Funções (12.º ano)

2.ª derivada (concavidades e pontos de inflexão)

Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios

1. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}^+$, duas vezes diferenciável.

   Sabe-se que:

   - a função f', derivada da função f, é estritamente crescente no intervalo $]0, +\infty[$;
   - $f'(1) = 2$.

   Considere a proposição seguinte.

   O gráfico da função f pode ter concavidade voltada para baixo em $\mathbb{R}^+$.

   Justifique que a proposição anterior é falsa.

   Na sua resposta, apresente uma razão que justifique a sua falsidade.

   Exame – 2024, 2.ª Fase (adaptado)

2. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

   Seja f uma função diferenciável, de domínio $\mathbb{R}$, cuja derivada, f', é dada por

   $$f'(x) = -2xe^{1-x^2}$$

   Estude a função f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

   Na sua resposta, apresente:

   – o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para baixo;
   – o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para cima;
   – a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de f , caso este(s) exista(m).

   Exame – 2023, 1.ª Fase

3. Sejam f e g funções duas vezes diferenciáveis, de domínios $\mathbb{R}$ e $]0, +\infty[$, respetivamente, e seja r a reta de equação $y = 2x - 1$.

   Sabe-se que:

   - a reta r é tangente ao gráfico de g no ponto de abcissa 1;
   - $\lim\limits_{x\to+\infty} \big(f(x) - 2x + 1\big) = 0$;
   - nos respetivos domínios, o gráfico de f tem concavidade voltada para cima e o gráfico de g tem concavidade voltada para baixo.

Considere as proposições seguintes.

I. O gráfico da função f admite uma assíntota horizontal quando x tende para $+\infty$.

II. $\lim\limits_{x\to 1} g(x) = 2$;

III. $f''(x) < g''(x), \forall x \in]0, +\infty[$.

Justifique que as proposições **I**, **II** e **III** são falsas.

Na sua resposta, apresente, para cada uma das proposições, uma razão que justifique a sua falsidade.

Exame – 2023, 1.ª Fase

4. Seja g uma função, de domínio $\mathbb{R}^+$, cuja derivada, de domínio $\mathbb{R}^+$, é definida por $g'(x) = \dfrac{x - e^{3x}}{x}$.

   Estude, sem recorrer à calculadora, a função g quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

   Na sua resposta, apresente:
   - o(s) intervalo(s) em que o gráfico de g tem concavidade voltada para baixo;
   - o(s) intervalo(s) em que o gráfico de g tem concavidade voltada para cima;
   - a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de g .

Exame – 2022, Ép. especial

5. Para um certo número real k , seja g a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - x}{k - kx} & \text{se } x < 1 \\ \\ x^2 - 10 + 8\ln x & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

   Estude, sem recorrer à calculadora, a função g quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão no intervalo $]1, +\infty[$

   Na sua resposta, apresente:
   - o(s) intervalo(s) em que o gráfico de g tem concavidade voltada para baixo;
   - o(s) intervalo(s) em que o gráfico de g tem concavidade voltada para cima;
   - a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de g, caso este(s) exista(m).

Exame – 2020, Ép. especial

6. Seja f uma função, de domínio $]0,+\infty[$, cuja derivada, f', de domínio $]0,+\infty[$, é dada por $f'(x) = \dfrac{2 + \ln x}{x}$

   Resolva este item sem recorrer à calculadora.

   Estude a função f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

   Na sua resposta, apresente:
   - o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para baixo;
   - o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para cima;
   - a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de f

Exame – 2020, 2.ª Fase

7. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $f(x) = x^3 + 6\ln x$

   Estude a função f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

   Na sua resposta, apresente:
   - o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para baixo;
   - o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para cima;
   - as coordenadas do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de f

Exame – 2018, Ép. especial

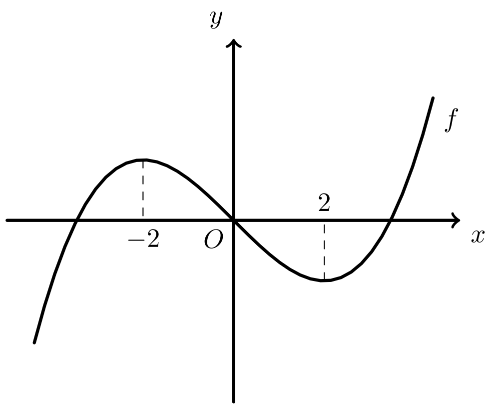
8. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. xOy, parte do gráfico de uma função f , polinomial do terceiro grau.

   Tal como a figura sugere, a função f tem um máximo relativo para $x = -2$ e tem um mínimo relativo para $x = 2$

   A origem do referencial é ponto de inflexão do gráfico de f

   Sejam f' e f'' a primeira e a segunda derivadas da função f, respetivamente.

   Qual é o conjunto solução da condição $f'(x) \times f''(x) \geq 0$?



(A) $[-2,0] \cup [2,+\infty[$ **(B)** $]-\infty,-2] \cup [0,2]$ **(C)** $]-\infty,0] \cup [2,+\infty[$ **(D)** $]-\infty,-2] \cup [0,+\infty[$

Exame – 2017, Ép. especial

9. Seja f a função, de domínio $]1-\pi,+\infty[$, definida por

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x-2}{\operatorname{sen}(x-1)} & \text{se } 1-\pi<x<1\\[2ex] 2 & \text{se } x=1\\[2ex] e^{-2x+4}+\ln(x-1) & \text{se } x>1\end{cases}$$

O gráfico da função f tem um único ponto de inflexão, cuja abcissa pertence ao intervalo $]1,2[$
Determine, recorrendo à calculadora gráfica, a abcissa desse ponto.
Na sua resposta:

- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver o problema;
- apresente a abcissa do ponto de inflexão arredondada às centésimas.

Exame – 2017, Ép. especial

10. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$
A tabela de variação de sinal da função f'', segunda derivada de f, é a seguinte.

x	$-\infty$	-10		0		10	$+\infty$
f''	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Seja g a função definida por $g(x)=-f(x-5)$

Em qual dos intervalos seguintes o gráfico de g tem concavidade voltada para baixo?

