

MATEMÁTICA A - 11º Ano
Funções - Derivada (extremos, monotonia e retas tangentes)

Exercícios de exames e testes intermédios

1. De uma função f , de domínio \mathbb{R} , com derivada finita em todos os pontos do seu domínio, sabe-se que

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{f(x) - f(2)} = 4$$

Qual é o valor de $f'(2)$?

- (A) $-\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{4}$

Exame – 2017, 2ª fase

2. Seja $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ uma função tal que $f'(x) < 0$, para qualquer número real positivo x

Considere, num referencial o.n. xOy ,

- um ponto P , de abcissa a , pertencente ao gráfico de f
- a reta r , tangente ao gráfico de f no ponto P
- o ponto Q , ponto de intersecção da reta r com o eixo Ox

Sabe-se que $\overline{OP} = \overline{PQ}$

Determine o valor de $f'(a) + \frac{f(a)}{a}$

Exame – 2017, 1ª fase

3. Seja f uma função de domínio \mathbb{R}
Sabe-se que $f'(2) = 6$ (f' designa a derivada de f)

Qual é o valor de $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x^2 - 2x}$?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

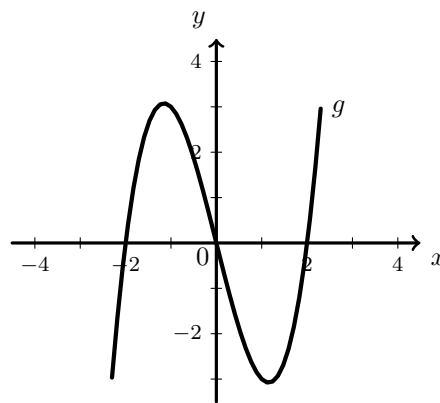
Exame – 2015, Ép. especial



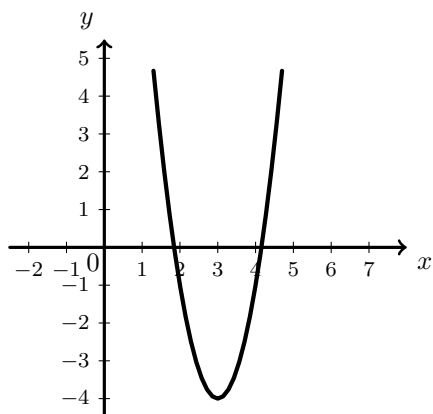
4. Na figura ao lado, está representada, num referencial ortogonal xOy , parte do gráfico de uma função polinomial g , de grau 3

Seja f uma função, de domínio \mathbb{R} , que verifica a condição $f(x) = g(x - 3)$

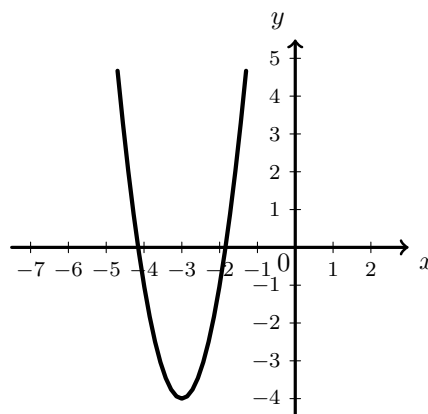
Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função f' , primeira derivada da função f ?



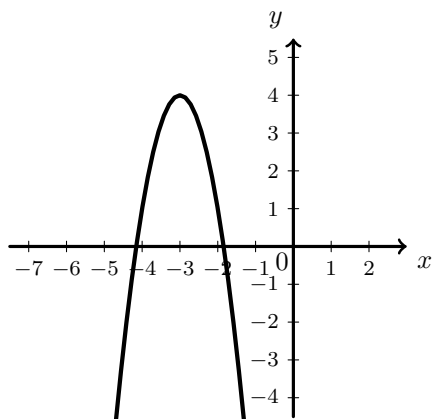
(A)



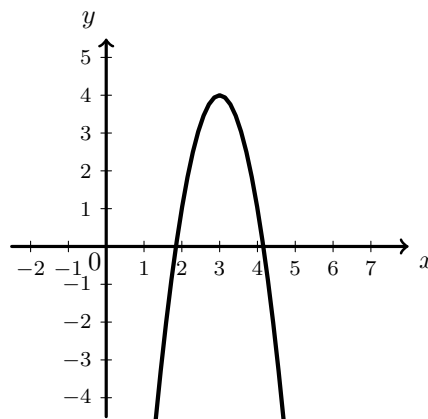
(B)



(C)



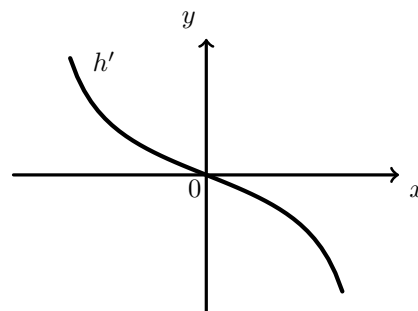
(D)



