Funções (11.º ano)

Limite (definição de Heine)

Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios - Propostas de resolução

1. Temos que:

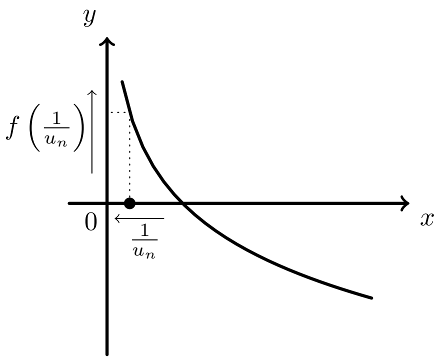
$$\lim u_n = \lim(2n^2 - n) = \lim \big(n(2n-1)\big) = +\infty \times \infty = +\infty$$

Logo: $\lim \dfrac{1}{u_n} = \dfrac{1}{+\infty} = 0^+$

E assim, vem que:

$$\lim f\left(\frac{1}{u_n}\right) = +\infty \;\Leftrightarrow\; \lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$$

Desta forma, dos gráficos apresentados, o único que representa uma função que pode verificar esta condição é o gráfico da opção (A).



Resposta: **Opção A**

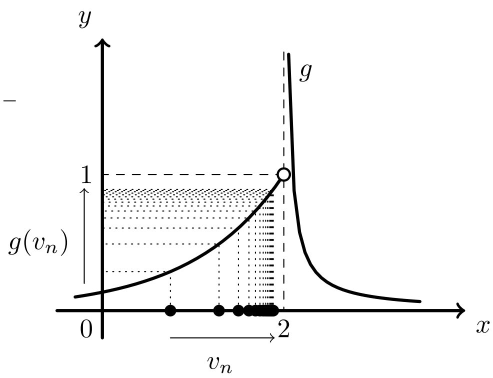
Exame – 2021, Ép. especial

2. Temos que:

$$\lim\left(v_n\right) = \lim\left(2 - \frac{5}{n+3}\right) = 2 - \frac{5}{+\infty + 3} = 2 - \frac{5}{+\infty} = 2 - 0^+ = 2^-$$

Então vem que:

$$\lim g\left(v_n\right) = \lim_{x \to 2^-} g(x) = 1$$



Resposta: **Opção B**

Exame – 2021, 2.ª Fase

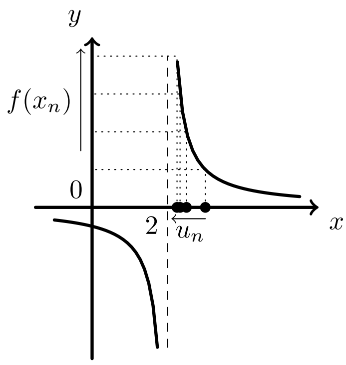
3. Temos que $\lim u_n = \lim \left(2 + \dfrac{1}{n}\right) = 2^+$

   Como $\lim f(u_n) = +\infty$ então $\lim f(u_n) = \lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = +\infty$

   No gráfico da opção (A), temos que $0 < \lim f(u_n) < 2$ pelo que $\lim f(u_n) = \lim\limits_{x\to 2^+} f(x) \neq +\infty$

   No gráfico da opção (B), temos que $-2 < \lim f(u_n) < 0$ pelo que $\lim f(u_n) = \lim\limits_{x\to 2^+} f(x) \neq +\infty$

   No gráfico da opção (D), temos que $\lim f(u_n) = \lim\limits_{x\to 2^+} f(x) \neq -\infty$



   No gráfico da opção (C) temos que $\lim f(u_n) = \lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = +\infty$ (como se ilustra graficamente na figura anterior.

   Resposta: **Opção C**

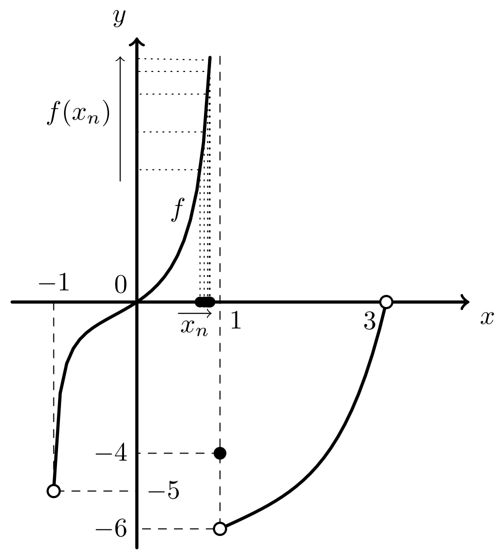
Teste Intermédio 12.º ano – 28.02.2013

4. Como (x_n) é uma sucessão com termos em $]-1,1[$ e $\lim(x_n) = 1$, então:
$$\lim x_n = 1^-$$

   E assim, de acordo com o gráfico, temos que:
$$\lim f\left(x_n\right) = \lim_{x\to 1^-} f(x) = +\infty$$