(A) $]-15,-5[$ **(B)** $]0,10[$ **(C)** $]-5,5[$ **(D)** $]5,15[$

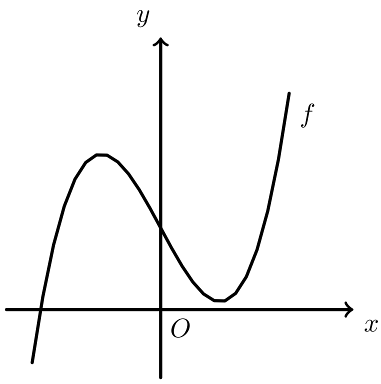
Exame – 2017, 2.ª Fase

11. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. xOy, parte do gráfico de uma função polinomial f
Sabe-se que o único ponto de inflexão do gráfico de f tem abcissa 0
Seja f'' a segunda derivada da função f

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) $f''(1)+f''(2)<0$ **(B)** $f''(-2)+f''(-1)>0$

(C) $f''(-1)\times f''(-2)<0$ **(D)** $f''(1)\times f''(2)>0$



Exame – 2017, 1.ª Fase

12. Seja f uma função, de domínio $\mathbb{R}$, cuja **derivada**, f' , de domínio $\mathbb{R}$, é dada por

$$f'(x) = e^x \left(x^2 + x + 1\right)$$

Resolva o item seguinte recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

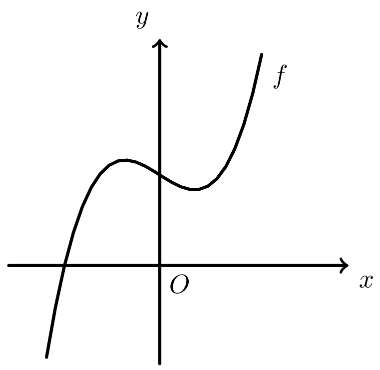
Estude a função f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão. Na sua resposta, apresente:

- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para baixo;
- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para cima;
- a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de f

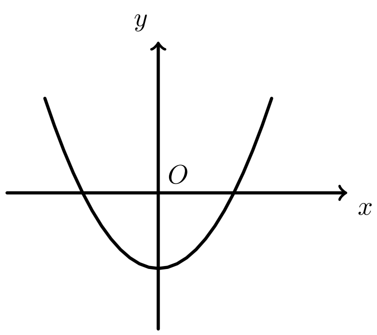
Exame – 2016, 1.ª Fase

13. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. xOy, parte do gráfico de uma função polinomial f

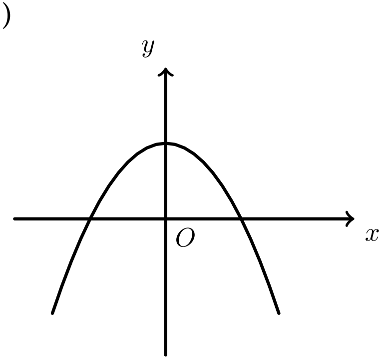
Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função f'', segunda derivada da função f ?



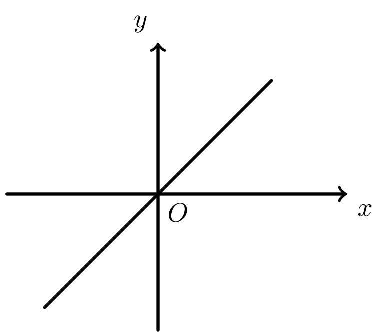
(A)



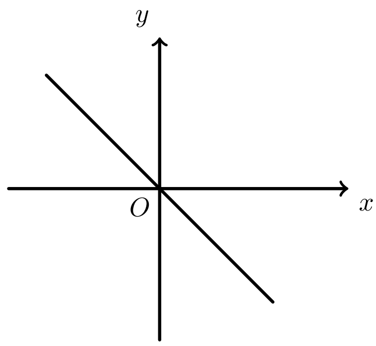
(B)



(C)



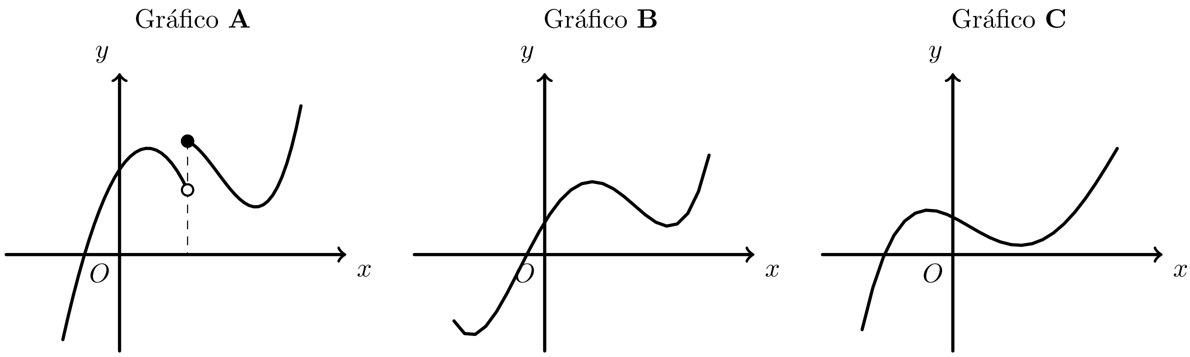
(D)



Exame – 2015, Ép. especial

14. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função tal que:
    - f tem derivada finita em todos os pontos do seu domínio;
    - $f'(0) > 0$
    - $f''(x) < 0$, para qualquer $x \in]-\infty,0[$

    Nenhum dos gráficos a seguir apresentados é o gráfico da função f

    Elabore uma composição na qual apresente, para cada um dos gráficos, uma razão pela qual esse gráfico não pode ser o gráfico da função f

    Exame – 2015, 2.ª Fase

15. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^x - \sqrt{e}}{2x-1} & \text{se } x < \dfrac{1}{2} \\ \\ (x+1)\ln x & \text{se } x \geq \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

    Estude, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora, a função f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão, no intervalo $\left]\dfrac{1}{2}, +\infty\right[$

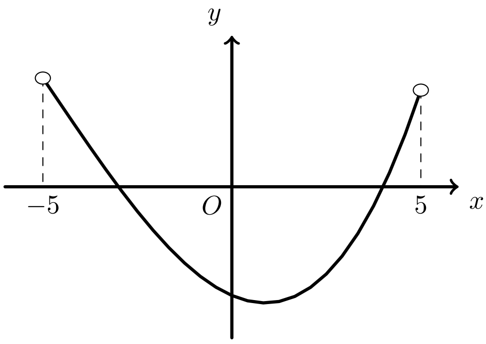
    Na sua resposta, apresente:
    - o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para baixo;
    - o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para cima;
    - as coordenadas do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de f

    Exame – 2015, 1.ª Fase

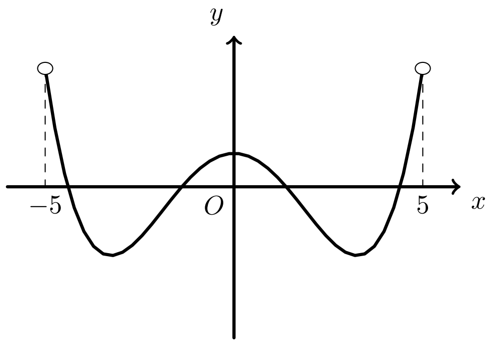
16. Seja f uma função de domínio $]-5,5[$
Sabe-se que o gráfico da função f tem exatamente dois pontos de inflexão.