Exame – 2013, 2ª fase

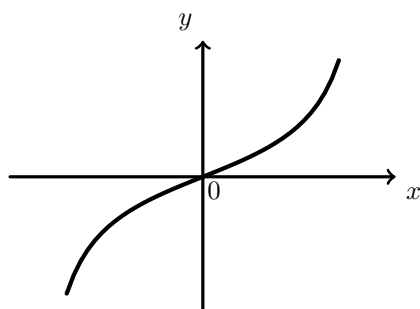


5. Na figura ao lado, está representada, num referencial o. n. xOy , parte do gráfico de uma função h' , primeira derivada de h

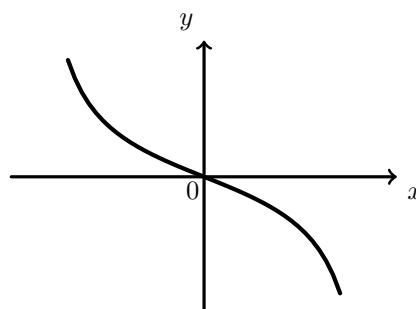


Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função h ?

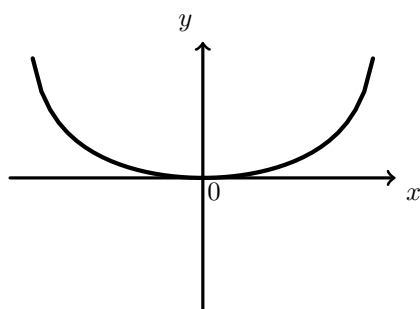
(A)



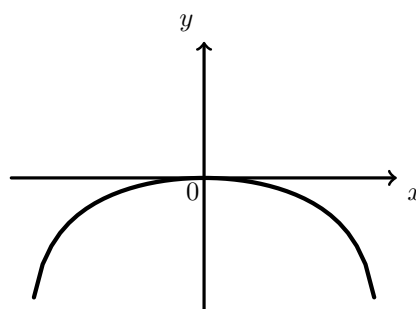
(B)



(C)



(D)



Exame – 2011, Prova especial

6. Sejam f e g duas funções deriváveis em \mathbb{R}

Sabe-se que:

- $f(1) = f'(1) = 1$
- $g(x) = (2x - 1) \times f(x)$, para todo o valor real de x

Qual é a equação reduzida da reta tangente ao gráfico de g no ponto de abscissa 1?

- (A) $y = 3x - 2$ (B) $y = 3x + 4$ (C) $y = 2x - 1$ (D) $y = -3x + 2$

Exame – 2011, Prova especial

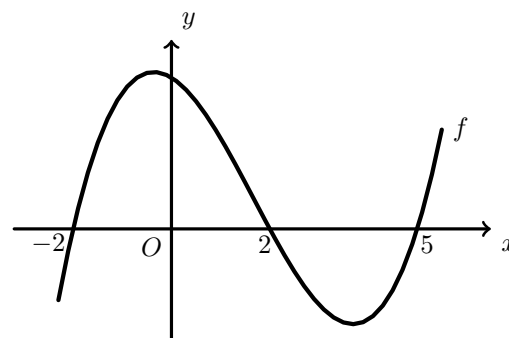
7. Na figura ao lado, está representada, num referencial ortogonal xOy , parte do gráfico de uma função polinomial f , de grau 3, de domínio \mathbb{R}

Sabe-se que:

- -2 , 2 e 5 são zeros de f
- f' representa a função derivada de f

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) $f'(0) \times f'(6) = 0$ (B) $f'(-3) \times f'(6) < 0$
 (C) $f'(-3) \times f'(0) > 0$ (D) $f'(0) \times f'(6) < 0$



Exame – 2011, 1ª fase



8. Seja f uma função real de variável real.

Sabe-se que:

- $f'(2) = 9$
- a reta tangente ao gráfico de f , no ponto de abscissa 2, intersecta o eixo Oy no ponto de ordenada -15

Qual é o valor de $f(2)$?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Teste Intermédio 11º ano – 24.05.2011

9. Considere a função f , de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 11$

Estude, utilizando métodos exclusivamente analíticos, a função f quanto à monotonia e quanto aos extremos relativos.

