MATEMÁTICA A - 12º Ano
Nºs Complexos - Operações e simplificação de expressões

Exercícios de exames e testes intermédios

1. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, a expressão $i^0 + i^1 + i^2 + ...i^{2018}$ é igual a

   (A) i **(B)** $-i$ **(C)** $-1+i$ **(D)** $1+i$

Exame – 2018, Ép. especial

2. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z = \dfrac{(2-i)^2 + 1 + i}{1-2i} + 3i^{15}$

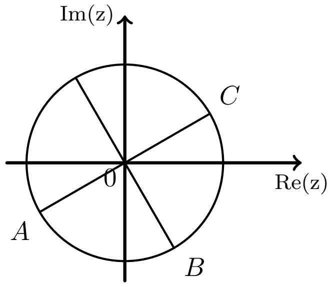
   Escreva o complexo $-\dfrac{1}{2} \times \overline{z}$ na forma trigonométrica.

Exame – 2018, 2ª Fase

3. Na figura ao lado, estão representados, no plano complexo, uma circunferência de centro na origem e dois diâmetros perpendiculares dessa circunferência, $[AC]$ e $[BD]$

   Sabe-se que o ponto A é a imagem geométrica de um certo complexo z

   Qual é a imagem geométrica do complexo $i^3 z$?



   (A) Ponto A **(B)** Ponto B **(C)** Ponto C **(D)** Ponto D

Exame – 2017, Ép. especial

4. Seja z um número complexo de argumento $\dfrac{\pi}{5}$

   Qual dos seguintes valores é um argumento do número complexo $-5iz$?

   (A) $-\dfrac{3\pi}{10}$ **(B)** $-\dfrac{4\pi}{5}$ **(C)** $-\dfrac{7\pi}{5}$ **(D)** $-\dfrac{13\pi}{10}$

Exame – 2017, 2ª Fase

5. Seja θ um número real pertencente ao intervalo $\left]\pi, \dfrac{3\pi}{2}\right[$

   Considere o número complexo $z = -3e^{i\theta}$

   A que quadrante pertence a imagem geométrica do complexo z ?

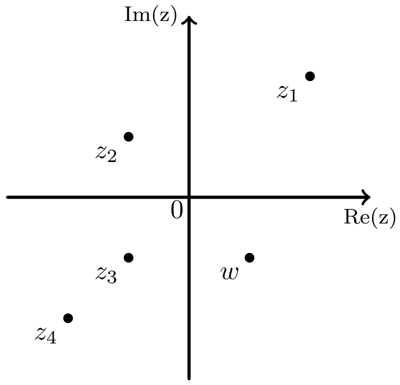
   (A) Primeiro **(B)** Segundo **(C)** Terceiro **(D)** Quarto

Exame – 2016, 1ª Fase

6. Na figura ao lado, estão representadas, no plano complexo, as imagens geométricas dos números complexos: w, z_1, z_2, z_3 e z_4.

   Qual é o número complexo que pode ser igual a $-2iw$?

   (A) z_1 **(B)** z_2 **(C)** z_3 **(D)** z_4



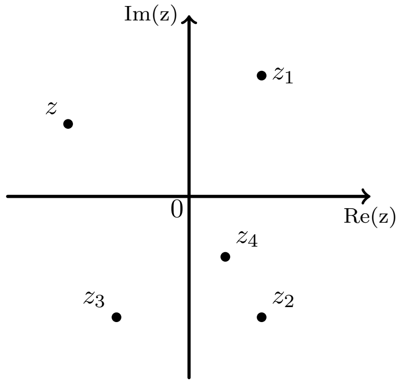
Exame – 2014, Ép. especial

7. Na figura ao lado, estão representadas, no plano complexo, as imagens geométricas dos números complexos: z, z_1, z_2, z_3 e z_4.

   Sabe-se que w é um número complexo tal que $z = i \times \overline{w}$

   Qual é o número complexo que pode ser igual a w?

   (A) z_4 **(B)** z_3 **(C)** z_2 **(D)** z_1



Exame – 2013, Ép. especial

8. Considere, em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, $z = 2 + bi$, com $b < 0$
   Seja $\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$
   Qual dos números complexos seguintes pode ser o conjugado de z?