Em qual das opções seguintes pode estar representado o gráfico da função f'', segunda derivada da função f ?

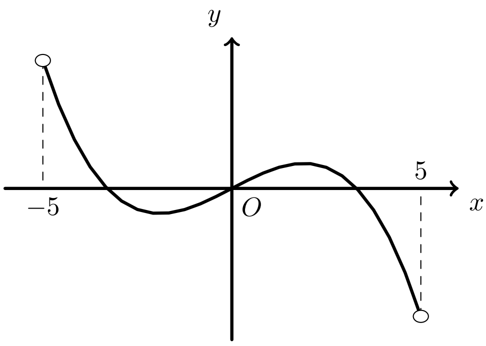
(A)



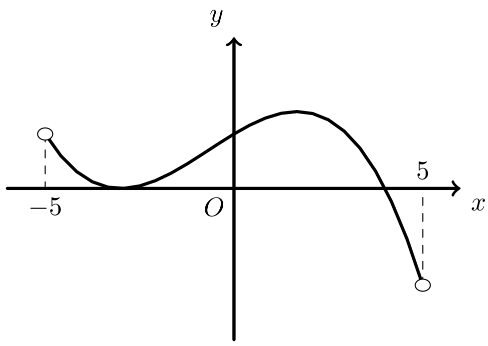
(B)



(C)

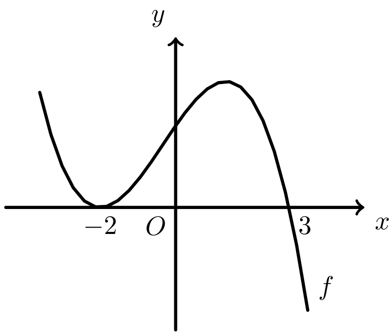


(D)



Exame – 2014, Ép. especial

17. Na figura seguinte, está representada, num referencial o.n. xOy, parte do gráfico de uma função polinomial f, de grau 3



Sabe-se que:

- -2 e 3 são os únicos zeros da função f
- a função f tem um extremo relativo em $x=-2$
- h', primeira derivada de uma função h, tem domínio $\mathbb{R}$ e é definida por $h'(x)=\dfrac{f(x)}{e^{2x}}$
- $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=3$

Considere as afirmações seguintes.

I) A função h tem dois extremos relativos.

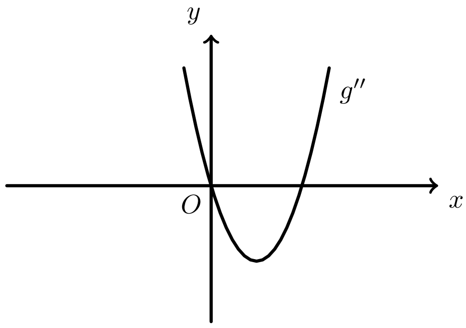
II) $h''(-2)=0$

III) $y+3=0$ é uma equação da assíntota do gráfico da função h quando x tende para $+\infty$

Elabore uma composição, na qual indique, justificando, se cada uma das afirmações é verdadeira ou falsa.
Na sua resposta, apresente três razões diferentes, uma para cada afirmação.

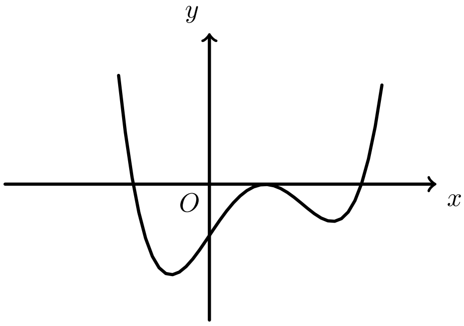
Exame – 2014, 2.ª fase

18. Na figura ao lado, está representada, num referencial ortogonal xOy, parte do gráfico da função g'', segunda derivada de uma função g

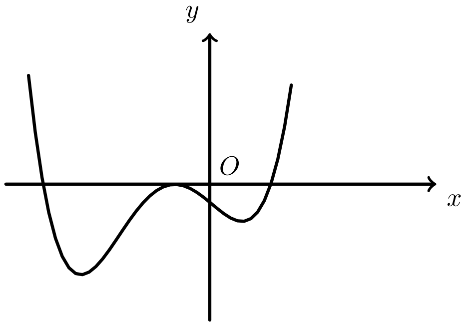


Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função g?

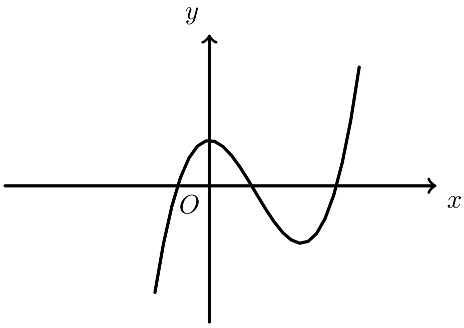
(A)



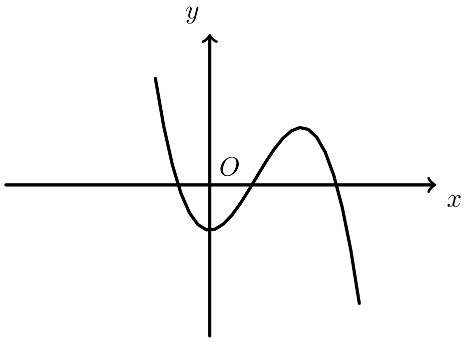
(B)



(C)



(D)



Exame – 2014, 2.ª fase

19. Seja f uma função, de domínio $\mathbb{R}^+$, com derivada finita em todos os pontos do seu domínio. A sua derivada, f', é definida por $f'(x) = \frac{1}{2}x^2 - \ln x$

Quantos pontos de inflexão tem o gráfico da função f?

(A) Zero **(B)** Um **(C)** Dois **(D)** Três

Teste Intermédio 12.º ano – 30.04.2014

20. Seja f uma função cuja derivada, f', de domínio $\mathbb{R}$, é dada por $f'(x) = (4+x)^2$
Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) O gráfico da função f tem a concavidade voltada para cima em $\mathbb{R}$

(B) A função f tem um máximo relativo em $x = -4$

(C) O gráfico da função f não tem pontos de inflexão.

