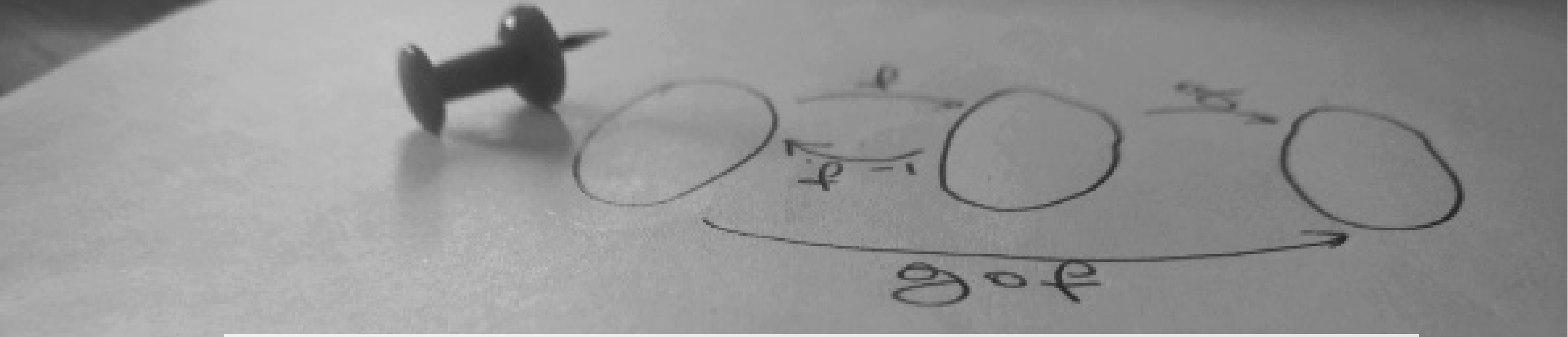


Funções (11.º ano)

Função inversa e função composta

Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios - Propostas de resolução

1. Como $(f \circ g)(x) = 7$ e $f(x) = 2x + 1$, temos que:

$$(f \circ g)(x) = 7 \Leftrightarrow f\big(g(x)\big) = 7 \Leftrightarrow 2\big(g(x)\big) + 1 = 7 \Leftrightarrow 2\big(g(x)\big) = 7 - 1 \Leftrightarrow g(x) = \frac{6}{2} \Leftrightarrow g(x) = 3$$

Exame – 2019, Ép. especial

2. Usando a definição de função inversa e depois de função diferença, como $f(3) = 4$, vem que:

$$(f-g)^{-1}(2) = 3 \Leftrightarrow (f-g)(3) = 2 \Leftrightarrow f(3) - g(3) = 2 \Leftrightarrow 4 - g(3) = 2 \Leftrightarrow 4 - 2 = g(3) \Leftrightarrow 2 = g(3)$$

Resposta: **Opção B**

Exame – 2017, Ép. especial

3. Temos que $(g \circ f)(x) = 0 \Leftrightarrow g\big(f(x)\big) = 0$

Como o único zero da função g é 2, ou seja, $g(a) = 0 \Leftrightarrow a = 2$, então vem que:

$$g\big(f(x)\big) = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2$$

E, por observação do gráfico de f podemos verificar que, os objetos cuja imagem é 2, pela função f, são 1 e 5

Resposta: **Opção B**

Exame – 2017, 2ª fase

4. Como $\big(g \circ f\big)(-3) = g\big(f(-3)\big)$, vamos calcular o valor de $f(-3)$:

$$f(-3) = \frac{2}{3}(-3)^3 + 3(-3)^2 - 13 = 2 \times -9 + 27 - 13 = -4$$

E assim, calculando o valor de k, vem que:

$$\big(g \circ f\big)(-3) = 6 \Leftrightarrow g\big(f(-3)\big) = 6 \Leftrightarrow g\,(-4) = 6 \Leftrightarrow k(-4) + 2 = 6 \Leftrightarrow k(-4) = 6 - 2 \Leftrightarrow k = \frac{4}{-4} \Leftrightarrow k = -1$$

Teste Intermédio 11º ano – 11.03.2014 (adaptado)