   (A) $\frac{3}{2}e^{i\alpha}$ **(B)** $3e^{i(-\alpha)}$ **(C)** $3e^{i\alpha}$ **(D)** $\frac{3}{2}e^{i(-\alpha)}$

Exame – 2013, 2ª Fase

9. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos.
   Seja $\alpha \in [-\pi,\pi[$
   Mostre que $\dfrac{\cos(\pi - \alpha) + i\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\cos\alpha + i\,\text{sen}\,\alpha} = e^{i(\pi - 2\alpha)}$

Exame – 2013, 2ª Fase

10. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z = -8 + 6i$ e $w = \dfrac{-i \times z^2}{\overline{z}}$
    Seja α um argumento do número complexo z
    Qual das opções seguintes é verdadeira?

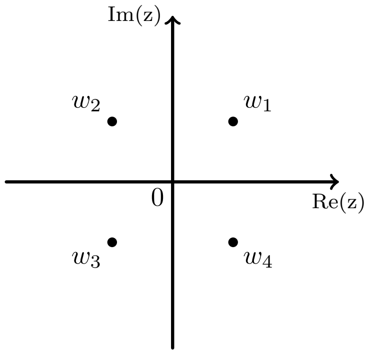
    (A) $w = 10e^{i\left(3\alpha - \frac{\pi}{2}\right)}$ **(B)** $w = 2e^{i\left(3\alpha - \frac{\pi}{2}\right)}$ **(C)** $w = 10e^{i\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)}$ **(D)** $w = 2e^{i\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)}$

Exame – 2013, 1ª Fase

11. Na figura ao lado, estão representadas, no plano complexo, as imagens geométricas de quatro números complexos: w_1, w_2, w_3 e w_4

Qual é o número complexo que, com $n \in \mathbb{N}$, pode ser igual a $i^{8n} \times i^{8n-1} + i^{8n-2}$?

(A) w_1 **(B)** w_2 **(C)** w_3 **(D)** w_4



Exame – 2013, 1ª Fase

12. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, seja $z = e^{i\theta}$, em que θ é um número real pertencente ao intervalo $\left]\frac{3\pi}{4}, \pi\right[$
Seja $w = z^2 - 2$
A que quadrante do plano complexo pertence a imagem geométrica de w?

(A) Primeiro quadrante. **(B)** Segundo quadrante.

(C) Terceiro quadrante. **(D)** Quarto quadrante.

Teste Intermédio 12º ano – 24.05.2013

13. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos; i designa a unidade imaginária.
Determine, sem recorrer à calculadora, o valor de $\frac{i^6 + 2i^7}{2-i}$ Apresente o resultado na forma algébrica.

Teste Intermédio 12º ano – 24.05.2013

14. Sejam k e p dois números reais tais que os números complexos $z = 1 + i$ e $w = (k-1) + 2p\,i^{11}$ sejam inversos um do outro.
Qual é o valor de $k + p$?

(A) $-\frac{1}{4}$ **(B)** $\frac{1}{2}$ **(C)** $\frac{5}{4}$ **(D)** $\frac{7}{4}$

Exame – 2012, Ép. especial

15. Seja k um número real, e sejam $z_1 = 2 + i$ e $z_2 = 3 - ki$ dois números complexos.
Qual é o valor de k para o qual $z_1 \times \overline{z_2}$ é um imaginário puro?

(A) $\frac{3}{2}$ **(B)** $-\frac{3}{2}$ **(C)** 1 **(D)** 6

Exame – 2012, 2ª Fase

16. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos.
Seja n um número natural.
Determine $\frac{\sqrt{3} \times i^{4n-6} + 2e^{i\left(-\frac{\pi}{6}\right)}}{2e^{i\frac{\pi}{5}}}$, sem recorrer à calculadora.

Apresente o resultado na forma trigonométrica.

Exame – 2012, 2ª Fase

17. Na figura ao lado, estão representadas, no plano complexo, as imagens geométricas de cinco números complexos:
w, z_1, z_2, z_3 e z_4

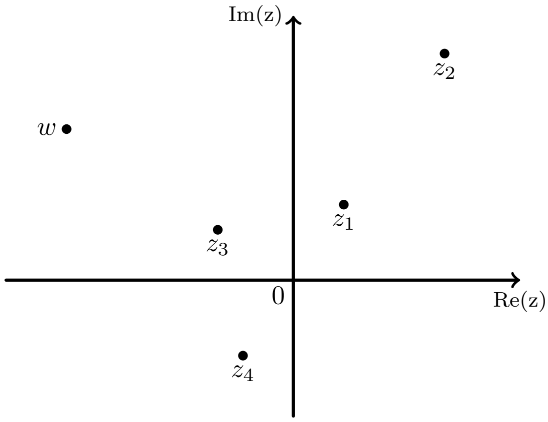
Qual é o número complexo que pode ser igual a $\frac{w}{3i}$?