Na sua resposta deve apresentar:

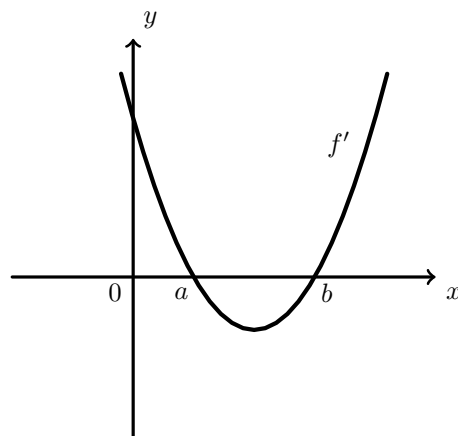
- o(s) intervalo(s) em que a função é crescente;
- o(s) intervalo(s) em que a função é decrescente;
- os extremos relativos, caso existam.

Teste Intermédio 11º ano – 24.05.2011

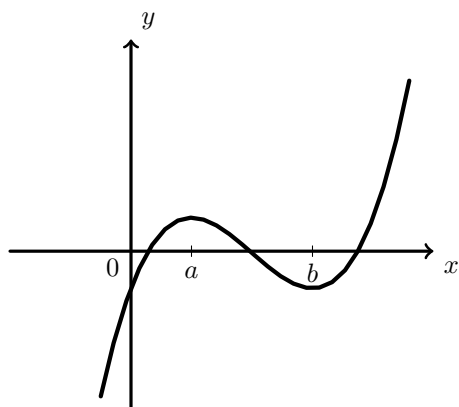


10. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. xOy , parte do gráfico da função derivada, f' , de uma função f

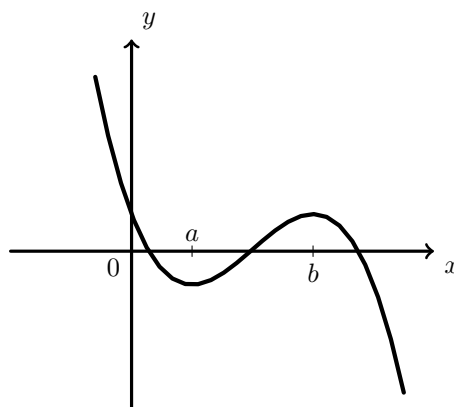
Em qual das figuras seguintes pode estar representada parte do gráfico da função f ?



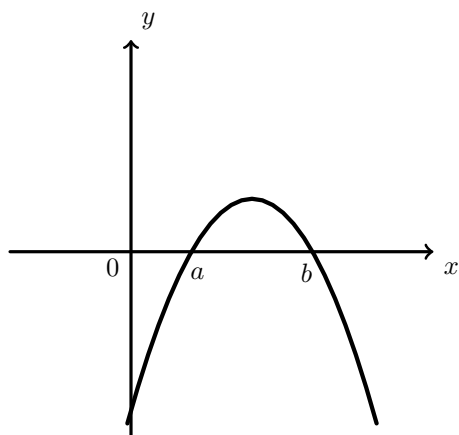
(A)



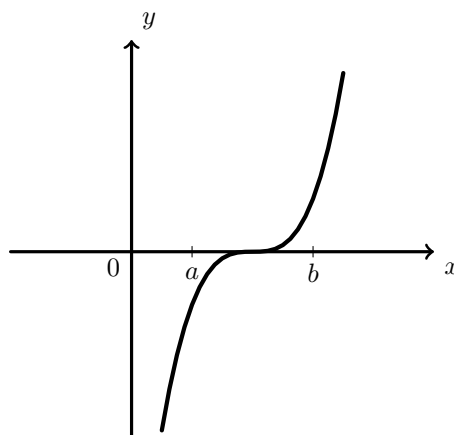
(B)



(C)



(D)



Exame – 2010, Ép. especial



11. Considere:

- a função f , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, definida por $f(x) = 3 + \frac{6}{x}$
- a função g , de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x - 3$

Resolva os dois itens seguintes **usando exclusivamente métodos analíticos**.

Nota: a calculadora pode ser utilizada em cálculos numéricos.

- 11.1. Seja P o ponto do gráfico da função f que tem abcissa igual a 2
Seja r a reta tangente ao gráfico da função f no ponto P

Determine a equação reduzida da reta r

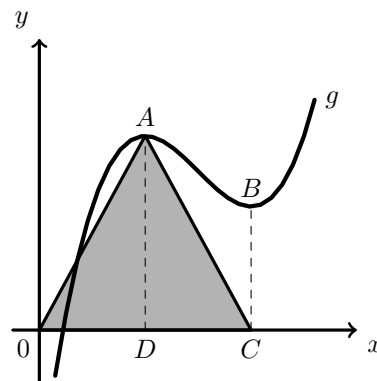
- 11.2. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. xOy , parte do gráfico da função g

Os pontos A e B pertencem ao gráfico da função g , sendo as suas ordenadas, respetivamente, o máximo relativo e o mínimo relativo desta função.

Os pontos C e D pertencem ao eixo Ox .