5. Temos que:

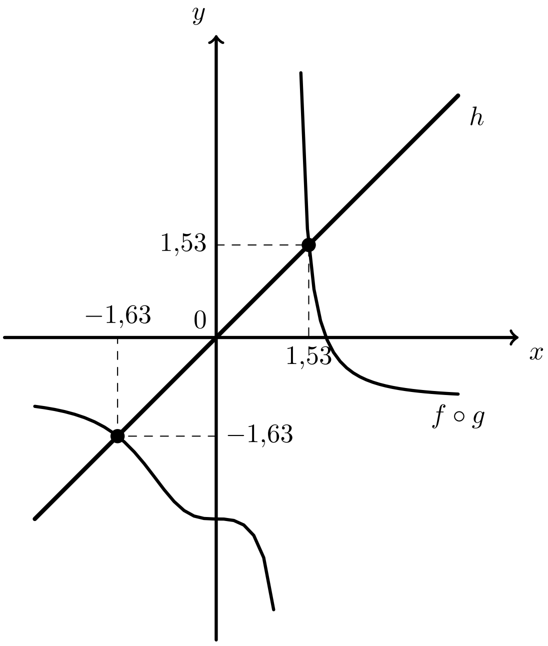
$$\big(f \circ g\big)(x) = f\big(g(x)\big) = f\big(x^3\big) = \frac{6 - x^3}{x^3 - 2}$$

Logo as duas soluções da equação $(f \circ g)(x) = x$ são as abcissas dos pontos de interseção dos gráficos das funções $(f \circ g)(x)$ e da função $h(x) = x$

Desta forma, traçamos, na calculadora gráfica, os gráficos das funções $(f \circ g)(x)$ e $h(x)$, numa janela que permita visualizar os dois pontos de interseção.

Recorrendo à função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas dos pontos de interseção de dois gráficos, obtemos os valores, aproximados às centésimas, para as duas soluções da equação $(f \circ g)(x) = x$:

$$x_1 \approx -1{,}63 \quad \text{e} \quad x_2 \approx 1{,}53$$



Teste Intermédio 11.º ano – 6.03.2013 (adaptado)

6. Pela definição de função inversa, temos que:

$$f^{-1}(3) = a \Leftrightarrow f(a) = 3 \Leftrightarrow \sqrt{a-1} = 3 \underset{a-1>0}{\Leftrightarrow} \left(\sqrt{a-1}\right)^2 = 3^2 \Leftrightarrow a - 1 = 9 \Leftrightarrow a = 9 + 1 \Leftrightarrow a = 10$$

Resposta: **Opção C**

Teste Intermédio 11º ano – 24.05.2011

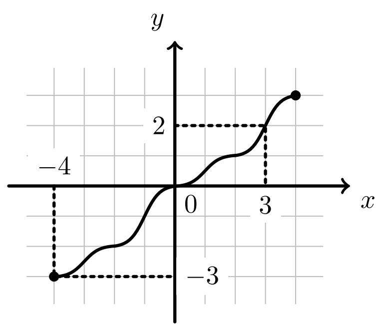
7. Como $(g \circ h)(x) = g\big(h(x)\big) = g(x+1) = \dfrac{1}{x+1}$, temos que:

$$(g \circ h)(a) = \frac{1}{9} \Leftrightarrow \frac{1}{a+1} = \frac{1}{9} \underset{a \neq -1}{\Leftrightarrow} 9 = a + 1 \Leftrightarrow 9 - 1 = a \Leftrightarrow a = 8$$

Resposta: **Opção B**

Teste Intermédio 11.º ano – 24.05.2011

8. Da observação do gráfico podemos assumir que:
   - $f(-4) = -3$
   - $f(3) = 2 \Leftrightarrow f^{-1}(2) = 3$



Assim, vem que:

$$f(-4) + f^{-1}(2) = -3 + 3 = 0$$

Resposta: **Opção B**

Teste Intermédio 11º ano – 06.05.2010

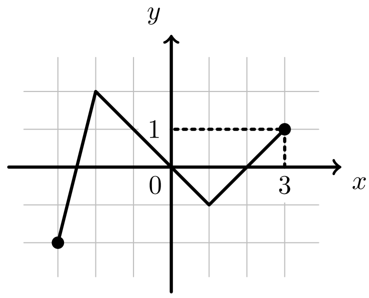
9. Da observação do gráfico podemos assumir que:

$$f(3) = 1$$

Pela definição de função composta, temos que:

$$\big(g \circ f\big)(3) = g\big(f(3)\big) = g(1) = -1 + 3 = 2$$

Resposta: **Opção D**



Teste Intermédio 11º ano – 06.05.2010

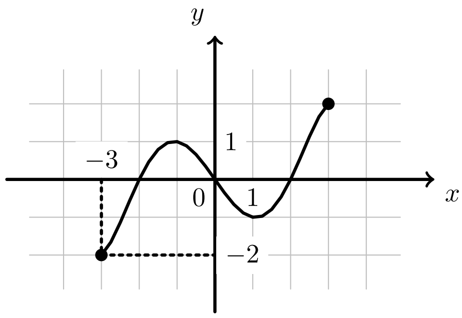
10. Pela definição de função composta, temos que:

$$\big(f \circ g\big)(2) = f\big(g(2)\big) = f\left(-2(2)+1\right) = f(-4+1) = f(-3)$$