(A) z_1

(B) z_2

(C) z_3

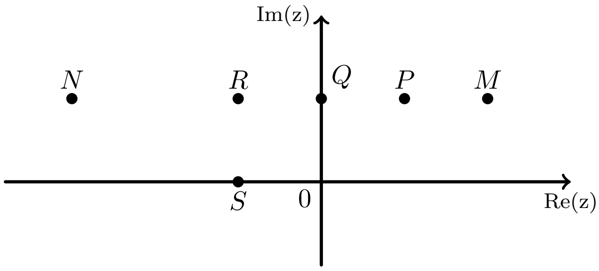
(D) z_4



Exame – 2012, 1ª Fase

18. Na figura ao lado, estão representados, no plano complexo, seis pontos, M, N, P, Q, R e S
Sabe-se que:

- o ponto M é a imagem geométrica do número complexo $z_1 = 2 + i$
- o ponto N é a imagem geométrica do número complexo $z_1 \times z_2$



Qual dos pontos seguintes pode ser a imagem geométrica do número complexo z_2 ?

(A) ponto P **(B)** ponto Q **(C)** ponto R **(D)** ponto S

Exame – 2011, Prova especial

19. Sejam k e p dois números reais e sejam $z_1 = (3k + 2) + pi$ e $z_2 = (3p - 4) + (2 - 5k)i$ dois números complexos.
Quais são os valores de k e de p para os quais z_1 é igual ao conjugado de z_2?

(A) $k = -1$ e $p = 3$ **(B)** $k = 1$ e $p = 3$

(C) $k = 0$ e $p = -2$ **(D)** $k = 1$ e $p = -3$

Exame – 2011, Ép. especial

20. Na figura ao lado, estão representados, no plano complexo, as imagens geométricas de seis números complexos, z_1, z_2, z_3, z_4, z_5 e z_6

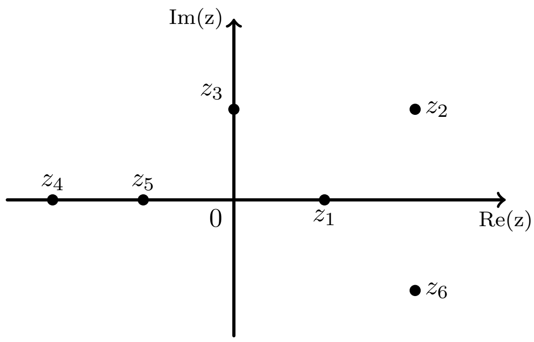
Qual é o número complexo que pode ser igual a $(z_2 + z_4) \times i$?

(A) z_1

(B) z_3

(C) z_5

(D) z_6

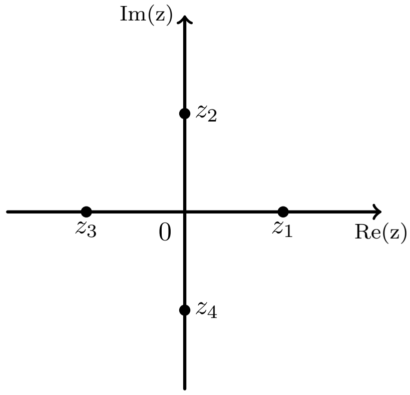


Exame – 2011, 2ª Fase

21. Na figura ao lado, estão representadas, no plano complexo, as imagens geométricas de quatro números complexos z_1, z_2, z_3 e z_4

Qual é o número complexo que, com $n \in \mathbb{N}$, pode ser igual a $i^{4n} + i^{4n+1} + i^{4n+2}$?