(D) O gráfico da função f tem um ponto de inflexão de coordenadas $(-4, f(-4))$

Exame – 2013, Ép. especial

21. Sejam f' e f'', de domínio $\mathbb{R}$, a primeira derivada e a segunda derivada de uma função f, respetivamente. Sabe-se que:

- a é um número real;
- P é o ponto do gráfico de f de abcissa a
- $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a} = 0$
- $f''(a) = -2$

Qual das afirmações seguintes é necessariamente verdadeira?

(A) a é um zero da função f

(B) $f(a)$ é um máximo relativo da função f

(C) $f(a)$ é um mínimo relativo da função f

(D) P é ponto de inflexão do gráfico da função f

Exame – 2013, 2.ª fase

22. Seja g uma função, de domínio $\mathbb{R}^+$, cuja derivada, g', de domínio $\mathbb{R}^+$, é dada por

$$g'(x) = \ln(e^x + 6e^{-x} + 4x)$$

Estude a função g quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

Exame – 2013, 2.ª fase

23. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$ e seja f'' a segunda derivada da função f
Sabe-se que f'' tem domínio $\mathbb{R}$ e é definida por $f''(x) = e^{-x}x^2(x-1)$
Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) O gráfico da função f tem exatamente quatro pontos de inflexão.

(B) O gráfico da função f tem exatamente três pontos de inflexão.

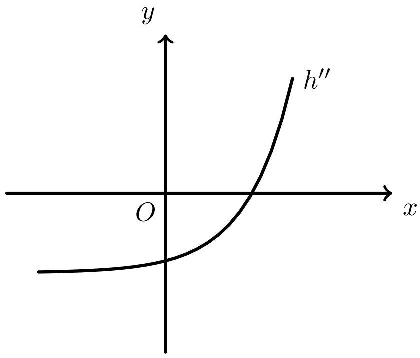
(C) O gráfico da função f tem exatamente dois pontos de inflexão.

(D) O gráfico da função f tem exatamente um ponto de inflexão.

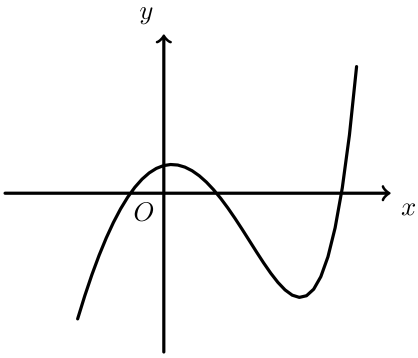
Teste Intermédio 12.º ano – 24.05.2013

24. Na figura ao lado, está representada, num referencial o. n. xOy, parte do gráfico de h'', segunda derivada de uma função h, de domínio $\mathbb{R}$

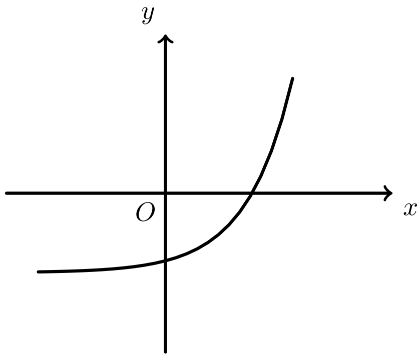
Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função h?



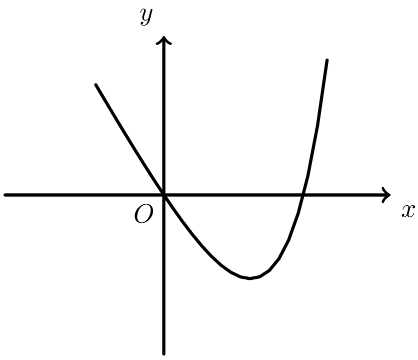
(A)



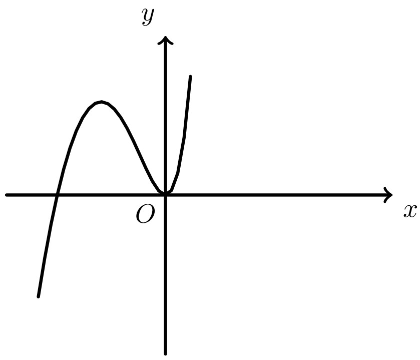
(B)



(C)



(D)



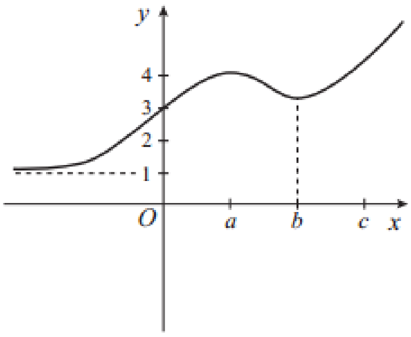
Exame – 2012, Ép. especial

25. Considere, num referencial o. n. xOy, o gráfico de uma função h, de domínio $\mathbb{R}$
Sabe-se que:

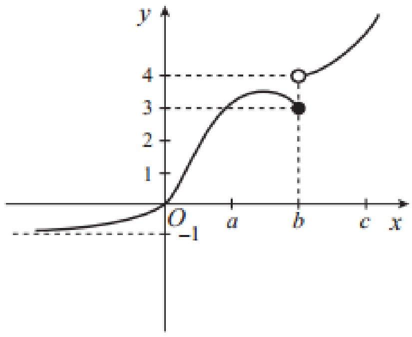
- a, b e c são números reais positivos e $a < b < c$
- h tem um mínimo relativo em $]a,c[$
- h é crescente em $]-\infty,0[$
- $\lim\limits_{x\to-\infty}(h(x)-1)=0$
- a segunda derivada, h'', da função h é tal que $h''(x) > 0$ para $x > b$

Apenas uma das opções seguintes pode representar uma parte do gráfico da função h

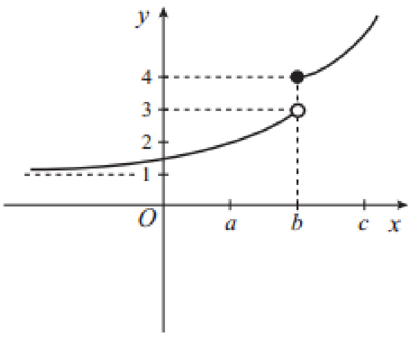
(I)



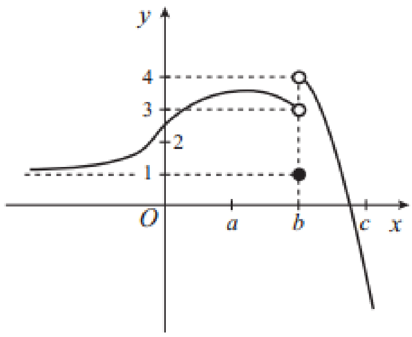
(II)



(III)



(IV)



Elabore uma composição na qual:

- indique a opção que pode representar h
- apresente três razões para rejeitar as restantes opções, uma por cada opção rejeitada.