A abcissa do ponto C é igual à do ponto B e a abcissa do ponto D é igual à do ponto A

Determine a área do triângulo $[OAC]$



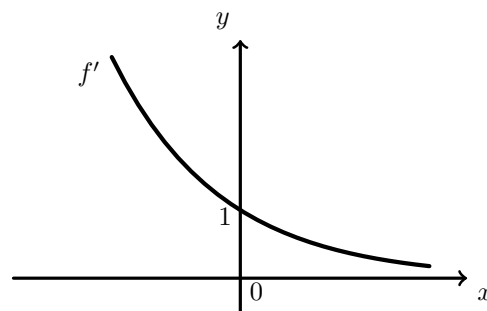
Teste Intermédio 11º ano – 06.05.2010



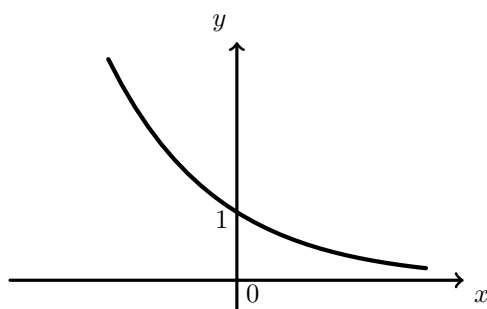
12. Na figura ao lado, está representada parte do gráfico de uma função f' , derivada de f , ambas de domínio \mathbb{R} , em que o eixo Ox é uma assíntota do gráfico de f'

Seja a função g , de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = f(x) + x$

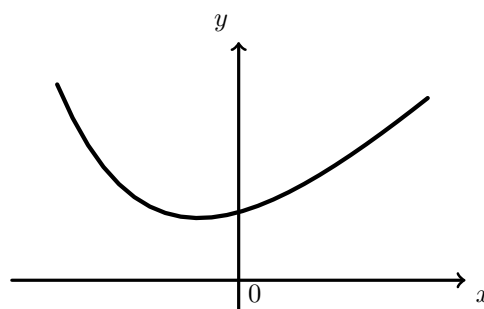
Qual das figuras seguintes pode representar parte do gráfico da função g' , derivada de g ?



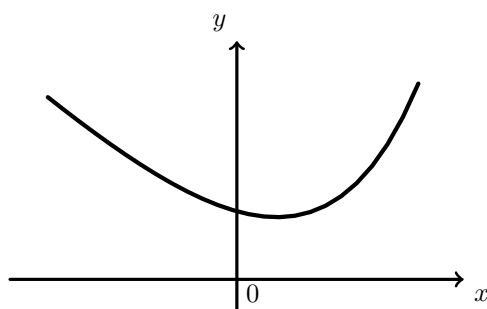
(A)



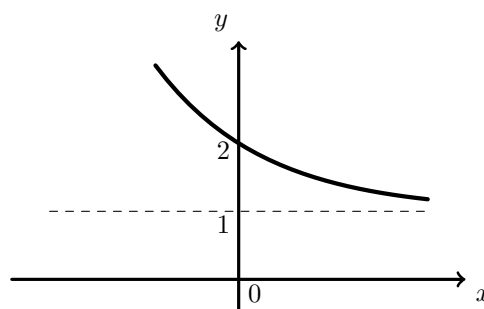
(B)



(C)



(D)



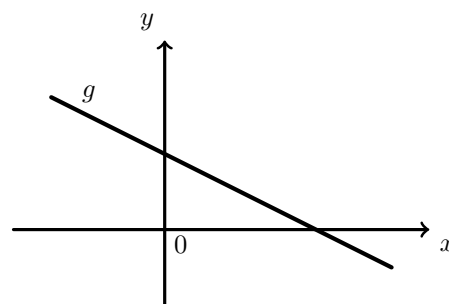
Exame – 2009, 2ª fase

13. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = x^2 + 1$
 Seja g a função cujo gráfico é a reta representada na figura ao lado.
 Seja $h = f + g$
 Seja h' a função derivada da função h . O gráfico da função h' é uma reta. Sejam m e b , respetivamente, o declive e a ordenada na origem desta reta.

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) $m > 0$ e $b > 0$ (B) $m > 0$ e $b < 0$

(C) $m < 0$ e $b > 0$ (D) $m < 0$ e $b < 0$



Teste Intermédio 12º ano – 27.05.2009

14. O gráfico de uma função f é uma parábola com a concavidade voltada para baixo cujo vértice é o ponto $(3, 2)$. Seja f' a função derivada da função f .

Qual dos valores seguintes é negativo ?