(A) z_1 **(B)** z_2 **(C)** z_3 **(D)** z_4

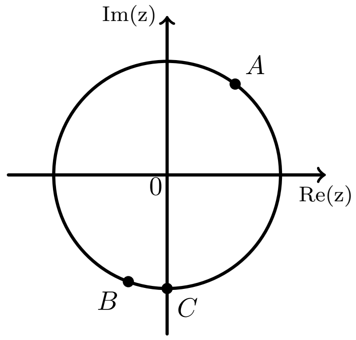


Exame – 2011, 1ª Fase

22. Na figura ao lado, está representada, no plano complexo, uma circunferência de centro na origem O do referencial.

Os pontos A, B e C pertencem à circunferência.
O ponto A é a imagem geométrica do número complexo $3 + 4i$
O ponto C pertence ao eixo imaginário.
O arco BC tem $\frac{\pi}{9}$ radianos de amplitude.
Qual é o número complexo cuja imagem geométrica é o ponto B?

(A) $5e^{i\left(\frac{10\pi}{9}\right)}$ **(B)** $5e^{i\left(\frac{25\pi}{18}\right)}$ **(C)** $7e^{i\left(\frac{10\pi}{9}\right)}$ **(D)** $7e^{i\left(\frac{25\pi}{18}\right)}$



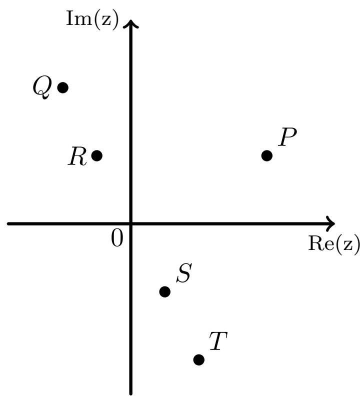
Teste Intermédio 12º ano – 26.05.2011

23. Na figura ao lado, estão representados, no plano complexo, os pontos P, Q, R, S e T.

O ponto P é a imagem geométrica de um número complexo z

Qual dos pontos seguintes, representados na figura ao lado, é a imagem geométrica do número complexo $-i \times z$?

(A) Q **(B)** R **(C)** S **(D)** T



Exame – 2010, Ép. especial

24. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z = 3e^{i\left(\frac{\pi}{8} - \theta\right)}$, com $\theta \in \mathbb{R}$
Para qual dos valores seguintes de θ podemos afirmar que z é um número imaginário puro?

(A) $-\frac{\pi}{2}$ **(B)** $\frac{\pi}{2}$ **(C)** $\frac{\pi}{8}$ **(D)** $\frac{5\pi}{8}$

Exame – 2010, 1ª Fase

25. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos; i designa a unidade imaginária.

Determine $\dfrac{(1+2i)(3+i) - i^6 + i^7}{3i}$, **sem recorrer à calculadora**.

Apresente o resultado na forma $x + yi$, com $x \in \mathbb{R}$ e $y \in \mathbb{R}$

Teste Intermédio 12º ano – 19.05.2010

26. Seja θ um número real pertencente ao intervalo $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$.

Considere o número complexo $z = i.e^{i\theta}$.

Qual dos números complexos seguintes é o conjugado de z?

(A) $e^{i\left(-\frac{\pi}{2}-\theta\right)}$ **(B)** $e^{i\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}$ **(C)** $e^{i\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)}$ **(D)** $e^{i\left(\frac{3\pi}{2}+\theta\right)}$

Exame – 2009, Ép. especial

27. Considere, em $\mathbb{C}$, o número complexo $z_1 = 3 - 2i$.

Determine, **sem recorrer à calculadora**, o número complexo $z = \dfrac{z_1 + z_1^2 + 2i^{43}}{8e^{i\left(\frac{3\pi}{2}\right)}}$.

Apresente o resultado na forma algébrica.

Exame – 2009, Ép. especial

28. Seja z um número complexo, em que um dos argumentos é $\frac{\pi}{3}$.

Qual dos valores seguintes é um argumento de $\dfrac{2i}{\overline{z}}$, sendo $\overline{z}$ o conjugado de z?

(A) $\frac{\pi}{6}$ **(B)** $\frac{2}{3}\pi$ **(C)** $\frac{5}{6}\pi$ **(D)** $\frac{7}{6}\pi$

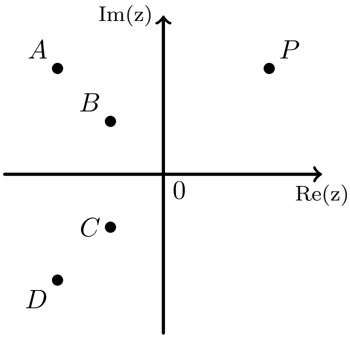
Exame – 2009, 1ª Fase

29. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z_1 = \dfrac{i}{1-i} - i^{18}$.