Exame – 2012, Ép. especial

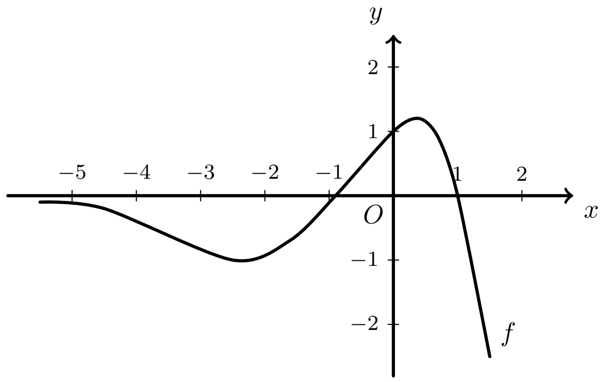
26. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\operatorname{sen} x}{1-\sqrt{1-x^3}} & \text{se } x<0\\[2ex] 1-e^{k+1} & \text{se } x=0 \text{ com } \quad k\in\mathbb{R}\\[2ex] \dfrac{1-e^{4x}}{x} & \text{se } x>0\end{cases}$$

Seja g uma função, de domínio $\mathbb{R}^+$, cuja derivada, g', de domínio $\mathbb{R}^+$, é dada por $g'(x)=f(x)-\dfrac{1}{x}$
Estude, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, a função g quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

Exame – 2012, 2.ª Fase

27. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. xOy, parte do gráfico de uma função f, de domínio $\mathbb{R}$



Sejam f' e f'', de domínio $\mathbb{R}$, a primeira derivada e a segunda derivada de f , respetivamente.

Qual dos valores seguintes pode ser positivo?

(A) $f'(1)$ **(B)** $f'(-3)$

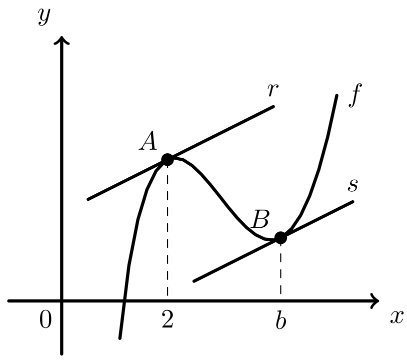
(C) $f''(-3)$ **(D)** $f''(1)$

Exame – 2012, 1.ª Fase

28. De uma certa função f sabe-se que:

- o seu domínio é $]1,+\infty[$
- a sua **derivada** é dada por $f'(x) = x^2 - 4x + \dfrac{9}{2} - 4\ln(x-1)$

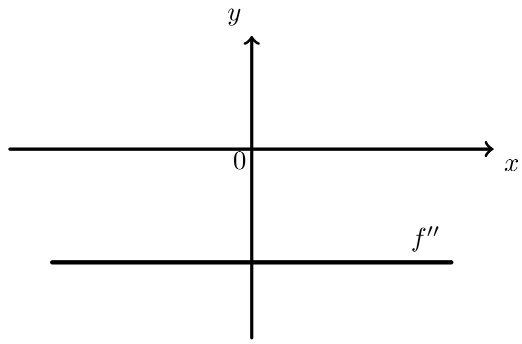
Na figura ao lado, está representada parte do gráfico da função f.
Tal como a figura sugere, o gráfico da função f tem um ponto de inflexão.
Determine a abcissa desse ponto, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.



Teste Intermédio 12.º ano – 24.05.2012

29. Para um certo número real a, seja a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = ax^2 - 1$

Na figura ao lado, está representada, num referencial o. n. xOy, parte do gráfico da função f'', segunda derivada da função f



Qual dos valores seguintes pode ser o valor de a?

(A) 0 **(B)** π **(C)** 3 **(D)** -3

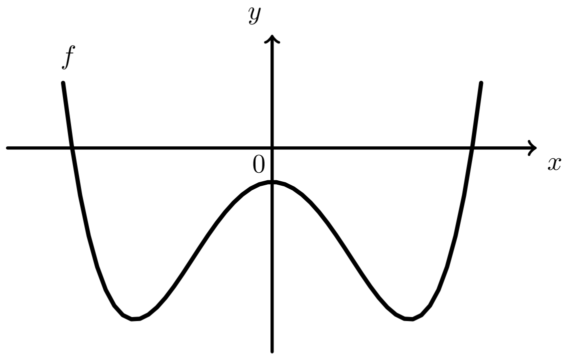
Exame – 2011, Ép. especial

30. De uma função g sabe-se que tem domínio $\left]-\dfrac{2\pi}{3}, -\dfrac{\pi}{3}\right[$, e g', primeira derivada de g, tem domínio, $\left]-\dfrac{2\pi}{3}, -\dfrac{\pi}{3}\right[$; e é definida por $g'(x) = \log_2\left(-\dfrac{\pi}{6} - x\right)$

Estude a função g quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão no intervalo $\left]-\dfrac{2\pi}{3}, -\dfrac{\pi}{3}\right[$

Exame – 2011, Ép. especial

31. Na figura ao lado, está representada, num referencial ortogonal xOy, parte do gráfico de uma função polinomial f, de grau 4



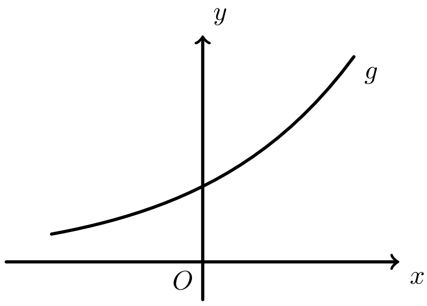
Qual das expressões seguintes pode definir a função f'', segunda derivada de f?

