

# MATEMÁTICA A - 11º Ano

## Funções - Limite segundo Heine

### Propostas de resolução

#### Exercícios de exames e testes intermédios

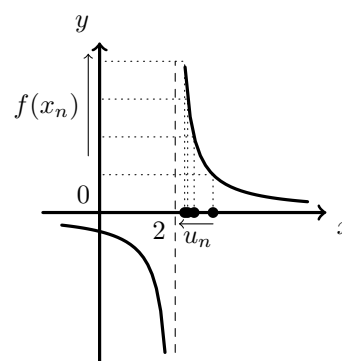
1. Temos que  $\lim u_n = \lim \left(2 + \frac{1}{n}\right) = 2^+$

Como  $\lim f(u_n) = +\infty$  então  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$

No gráfico da opção (A), temos que  $0 < \lim f(u_n) < 2$  pelo que  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \neq +\infty$

No gráfico da opção (B), temos que  $-2 < \lim f(u_n) < 0$  pelo que  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \neq +\infty$

No gráfico da opção (D), temos que  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \neq -\infty$



No gráfico da opção (C) temos que  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$  (como se ilustra graficamente na figura anterior).

Resposta: **Opção C**

Teste Intermédio 12º ano – 28.02.2013

2. Como  $(x_n)$  é uma sucessão com termos em  $] -1, 1[$  e  $\lim(x_n) = 1$ , então

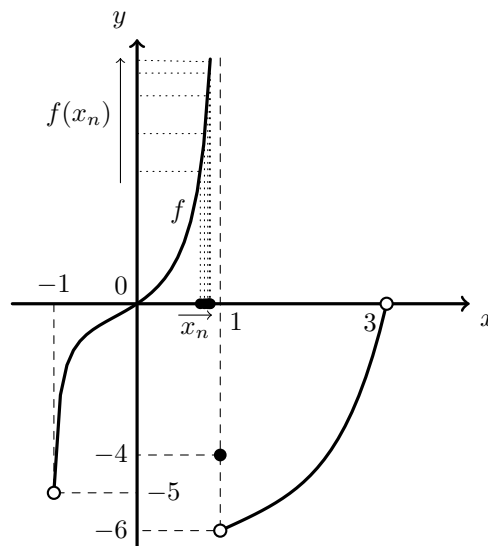
$$\lim x_n = 1^-$$

E assim, de acordo com o gráfico, temos que

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$$

Graficamente, na figura ao lado, estão representados alguns termos de  $(x_n)$  como objetos, e alguns termos da sucessão das imagens  $f(x_n)$ , que tendem para  $+\infty$ , quando  $(x_n)$  tende para 1

Resposta: **Opção A**



Exame – 2012, 2ª Fase



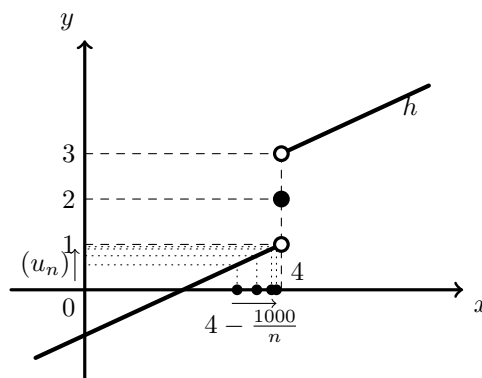
3. Como

$$\lim \left( 4 - \frac{1000}{n} \right) = 4 - \frac{1000}{+\infty} = 4 - 0^+ = 4^-$$

então, pela observação do gráfico da função  $h$ , temos que

$$\lim u_n = \lim \left( h \left( 4 - \frac{1000}{n} \right) \right) = \lim_{x \rightarrow 4^-} h(x) = 1$$

Graficamente, na figura ao lado, estão representados alguns termos de  $\left( 4 - \frac{1000}{n} \right)$  como objetos, e alguns termos da sucessão  $(u_n)$  no eixo vertical, que tendem para  $1^-$ , quando o valor de  $n$  aumenta.