Determine z_1 na forma trigonométrica, **sem recorrer à calculadora**.

Exame – 2009, 1ª Fase

30. Para um certo número real positivo ρ e para um certo número real α compreendido entre 0 e $\frac{\pi}{2}$, o número complexo $\rho e^{i\alpha}$ tem por imagem geométrica o ponto P, representado na figura ao lado.



Qual é a imagem geométrica do número complexo $\frac{\rho}{2}e^{i(2\alpha)}$?

(A) O ponto A **(B)** O ponto B

(C) O ponto C **(D)** O ponto D

Teste Intermédio 12º ano – 27.05.2009

31. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos; i designa a unidade imaginária.

Determine $\dfrac{(2+i)^2 + 1 + 6i^{35}}{1+2i}$ **sem recorrer à calculadora**.

Apresente o resultado na forma algébrica.

Teste Intermédio 12º ano – 27.05.2009

32. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, sejam o número $z_1 = (1-i).\left(1 + e^{i\frac{\pi}{2}}\right)$ e $z_2 = 8e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)}$ (i designa a unidade imaginária).

Determine, **sem recorrer à calculadora**, o número complexo $w = \dfrac{z_1}{z_2}$.

Apresente o resultado na forma trigonométrica.

Exame – 2008, Ép. especial

33. Seja z um número complexo de argumento $\frac{\pi}{6}$.

Qual dos seguintes valores é um argumento de $-z$?

(A) $-\frac{\pi}{6}$ **(B)** $\frac{5}{6}\pi$ **(C)** π **(D)** $\frac{7}{6}\pi$

Exame – 2008, 2ª Fase

34. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z_1 = 1 - i$ (i designa a unidade imaginária).

Sem recorrer à calculadora, determine o valor de $\frac{2z_1 - i^{18} - 3}{1 - 2i}$.

Apresente o resultado na forma algébrica.

Exame – 2008, 2ª Fase

35. Seja $z = 3i$ um número complexo.
Qual dos seguintes valores é um argumento de z?

(A) 0 **(B)** $\frac{1}{2}\pi$ **(C)** π **(D)** $\frac{3}{2}\pi$

Exame – 2008, 1ª fase

36. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, seja i a unidade imaginária.
Seja n um número natural tal que $i^n = -i$.
Indique qual dos seguintes é o valor de i^{n+1}.

(A) 1 **(B)** i **(C)** -1 **(D)** $-i$

Exame – 2007, 2ª fase

37. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, sejam:

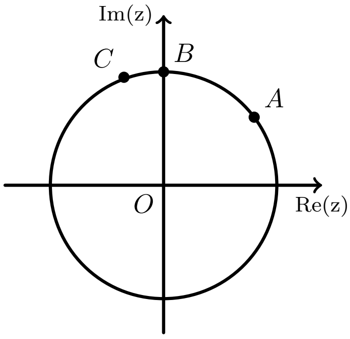
$$z_1 = 3 + yi \qquad \text{e} \qquad z_2 = 4iz_1$$

(i é a unidade imaginária e y designa um número real).
Considere que, para qualquer número complexo z não nulo, $\arg(z)$ designa o argumento z de que pertence ao intervalo $[0,2\pi[$.
Admitindo que $\arg(z_1) = \alpha$ e que $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ determine o valor de $\arg(-z_2)$ em função de α.

Exame – 2007, 2ª fase

38. Na figura seguinte está representada, no plano complexo, uma circunferência de centro na origem do referencial.

Os pontos A, B e C pertencem à circunferência.
O ponto A é a imagem geométrica do número complexo $4 + 3i$
O ponto B pertence ao eixo imaginário.
O arco BC tem 18 graus de amplitude.
Em cada uma das quatro alternativas que se seguem, está escrito um número complexo na forma trigonométrica (os argumentos estão expressos em radianos).



Qual deles tem por imagem geométrica o ponto C?