(A) $(x-3)^2$ **(B)** $(x+3)^2$

(C) $9-x^2$ **(D)** x^2-9

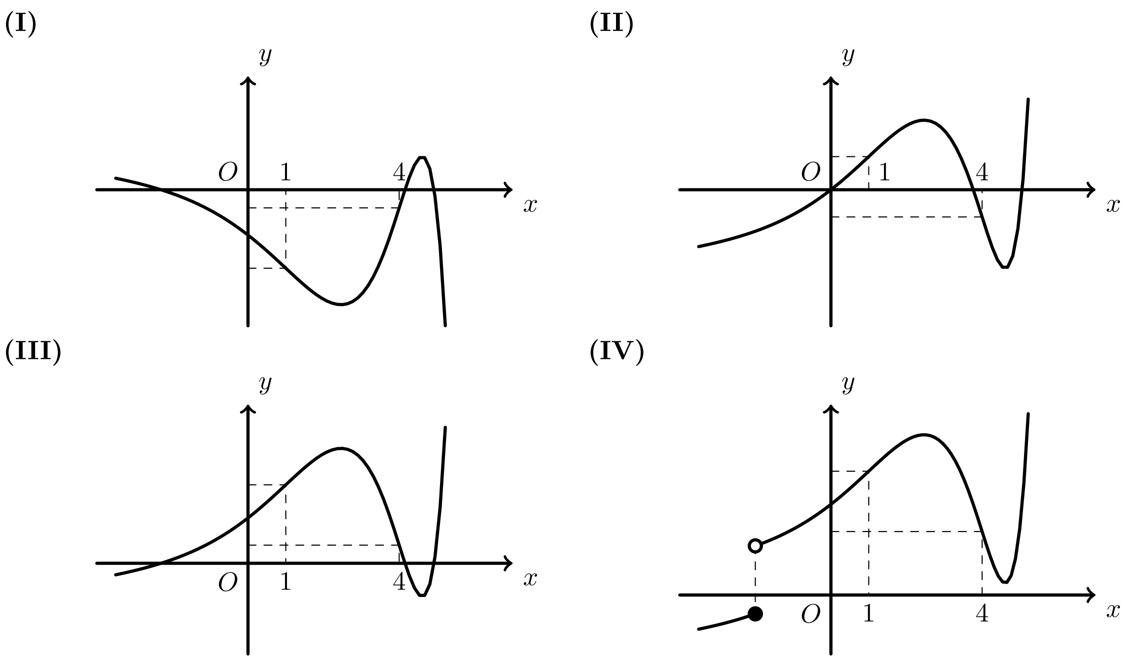
Exame – 2011, 2.ª fase

32. Na figura ao lado, está representada, num referencial ortogonal xOy, parte do gráfico da função g
Sabe-se que:



- g é uma função contínua em $\mathbb{R}$
- g não tem zeros
- a segunda derivada f'' de uma certa função f tem domínio $\mathbb{R}$ e é definida por $f''(x) = g(x) \times (x^2 - 5x + 4)$
- $f(1) \times f(4) > 0$

Apenas uma das opções seguintes pode representar a função f



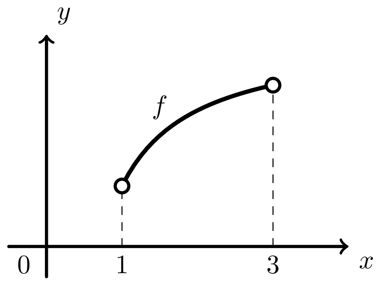
Elabore uma composição na qual

- indique a opção que pode representar f
- indique as razões que o levam a rejeitar as restantes opções
  Apresente três razões, uma por cada gráfico rejeitado.

Exame – 2011, 1.ª fase

33. Na figura ao lado, está o gráfico de uma função f cujo domínio é o intervalo $]1,3[$

A função f tem primeira derivada e segunda derivada finitas em todos os pontos do seu domínio.
Seja $x \in]1,3[$
Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

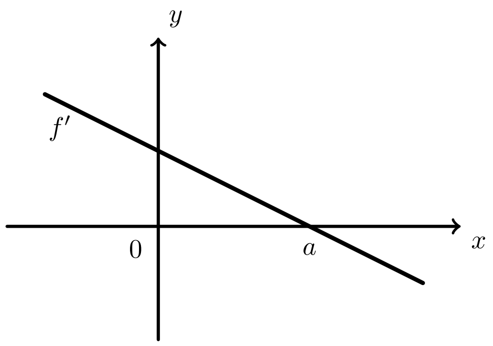


(A) $f'(x) > 0 \wedge f''(x) > 0$ **(B)** $f'(x) < 0 \wedge f''(x) > 0$

(C) $f'(x) > 0 \wedge f''(x) < 0$ **(D)** $f'(x) < 0 \wedge f''(x) < 0$

Teste Intermédio 12.º ano – 26.05.2011

34. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. xOy, parte do gráfico da função f', primeira derivada de f
Seja $a \in \mathbb{R}^+$ um ponto do domínio de f, tal que $f'(a) = 0$
Qual das afirmações seguintes é verdadeira?



(A) A função f tem um mínimo para $x = a$

(B) A função f tem um ponto de inflexão para $x = a$

(C) A função f é crescente em $]0, a[$

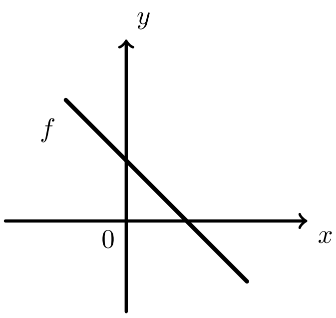
(D) A função f é decrescente em $\mathbb{R}$

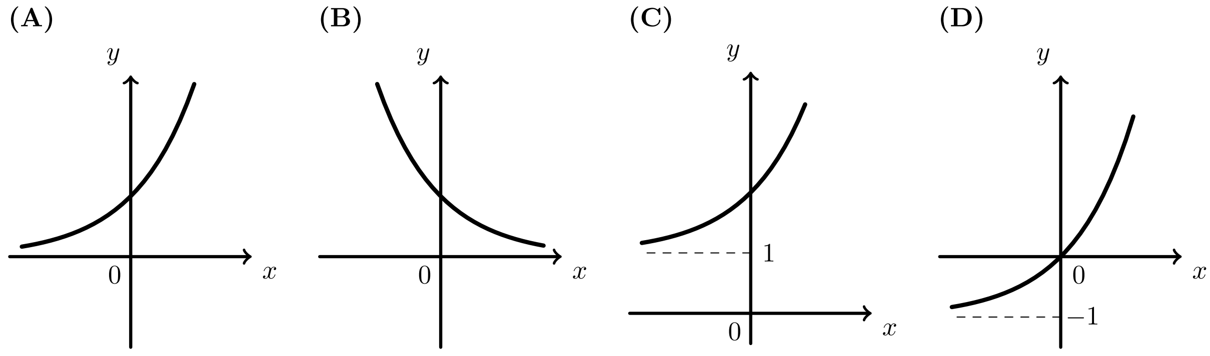
Exame – 2010, 2.ª fase

35. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. xOy, parte do gráfico de uma função afim f, de domínio $\mathbb{R}$

Seja h a função definida por $h(x) = f(x) + e^x$

Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função h'', segunda derivada de h?