Teste Intermédio 12º ano – 15.03.2010

4. Como  $\lim_{n \rightarrow +\infty} g(x_n) = +\infty$ , e como, pela observação do gráfico temos que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$  e que  $\lim_{x \rightarrow -2^-} g(x) = +\infty$ , temos que

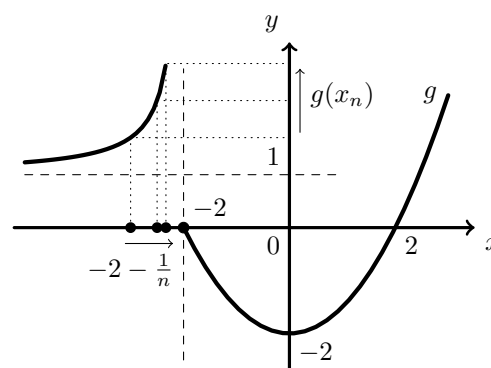
$$\lim(x_n) = +\infty \text{ ou então } \lim(x_n) = -2^-$$

Assim, calculando os limites das sucessões de cada uma das hipóteses, temos:

- $\lim \left( -2 + \frac{2}{n} \right) = -2 + 0^+ = -2^+$
- $\lim \left( -2 - \frac{1}{n} \right) = -2 - 0^+ = -2^-$
- $\lim \left( 1 + \frac{1}{n} \right) = 1 + 0^+ = 1^+$
- $\lim \left( 1 - \frac{1}{n} \right) = 1 - 0^+ = 1^-$

Pelo que, de entre os termos gerais de sucessões apresentados, o único em que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} g(x_n) = +\infty$  é  $-2 - \frac{1}{n}$

Graficamente, na figura anterior, estão representados alguns termos da sucessão  $x_n = -2 + \frac{1}{n}$  como objetos, e alguns termos da sucessão das imagens  $g(x_n)$ , que tendem para  $+\infty$ , quando o valor de  $n$  aumenta.



Resposta: **Opção B**

Exame – 2008, 2ª Fase



5. Como  $\lim_{n \rightarrow +\infty} g(x_n) = +\infty$ , e como, pela observação do gráfico temos que  $\lim_{x \rightarrow 3^-} g(x) = +\infty$ , então

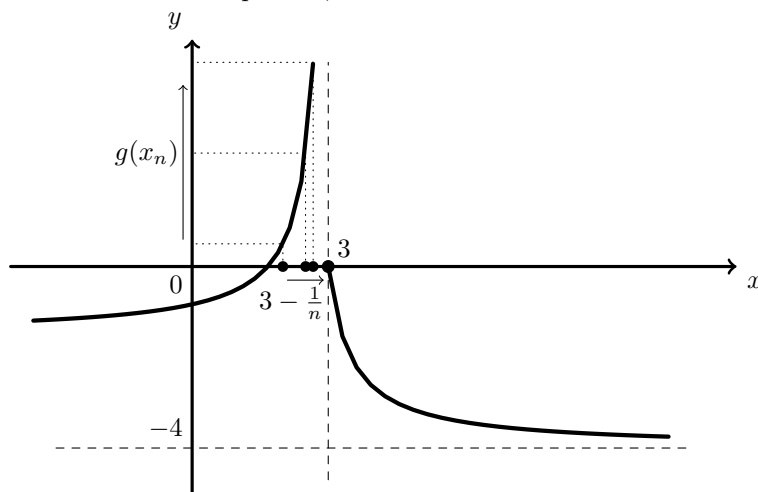
$$\lim(x_n) = 3^-$$

Assim, calculando os limites das sucessões de cada uma das hipóteses, temos:

- $\lim \left( 3 - \frac{1}{n} \right) = 3 - 0^+ = 3^-$
- $\lim \left( 3 + \frac{1}{n} \right) = 3 + 0^+ = 3^+$
- $\lim \left( -4 - \frac{1}{n} \right) = -4 - 0^+ = -4^-$
- $\lim \left( -4 + \frac{1}{n} \right) = -4 + 0^+ = -4^+$

Pelo que, de entre os termos gerais de sucessões apresentados, o único em que

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} g(x_n) = +\infty \text{ é } 3 - \frac{1}{n}$$



Graficamente, na figura anterior, estão representados alguns termos da sucessão  $x_n = 3 - \frac{1}{n}$  como objetos, e alguns termos da sucessão das imagens  $g(x_n)$ , que tendem para  $+\infty$ , quando o valor de  $n$  aumenta.