(A) $7e^{i\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$ **(B)** $7e^{i\left(\frac{3\pi}{5}\right)}$ **(C)** $5e^{i\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$ **(D)** $5e^{i\left(\frac{3\pi}{5}\right)}$

Exame – 2006, Ép. especial

39. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos; i designa a unidade imaginária.
Considere $z_1 = (2-i)\left(2+e^{i\left(\frac{\pi}{2}\right)}\right)$ e $z_2 = \frac{1}{5}e^{i\left(-\frac{\pi}{7}\right)}$
Sem recorrer à calculadora, escreva o número complexo $\frac{z_1}{z_2}$ na forma trigonométrica.

Exame – 2006, 2ª fase

40. Considere, no plano complexo, um ponto A imagem geométrica de um certo número complexo z. Sabe-se que A não pertence a qualquer um dos eixos do plano complexo.
Seja B o ponto simétrico do ponto A, relativamente ao eixo imaginário.
Qual dos números complexos seguintes tem por imagem geométrica o ponto B?

(A) $\overline{z}$ **(B)** $\frac{1}{z}$ **(C)** $-\overline{z}$ **(D)** $-z$

Exame – 2005, Ép. especial

41. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere

$w_1 = 1+i, \qquad w_2 = \sqrt{2}e^{i\left(\frac{\pi}{12}\right)} \qquad \text{e} \qquad w_3 = \sqrt{3}e^{i\left(-\frac{\pi}{2}\right)}$

Sem recorrer à calculadora, determine $\frac{w_1 \times w_2 - 2}{w_3}$
Apresente o resultado na **forma algébrica**.

Exame – 2005, 2ª fase

42. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos; i designa a unidade imaginária.
Considere $w = \frac{2+i}{1-i} - i$
Sem recorrer à calculadora, escreva w na forma trigonométrica.

Exame – 2005, 1ª fase

43. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere
$w = 4-3i$ (i designa a unidade imaginária)

43.1. **Sem recorrer à calculadora**, calcule, na forma algébrica, $2i + \frac{w^2}{i}$

43.2. Seja α um argumento do número complexo w.
Exprima, na forma trigonométrica, em função de α, o produto de i pelo conjugado de w.

Exame – 2004, 2ª fase

44. Em $\mathbb{C}$, considere os números complexos: $z_1 = -6+3i$ e $z_2 = 1-2i$

Sem recorrer à calculadora, determine $\frac{z_1 + i^{23}}{z_2}$, apresentando o resultado final na forma trigonométrica.

Exame – 2004, 1ª fase

45. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere

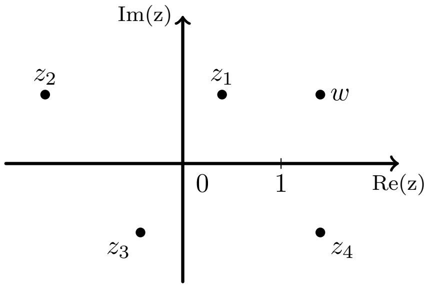
$$z = 2e^{i\left(\theta - \frac{\pi}{5}\right)}$$

Para qual dos seguintes valores de θ é que z é um número real?

(A) $\frac{6\pi}{5}$ **(B)** $\frac{7\pi}{5}$ **(C)** $\frac{8\pi}{5}$ **(D)** $\frac{9\pi}{5}$

Exame – 2003, Prova para militares

46. Na figura ao lado, estão representadas, no plano complexo, as imagens geométricas de cinco números complexos:



w, z_1, z_2, z_3 e z_4.

Qual é o número complexo que pode ser igual a $1 - w$?

(A) z_1 **(B)** z_2 **(C)** z_3 **(D)** z_4

Exame – 2003, 2ª fase

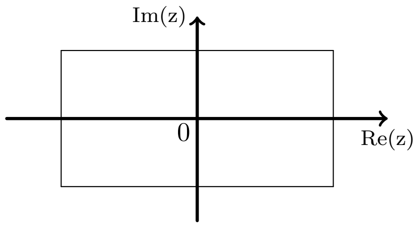
47. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere

$$z_1 = 2 - 2i \quad \text{e} \quad z_2 = \sqrt{2}e^{i\left(\frac{5\pi}{4}\right)}$$

Sem recorrer à calculadora, determine $\dfrac{z_1}{z_2}$ apresentando o resultado na forma algébrica.