Da observação do gráfico podemos assumir que:

$$f(-3) = -2$$

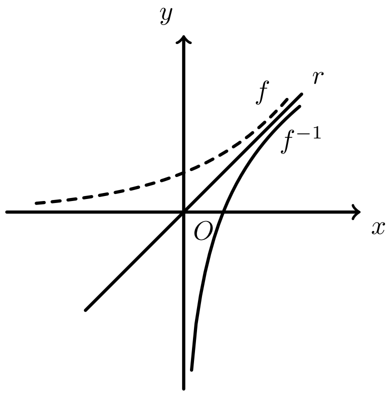
Resposta: **Opção A**



Teste Intermédio 11º ano – 07.05.2009

11. Como os gráficos das funções f e f^{-1} são simétricos relativamente à reta de equação $y = x$, então a única figura, de entre as opções apresentadas, que pode representar parte do gráfico da função f^{-1}, é a figura da opção (D).

Resposta: **Opção D**



Exame – 2008, Ép. especial

12. Da observação do gráfico podemos assumir que:

$$f(-3) = -4$$

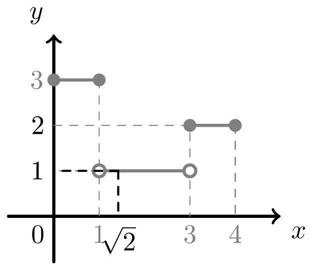
Pela definição de função composta, temos que:

$$\big(f \circ g\big)(-3) = f\big(g(-3)\big) = f\left(-4\right) = |-4| = 4$$

Resposta: **Opção D**

Teste Intermédio 11º ano – 06.05.2008

13. Pela observação da tabela que define a função f, podemos verificar que:



$$f(3) = 2 \Leftrightarrow f^{-1}(2) = 3$$

Da observação do gráfico que define a função f, como $1 < \sqrt{2} < 3$, podemos assumir que:

$$h\left(\sqrt{2}\right) = 1$$

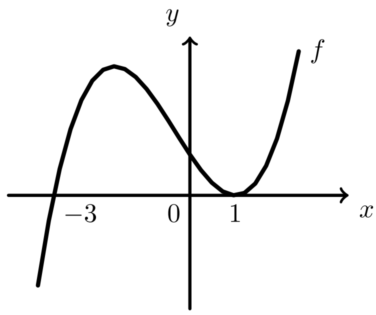
E assim, pela definição de função composta, temos que:

$$f^{-1}(2) + \left(g \circ h\right)\left(\sqrt{2}\right) = 3 + g\left(h\left(\sqrt{2}\right)\right) = 3 + g(1) = 3 + 2(1) + 1 = 6$$

Resposta: **Opção C**

Teste Intermédio 11º ano – 10.05.2007

14. Considerando a função h, de domínio $\mathbb{R}_0^+$, definida por $h(x) = \sqrt{x}$, temos que:



$$g(x) = \sqrt{f(x)} = h\big(f(x)\big) = \big(h \circ f\big)(x)$$

E assim, o domínio da função g é:

$$D_g = D_{h \circ f} = \{x \in \mathbb{R} : x \in D_h \wedge f\,(x) \in D_h\}$$

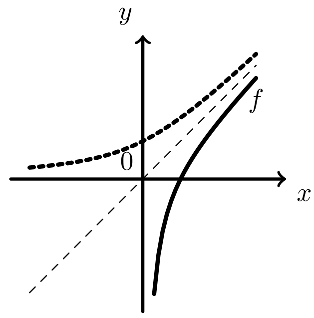
Ou seja, a função g só está definida para os valores de x tais que $f\,(x) \in D_h$, isto é, para os valores de x que verificam a condição $f(x) \in \mathbb{R}_0^+ \Leftrightarrow f(x) \geq 0$

Assim, pela observação do gráfico de f, temos que o domínio da função g pode ser o conjunto $[-3, +\infty[$ (ou qualquer subconjunto deste).

Resposta: **Opção D**

Exame – 2005, 1ª fase (cód. 435)

15. Como o gráfico da função f e da respetiva função inversa f^{-1} são simétricos relativamente à reta definida pela equação $y = x$, então, de entre as opções apresentadas, a única que pode ser simétrica relativamente à reta, é o gráfico da opção (D).



Resposta: **Opção D**

Exame – 2002, Prova para militares (cód. 435)