Resposta: **Opção A**

Exame – 2001, Ép. Especial (cód. 435)

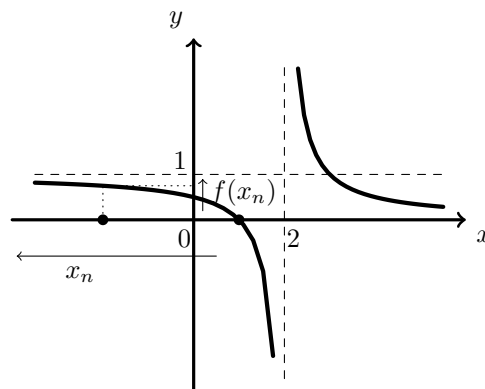
6. Como

$$\lim(x_n) = \lim(2 - n^2) = 2 - \infty = -\infty$$

E como a reta  $x = 1$  é assíntota do gráfico de  $f$ , quando  $x \rightarrow -\infty$ , temos que

$$\lim f(x_n) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$$

Graficamente, na figura ao lado, estão representados alguns termos de  $(x_n)$  como objetos, e alguns termos da sucessão das imagens  $f(x_n)$ , que tendem para 1, quando o valor de  $n$  aumenta.



Resposta: **Opção B**

Exame – 1999, 1ª fase - 1ª chamada (cód. 135)



7. Como

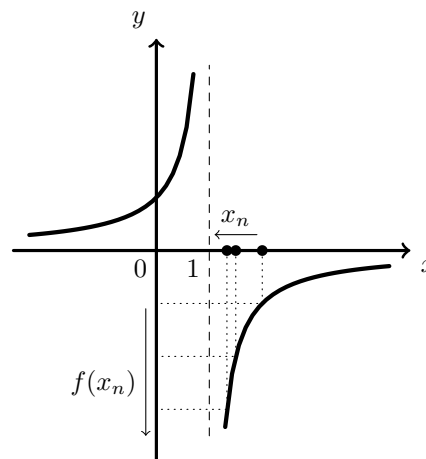
$$\lim(x_n) = \lim\left(1 + \frac{1}{n}\right) = 1 + 0^+ = 1^+$$

E como a reta  $y = 1$  é assintota do gráfico de  $f$ , pela observação do gráfico, temos que

$$\lim(u_n) = \lim f(x_n) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$$

Graficamente, na figura ao lado, estão representados alguns termos de  $(x_n)$  como objetos, e alguns termos da sucessão das imagens  $f(x_n)$ , que tendem para  $-\infty$ , quando o valor de  $n$  aumenta.

Resposta: **Opção A**



Exame – 1999, Prova modelo (cód. 135)

8. Como

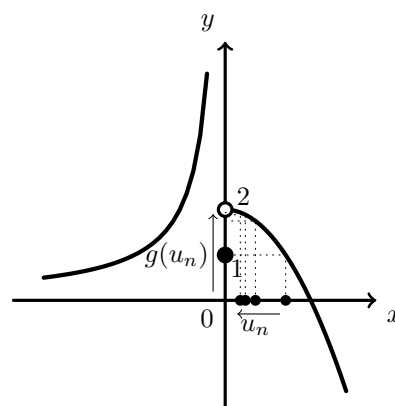
$$\lim(u_n) = \lim\left(\frac{1}{n}\right) = 0^+$$

Pela observação do gráfico da função  $g$ , temos que

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} g(u_n) = \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = 2$$

Graficamente, na figura ao lado, estão representados alguns termos de  $(u_n)$  como objetos, e alguns termos da sucessão das imagens  $g(u_n)$ , que tendem para 2, quando o valor de  $n$  aumenta.

Resposta: **Opção C**



Exame – 1998, Prova modelo (cód. 135)