(A) $f'(1)$ (B) $f'(2)$ (C) $f'(3)$ (D) $f'(4)$

Teste Intermédio 11º ano – 07.05.2009



15. Na figura ao lado está representado um referencial o.n. $Oxyz$

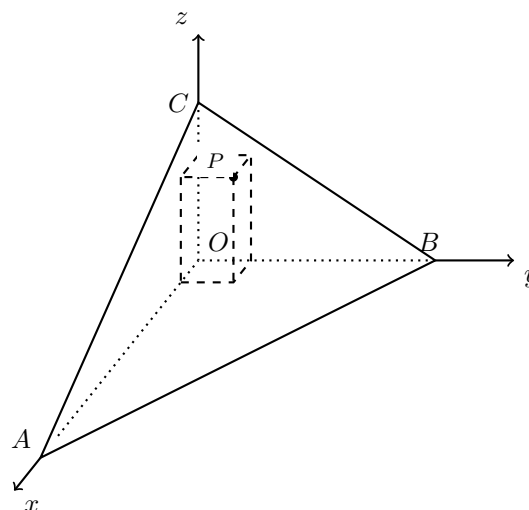
Cada um dos pontos A , B e C pertence a um eixo coordenado.

O ponto P pertence ao plano ABC .

O ponto P desloca-se no plano ABC , de tal modo que é sempre vértice de um prisma **quadrangular regular**, em que os restantes vértices pertencem aos planos coordenados.

O plano é definido pela equação $x + 2y + 3z = 9$

Considerando a como a abcissa do ponto P ($a \in]0,3[$), o volume do prisma é dado, em função de a , por $V(a) = 3a^2 - a^3$

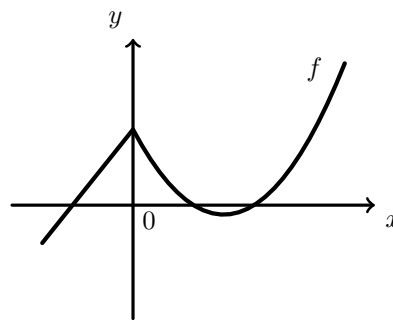


Estude a função V quanto à monotonia, **sem recorrer à calculadora**, e conclua qual é o valor de a para o qual o volume do prisma é máximo.

Teste Intermédio 11º ano – 07.05.2009

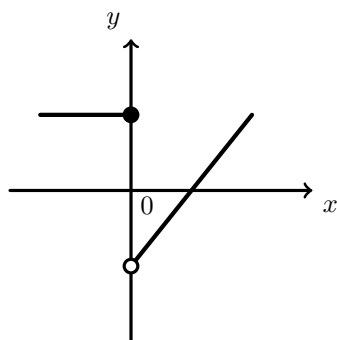


16. A figura ao lado representa parte do gráfico de uma função f de domínio \mathbb{R} .

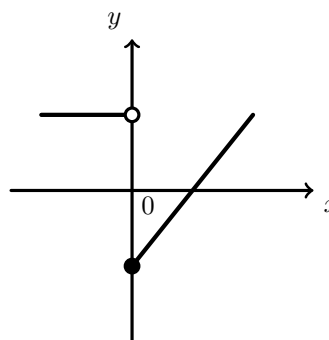


Em qual das figuras seguintes pode estar parte da representação gráfica de f' , derivada de f ?

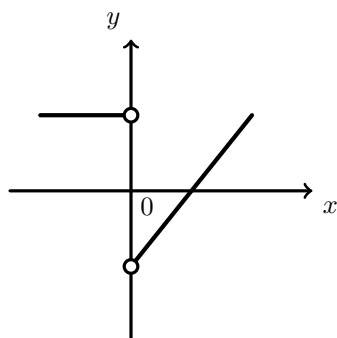
(A)



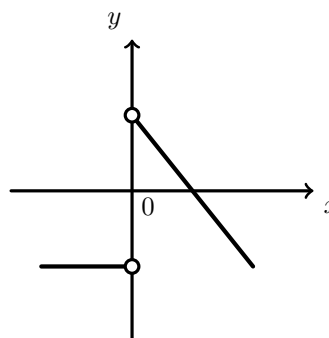
(B)



(C)



(D)



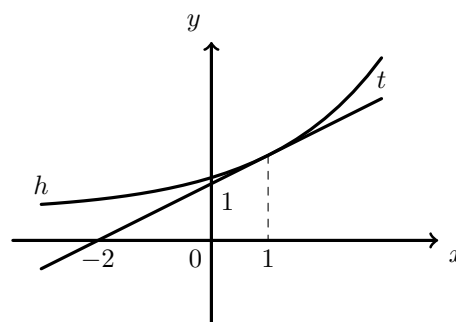
Exame – 2008, 1ª fase

17. Na figura ao lado estão representadas, em referencial o.n. xOy :

- parte do gráfico de uma função h
- uma reta t , tangente ao gráfico de h no ponto de abscissa 1

Tal como a figura sugere, a reta t intersecta o eixo Ox no ponto de abscissa -2 e o eixo Oy no ponto de ordenada 1

Indique o valor de $h'(1)$, derivada da função h no ponto 1



- (A) -2 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 2

Teste Intermédio 11º ano – 06.05.2008



18. Na figura seguinte está representada, em referencial o.n. $Oxyz$, uma pirâmide quadrangular.

Admita que o vértice E se desloca no semieixo positivo Oz , entre a origem e o ponto de cota 6, nunca coincidindo com qualquer um destes dois pontos.