Exame – 2003, 1ª fase - 1ª chamada

48. Na figura ao lado está representado um retângulo de comprimento 4 e largura 2, centrado na origem do plano complexo.



Seja z um número complexo qualquer, cuja imagem geométrica está situada no interior do retângulo.

Qual dos seguintes números complexos tem também, necessariamente, a sua imagem geométrica no interior do retângulo?

(A) z^{-1} **(B)** $\overline{z}$ **(C)** z^2 **(D)** $2z$

Exame – 2002, 2ª fase

49. De dois números complexos z_1 e z_2 sabe-se que:

- um argumento de z_1 é $\dfrac{\pi}{3}$
- o módulo de z_2 é 4

Seja $w = \dfrac{-1+i}{i}$

Justifique que w é diferente de z_1 e de z_2

Exame – 2002, 1ª fase - 2ª chamada

50. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, seja

$$z_1 = 1 + i \qquad (i \text{ designa a unidade imaginária}).$$

Sem recorrer à calculadora, determine o valor de $\dfrac{z_1 + i^{23} + 4}{2 - i}$
Apresente o resultado na forma algébrica.

Exame – 2001, Ép. especial

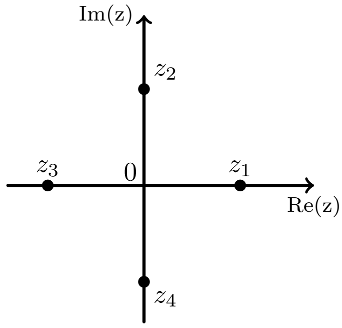
51. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere

$$w = 2 + i \qquad (i \text{ designa a unidade imaginária}).$$

Averigue se o inverso de w é, ou não, $\sqrt{2}e^{i\left(\frac{3\pi}{4}\right)}$

Exame – 2001, 2ª fase

52. Seja w um número complexo diferente de 0, cuja imagem geométrica, no plano complexo, está no primeiro quadrante e pertence à bissetriz dos quadrantes ímpares.
Seja $\overline{w}$ o conjugado de w.
Na figura ao lado estão representadas, no plano complexo, as imagens geométricas de quatro números complexos: z_1, z_2, z_3 e z_4.



Qual deles pode ser igual a $\dfrac{w}{\overline{w}}$?

(A) z_1 **(B)** z_2 **(C)** z_3 **(D)** z_4

Exame – 2001, 1ª fase - 1ª chamada

53. Seja z um número complexo de argumento $\dfrac{\pi}{5}$

Qual poderá ser um argumento do **simétrico** de z?

(A) $-\dfrac{\pi}{5}$ **(B)** $\pi + \dfrac{\pi}{5}$ **(C)** $\pi - \dfrac{\pi}{5}$ **(D)** $2\pi + \dfrac{\pi}{5}$

Exame – 2000, 1ª fase - 2ª chamada

54. Seja A o conjuntos dos números complexos cuja imagem, no plano complexo, é o interior do círculo de centro na origem do referencial e raio 1.

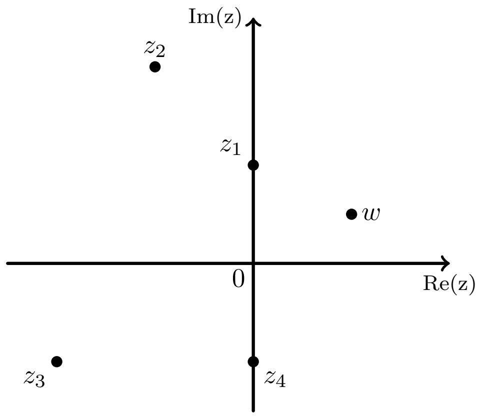
Sem recorrer à calculadora, mostre que o número complexo $\dfrac{1+\sqrt{3}i}{4e^{i\left(\frac{\pi}{6}\right)}}$ pertence ao conjunto A.

Exame – 2000, 1ª fase - 1ª chamada

55. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos; i designa a unidade imaginária.

Na figura ao lado estão representadas, no plano complexo, as imagens geométricas de cinco números complexos:

w, z_1, z_2, z_3 e z_4



Qual deles pode ser igual a $2iw$?

(A) z_1 **(B)** z_2 **(C)** z_3 **(D)** z_4

Exame – 2000, Prova modelo