  $Oxyz$ , um sólido formado por um cubo e uma pirâmide quadrangular regular.

- A base da pirâmide coincide com a face superior do cubo
- O vértice  $O$  coincide com a origem do referencial
- O vértice  $N$  pertence ao semieixo positivo  $Ox$
- O vértice  $P$  pertence ao semieixo positivo  $Oy$
- O vértice  $S$  pertence ao semieixo positivo  $Oz$
- A altura da pirâmide,  $\overline{VM}$ , é igual ao comprimento da aresta do cubo
- O vértice  $V$  tem coordenadas  $(3,3,12)$

Justifique que  $\overline{UQ} = 6$  e que  $\overline{UV} = 3\sqrt{6}$

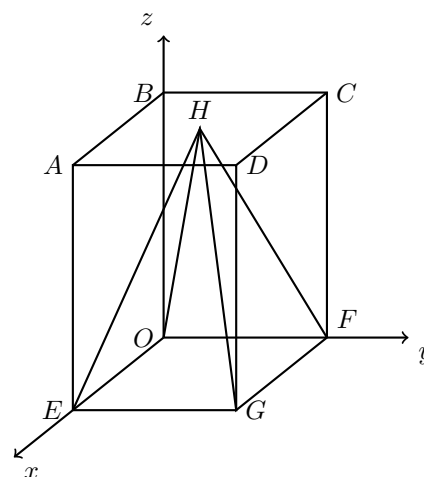


Exame – 1998, 1.ª fase - 1.ª chamada (cód. 135)

26. Na figura ao lado estão representados em referencial o.n.  $Oxyz$ , um prisma quadrangular regular e uma pirâmide cuja base  $[OFGE]$  coincide com a do prisma e está assente no plano  $xOy$ . O vértice da pirâmide coincide com o centro da base superior do prisma.

O ponto  $G$  tem coordenadas  $(4,4,0)$

Sabendo que, na unidade considerada, o volume do prisma é igual a 96, mostre que o ponto  $H$  tem coordenadas  $(2,2,6)$ .



Exame – 1997, Prova para militares (cód. 135)