   Graficamente, na figura ao lado, estão representados alguns termos de (x_n) como objetos, e alguns termos da sucessão das imagens $f(x_n)$, que tendem para $+\infty$, quando (x_n) tende para 1

   Resposta: **Opção A**



Exame – 2012, 2.ª Fase

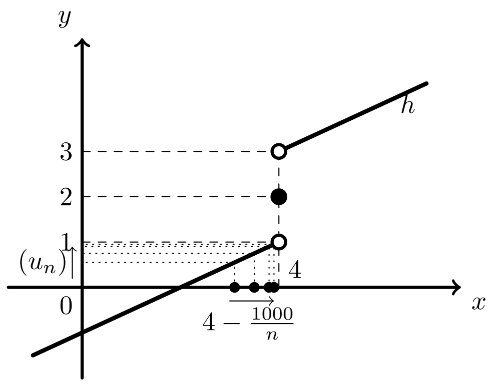
5. Como

$$\lim\left(4-\frac{1000}{n}\right)=4-\frac{1000}{+\infty}=4-0^+=4^-$$

então, pela observação do gráfico da função h, temos que

$$\lim u_n=\lim\left(h\left(4-\frac{1000}{n}\right)\right)=\lim_{x\to 4^-}h(x)=1$$

Graficamente, na figura ao lado, estão representados alguns termos de $\left(4-\dfrac{1000}{n}\right)$ como objetos, e alguns termos da sucessão (u_n) no eixo vertical, que tendem para 1^-, quando o valor de n aumenta.



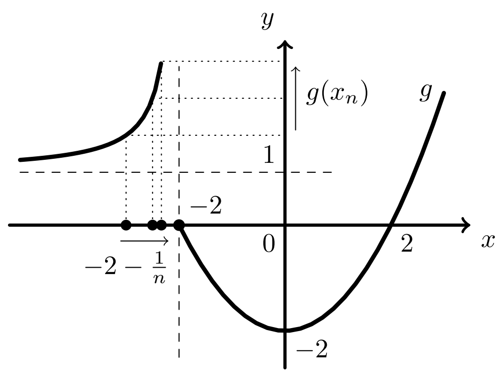
Teste Intermédio 12.º ano – 15.03.2010

6. Como $\lim\limits_{n\to+\infty}g(x_n)=+\infty$, e como, pela observação do gráfico temos que $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$ e que $\lim\limits_{x\to-2^-}g(x)=+\infty$, temos que

$$\lim(x_n)=+\infty \text{ ou então } \lim(x_n)=-2^-$$

Assim, calculando os limites das sucessões de cada uma das hipóteses, temos:

- $\lim\left(-2+\dfrac{2}{n}\right)=-2+0^+=-2^+$
- $\lim\left(-2-\dfrac{1}{n}\right)=-2-0^+=-2^-$
- $\lim\left(1+\dfrac{1}{n}\right)=1+0^+=1^+$
- $\lim\left(1-\dfrac{1}{n}\right)=1-0^+=1^-$



Pelo que, de entre os termos gerais de sucessões apresentados, o único em que $\lim\limits_{n\to+\infty}g(x_n)=+\infty$ é $-2-\dfrac{1}{n}$

Graficamente, na figura anterior, estão representados alguns termos da sucessão $x_n=-2+\dfrac{1}{n}$ como objetos, e alguns termos da sucessão das imagens $g(x_n)$, que tendem para $+\infty$, quando o valor de n aumenta.

Resposta: **Opção B**

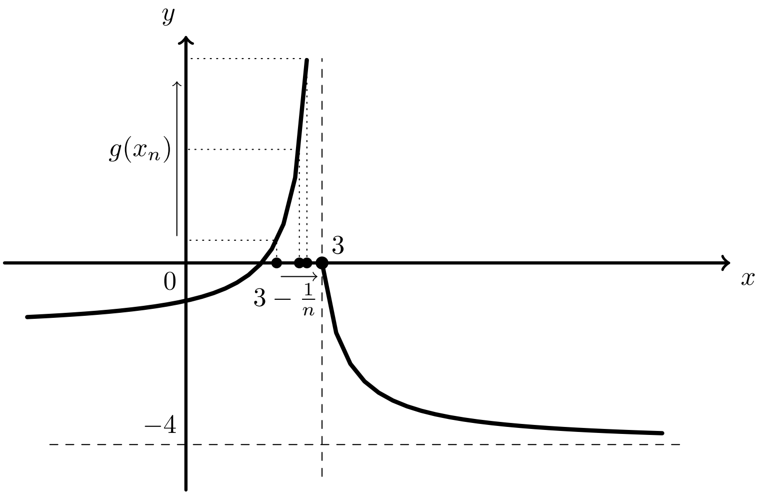
Exame – 2008, 2.ª Fase

7. Como $\lim\limits_{n\to+\infty} g(x_n) = +\infty$, e como, pela observação do gráfico temos que $\lim\limits_{x\to3^-} g(x) = +\infty$, então

$$\lim(x_n) = 3^-$$

Assim, calculando os limites das sucessões de cada uma das hipóteses, temos:

- $\lim\left(3 - \frac{1}{n}\right) = 3 - 0^+ = 3^-$
- $\lim\left(3 + \frac{1}{n}\right) = 3 + 0^+ = 3^+$
- $\lim\left(-4 - \frac{1}{n}\right) = -4 - 0^+ = -4^-$
- $\lim\left(-4 + \frac{1}{n}\right) = -4 + 0^+ = -4^+$



Pelo que, de entre os termos gerais de sucessões apresentados, o único em que $\lim\limits_{n\to+\infty} g(x_n) = +\infty$ é $3 - \frac{1}{n}$

Graficamente, na figura anterior, estão representados alguns termos da sucessão $x_n = 3 - \frac{1}{n}$ como objetos, e alguns termos da sucessão das imagens $g(x_n)$, que tendem para $+\infty$, quando o valor de n aumenta.

Resposta: **Opção A**

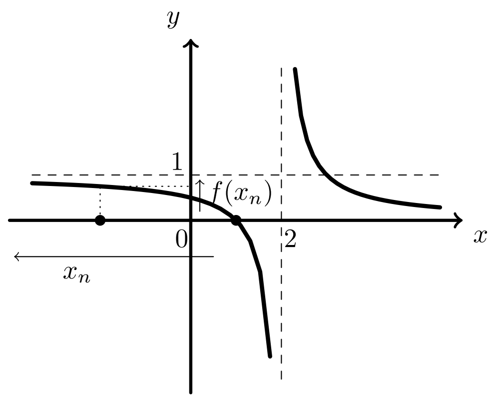
Exame – 2001, Ép. Especial (cód. 435)

8. Como

$$\lim(x_n) = \lim\left(2 - n^2\right) = 2 - \infty = -\infty$$

E como a reta $x = 1$ é assintota do gráfico de f, quando $x \to -\infty$, temos que:

$$\lim f(x_n) = \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 1$$



Graficamente, na figura ao lado, estão representados alguns termos de (x_n) como objetos, e alguns termos da sucessão das imagens $f(x_n)$, que tendem para 1, quando o valor de n aumenta.

Resposta: **Opção B**

Exame – 1999, 1.ª fase - 1.ª chamada (cód. 135)

9. Como

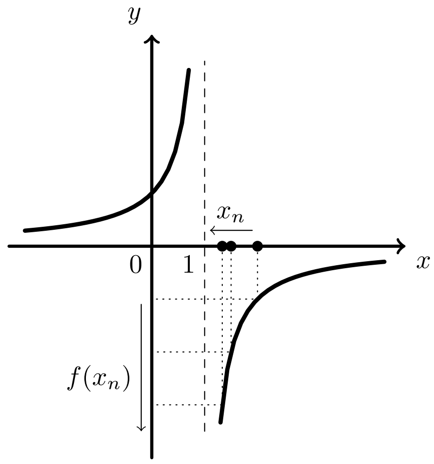
$$\lim(x_n) = \lim\left(1 + \frac{1}{n}\right) = 1 + 0^+ = 1^+$$

E como a reta $y = 1$ é assintota do gráfico de f, pela observação do gráfico, temos que

$$\lim(u_n) = \lim f(x_n) = \lim_{x \to 1^+} f(x) = -\infty$$

Graficamente, na figura ao lado, estão representados alguns termos de (x_n) como objetos, e alguns termos da sucessão das imagens $f(x_n)$, que tendem para $-\infty$, quando o valor de n aumenta.

Resposta: **Opção A**



Exame – 1999, Prova modelo (cód. 135)

10. Como

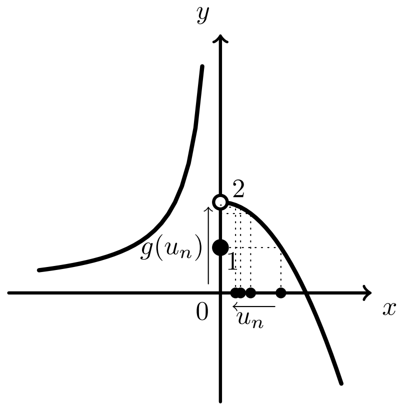
$$\lim(u_n) = \lim\left(\frac{1}{n}\right) = 0^+$$

Pela observação do gráfico da função g, temos que

$$\lim_{n \to +\infty} g(u_n) = \lim_{x \to 0^+} g(x) = 2$$

Graficamente, na figura ao lado, estão representados alguns termos de (u_n) como objetos, e alguns termos da sucessão das imagens $g(u_n)$, que tendem para 2, quando o valor de n aumenta.

Resposta: **Opção C**



Exame – 1998, Prova modelo (cód. 135)