Com o movimento do vértice E , os outros quatro vértices da pirâmide deslocam-se no plano xOy , de tal forma que:

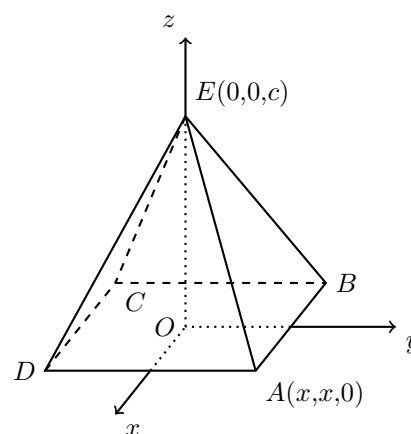
- a pirâmide permanece sempre regular
- o vértice A tem sempre abcissa igual à ordenada
- sendo x a abcissa de A e sendo c a cota de E , tem-se sempre

$$x + c = 6$$

O volume da pirâmide, em função de x , ($x \in]0,6[$) é:

$$V(x) = 8x^2 - \frac{4}{3}x^3$$

Utilizando a função derivada de V e recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, estude a função V quanto à monotonia, conclua qual é o valor de x para o qual é máximo o volume da pirâmide e determine esse volume máximo.



Teste Intermédio 11º ano – 06.05.2008

19. Considere a função f , de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = 1 - x^2$

Seja t a reta tangente ao gráfico f de no ponto de abcissa $\frac{1}{2}$

Qual é a inclinação da reta t ?

- (A) 30° (B) 45° (C) 135° (D) 150°

Teste Intermédio 11º ano – 10.05.2007

20. Durante os ensaios de um motor, a velocidade de rotação do seu eixo variou, ao longo dos primeiros oito minutos da experiência, de acordo com a função

$$v(t) = t^3 - 15t^2 + 63t$$

onde t designa o tempo (medido em minutos), contado a partir do início da experiência, e $v(t)$ designa a velocidade de rotação do eixo do motor (medida em **centenas** de rotações por minuto).

Sem recorrer à calculadora, a não ser para efetuar eventuais cálculos numéricos, determine qual foi a velocidade máxima atingida, nos primeiros oito minutos da experiência. Apresente o resultado em centenas de rotações por minuto.

Teste Intermédio 11º ano – 10.05.2007

21. De uma função f , de domínio \mathbb{R} , sabe-se que:

- f tem derivada finita em todos os pontos de \mathbb{R}
- $f(0) = -1$
- f é estritamente crescente em \mathbb{R}^- e é estritamente decrescente em \mathbb{R}^+

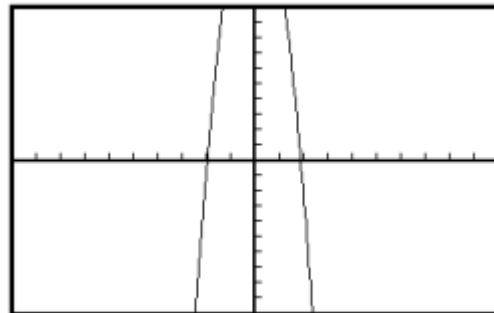
Seja g a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = [f(x)]^2$.

Prove que 1 é o mínimo da função g .

Exame – 2005, Ép. especial (cód. 435)



22. De uma certa função h , **contínua** em \mathbb{R} , obteve-se com a calculadora, na janela de visualização *standard* $[-10,10] \times [-10,10]$, o gráfico apresentado na figura ao lado.



A função h é crescente em $[-3,0]$ e é decrescente em $[0,3]$. Qual das afirmações seguintes **pode** ser verdadeira?

- (A) $\lim_{x \rightarrow 0} h(x) = +\infty$ (B) A função h é ímpar
 (C) $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 10$ (D) $\forall x \in \mathbb{R}, h'(x) > 0$

Exame – 2004, Ép. especial (cód. 435)

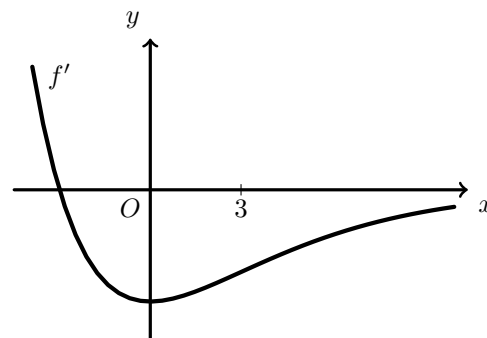
23. Seja f a função definida, em \mathbb{R} , por $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x} & \text{se } x < 0 \\ \frac{3x + 2}{2x + 2} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

Sem recorrer à calculadora, estude a função f quanto à monotonia em \mathbb{R}^+ .