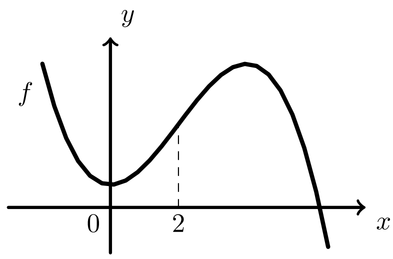


Exame – 2010, 1.ª Fase

36. Na figura ao lado, está parte da representação gráfica de uma função polinomial f

O ponto de abcissa 2 é o único ponto de inflexão do gráfico da função f

Qual das expressões seguintes pode definir f'', **segunda derivada** da função f?



(A) $(x-2)^2$ **(B)** $(2+x)^2$ **(C)** $2-x$ **(D)** $x-2$

Teste Intermédio 12.º ano – 19.05.2010

37. De uma função f, de domínio $\mathbb{R}$, sabe-se que a sua **derivada**, f', é definida por

$$f'(x) = (2x+4)e^x$$

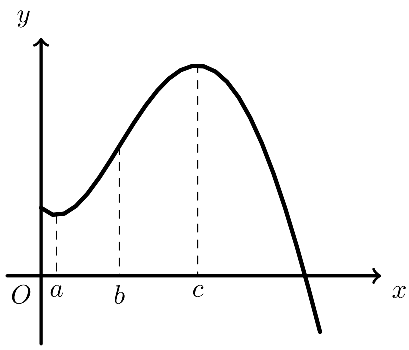
Sem recorrer à calculadora, estude a função f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

Teste Intermédio 12.º ano – 27.05.2009

38. Na figura ao lado está representada parte do gráfico de uma função h, de domínio $\mathbb{R}_0^+$.

Em cada uma das figuras abaixo está representada parte do gráfico de uma função de domínio$\mathbb{R}_0^+$.

Uma das funções representadas é h', primeira derivada de h, e a outra é h'', segunda derivada de h.



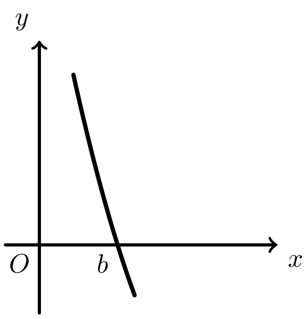


Gráfico A

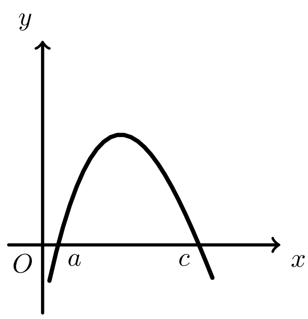


Gráfico B

Numa pequena composição, explique em qual das figuras está representado o gráfico da primeira derivada e em qual está representado o gráfico da segunda derivada. Na sua composição, deve referir-se à variação de sinal das funções h' e h'', relacionando-a com características da função h(monotonia e sentido das concavidades do seu gráfico).

Exame – 2007, 2.ª fase

39. De uma certa função f, de domínio $\mathbb{R}$, sabe-se que a sua segunda derivada é dada por $f''(x) = (x^2-1)(x^2+5)(x+6)^2$

Quantos pontos de inflexão tem o gráfico de f?

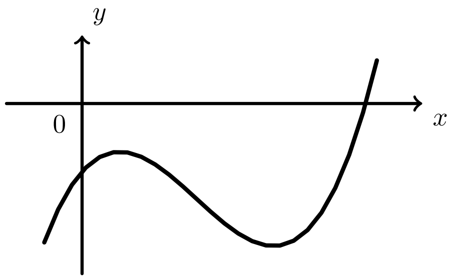
(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4

Exame – 2006, Ép. especial

40. Na figura ao lado está parte do gráfico de uma função h, de domínio $\mathbb{R}$.
Sejam h' e h'' a primeira e a segunda derivadas de h, respetivamente.
Admita que estas duas funções também têm domínio $\mathbb{R}$.
Qual das expressões seguintes designa um número positivo?

(A) $h(0) + h''(0)$ **(B)** $h(0) - h'(0)$

(C) $h'(0) - h''(0)$ **(D)** $h'(0) \times h''(0)$



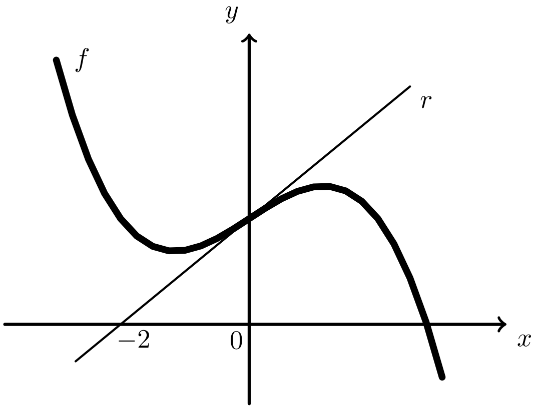
Exame – 2006, 2.ª Fase

41. Na figura ao lado está representada parte do gráfico de uma função polinomial f.
Tal como a figura sugere, o gráfico de tem a concavidade voltada para cima em $]-\infty,0]$ e voltada para baixo em $[0,+\infty[$.

A reta r, tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 0, é paralela à bissetriz dos quadrantes ímpares e interseta o eixo Ox no ponto de abcissa -2.

Sabendo que f' e f'' designam, respetivamente, a primeira e a segunda derivadas de f, indique o valor de $f(0) + f'(0) + f''(0)$?

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4



Exame – 2006, 1.ª Fase

42. De uma certa função f, de domínio $\mathbb{R}$, sabe-se que a sua **derivada** é dada por

$$f'(x) = x^3 - 3x + 1$$

Em qual dos conjunto seguintes, o **gráfico de** f tem a concavidade voltada para baixo?

(A) $]-1,1[$ **(B)** $]-\infty,-1[$ **(C)** $]0,3[$ **(D)** $]0,+\infty[$

Exame – 2005, Ép. especial (cód. 435)

43. Seja f uma função, de domínio $\mathbb{R}^+$, tal que a sua **derivada** é dada por

$$f'(x) = 2 + x\ln x,\ \forall x \in \mathbb{R}^+$$

Sem recorrer à calculadora, estude a função f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

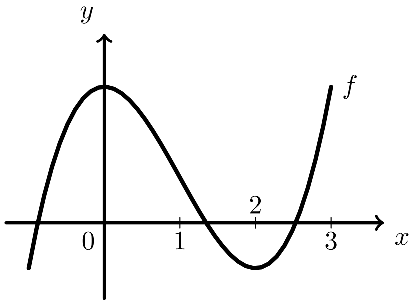
Exame – 2005, 1.ª Fase (cód. 435)

44. Na figura ao lado está parte da representação gráfica de uma função f, polinomial do terceiro grau.

Seja f'' a **segunda** derivada de f

Qual dos valores seguintes pode ser solução da equação $f''(x) = 0$?