Exame – 2004, Ép. especial (cód. 435)

24. Seja f uma função de domínio \mathbb{R} , com derivada finita em todos os pontos do seu domínio.

Na figura ao lado encontra-se parte do gráfico de f' , função derivada de f . Sabe-se ainda que $f(0) = 2$.



Qual pode ser o valor de $f(3)$?

- (A) 1 (B) 2 (C) 5 (D) 7

Exame – 2004, 2ª Fase (cód. 435)

25. Seja g uma função, de domínio \mathbb{R} , cuja expressão analítica é um polinómio do quarto grau, que tem uma raiz dupla x_0 . Prove que o eixo Ox é tangente ao gráfico de g no ponto de abcissa x_0 .

Sugestão: tenha em conta que, se x_0 é uma raiz dupla do polinómio que define a função g , então tem-se $g(x) = (x - x_0)^2(ax^2 + bx + c)$

Exame – 2003, Prova para militares (cód. 435)

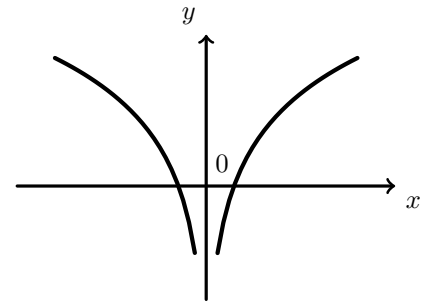
26. Prove que, para qualquer função quadrática, existe um e um só ponto do gráfico onde a reta tangente é paralela à bissetriz dos quadrantes ímpares.

Exame – 2003, 1ª fase - 1ª chamada (cód. 435)

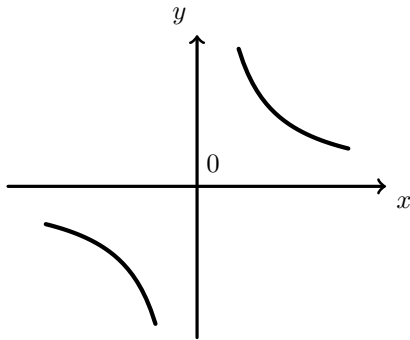


32. Na figura ao lado está parte da representação gráfica de uma função g , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

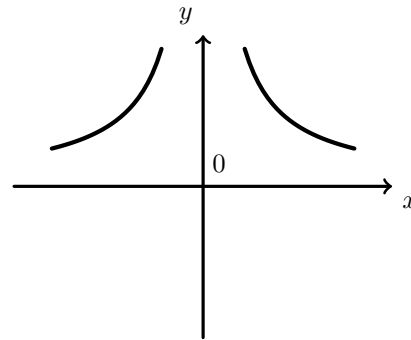
Qual das figuras seguintes poderá ser parte da representação gráfica da função g' , **derivada** de g ?



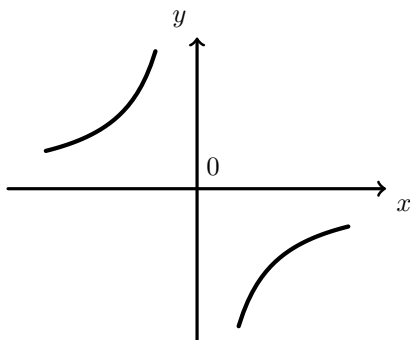
(A)



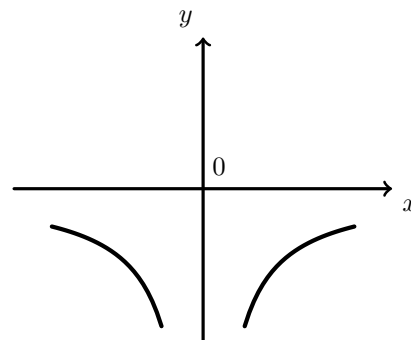
(B)



(C)



(D)



Exame – 2000, 1ª fase - 1ª chamada (cód. 435)

33. Considere uma função h de domínio \mathbb{R}^+ .

A reta de equação $y = -2$ é assíntota do gráfico de h .

Seja h' a função derivada de h .

Indique qual dos seguintes pode ser o valor de $\lim_{x \rightarrow +\infty} h'(x)$

(A) 0 (B) -2 (C) $+\infty$ (D) $-\infty$

Exame – 1999, Prova para militares (cód. 135)



34. Na figura ao lado estão representadas:

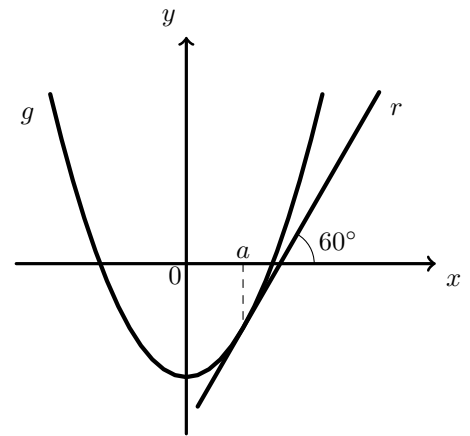
- parte do gráfico da função g , de domínio \mathbb{R} definida por

$$g(x) = \sqrt{3}x^2 - 1$$

- uma reta r , tangente ao gráfico de g , no ponto de abscissa a . A inclinação da reta r é 60° .

Indique o valor de a

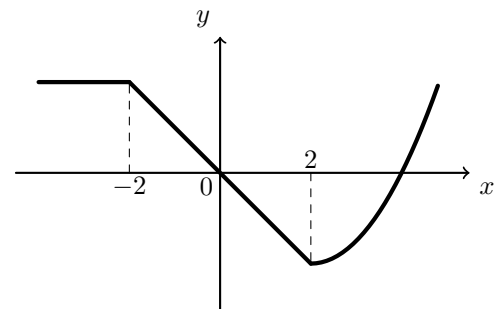
- (A) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$



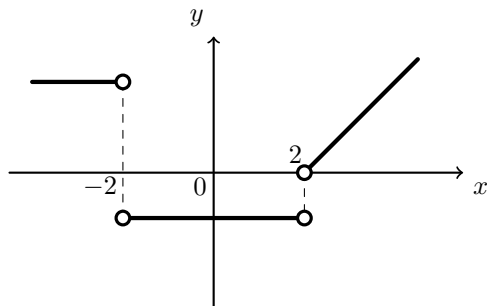
Exame – 1999, 1ª fase - 1ª chamada (cód. 135)

35. Na figura ao lado está a representação gráfica de uma função h , de domínio \mathbb{R} .

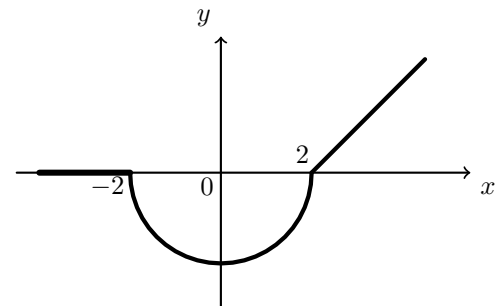
Em qual das opções seguintes pode estar a representação gráfica da função h' , função derivada de h ?



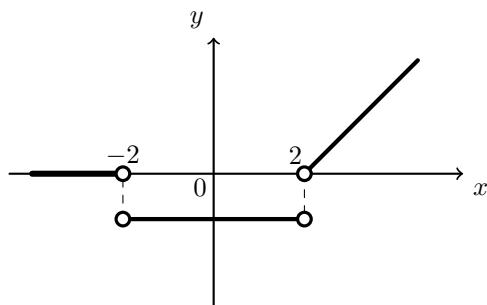
(A)



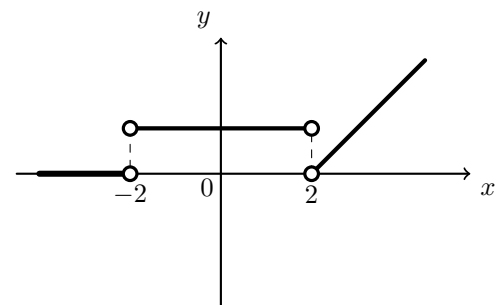
(B)



(C)



(D)



Exame – 1998, Prova modelo (cód. 135)

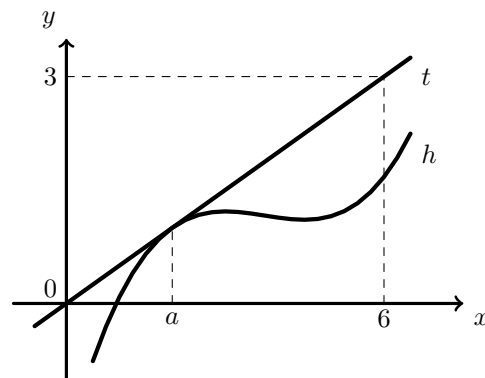


36. Na figura ao lado está a representação gráfica de uma função h , de domínio \mathbb{R} , e de uma reta t , tangente ao gráfico de h no ponto de abscissa a .

A reta t passa pela origem do referencial e pelo ponto de coordenadas $(6,3)$.

Qual é o valor de $h'(a)$?

- (A) $-\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$



Exame – 1997, 1ª fase - 1ª chamada (cód. 135)