(A) 0 **(B)** 1 **(C)** 2 **(D)** 3



Exame – 2004, Ép. especial (cód. 435)

45. Considere, para cada $\alpha \in]0,1[$, a função, de **domínio** $\mathbb{R}^+$, definida por $f(x) = x^\alpha$
Prove que, qualquer que seja o valor de $\alpha \in]0,1[$, o gráfico da função f tem a concavidade voltada para baixo.

Exame – 2004, 2.ª Fase (cód. 435)

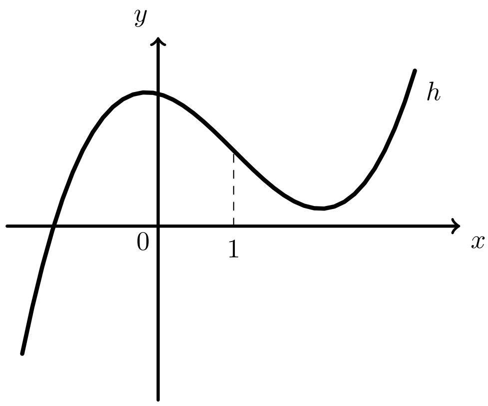
46. Na figura ao lado está parte da representação gráfica de uma função polinomial h.

O ponto de abcissa 1 é o único ponto de inflexão do gráfico de h.

Qual das expressões seguintes pode definir h'', **segunda derivada**, da função h?

(A) $(x-1)^2$ **(B)** $(1+x)^2$

(C) $x-1$ **(D)** $1-x$



Exame – 2004, 1.ª Fase (cód. 435)

47. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = (x-5)^3$.
Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) A função f tem um extremo relativo para $x = 5$

(B) A função f tem um extremo relativo para $x = -5$

(C) O gráfico da função f tem um ponto de inflexão para $x = 5$

(D) O gráfico da função f tem um ponto de inflexão para $x = -5$

Exame – 2003, Prova para militares (cód. 435)

48. De uma função f, de domínio $\mathbb{R}$, sabe-se que a sua derivada é dada por

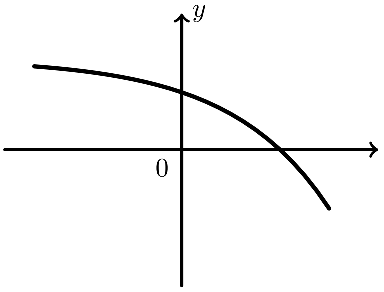
$$f'(x) = (x+1)e^x - 10x$$

Seja A o único ponto de inflexão do gráfico de f.
Recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora, determine a abcissa do ponto A, arredondada às décimas.
Explique como procedeu. Inclua, na sua explicação, o(s) gráfico(s) que obteve na calculadora.

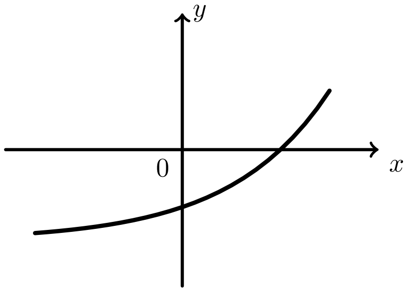
Exame – 2003, 1.ª fase - 2.ª chamada (cód. 435)

49. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$.
Sabe-se que a primeira e a segunda derivadas de f são negativas em $\mathbb{R}$.
Em qual das figuras seguintes pode estar representada parte do gráfico da função f?

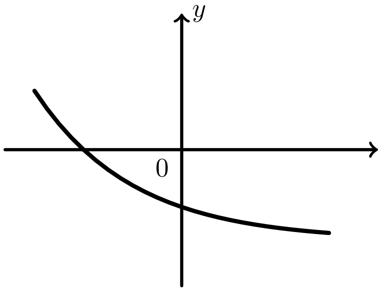
(A)



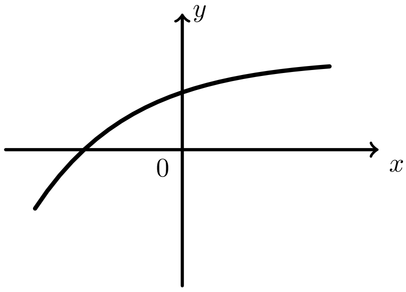
(B)



(C)



(D)



Exame – 2003, 1.ª fase - 1.ª chamada (cód. 435)

50. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$ e a um ponto do domínio de tal f que $f'(a) = 0$
Qual das afirmações seguintes é **necessariamente** verdadeira?

(A) a é zero de f

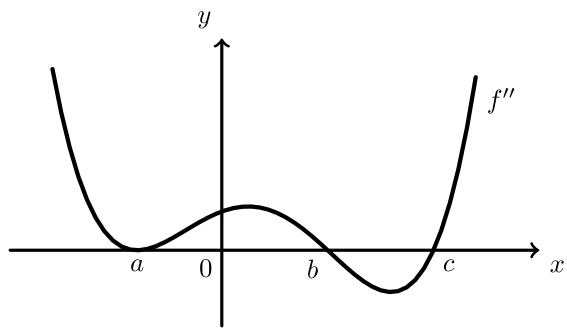
(B) $f(a)$ é extremo relativo de f

(C) $(a,f(a))$ é ponto de inflexão do gráfico de f

(D) A reta de equação $y = f(a)$ é tangente ao gráfico de f

Exame – 2002, Prova para militares (cód. 435)

51. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$



Na figura ao lado está representada parte do gráfico de f'', **segunda derivada** da função f.

Relativamente ao gráfico da **função** f, qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) O ponto de abcissa a é um ponto de inflexão.

(B) O ponto de abcissa c é um ponto de inflexão.

(C) A concavidade está virada para baixo no intervalo $[0,b]$

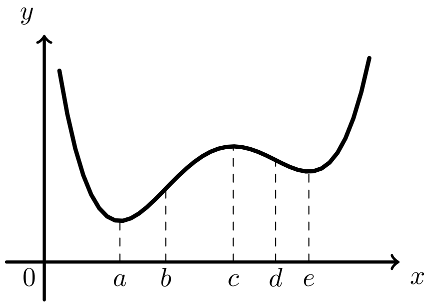
(D) A concavidade está sempre virada para cima

Exame – 2002, 2.ª fase (cód. 435)

52. Na figura ao lado está representada parte do gráfico de uma função f, de domínio $\mathbb{R}$.

Numa das alternativas seguintes estão os quadros de sinais de f' e de f'', respetivamente primeira e segunda derivadas de f.

Em qual delas?



(A)

x		a		c		e	
f'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

x		b		d	
f''	$+$	0	$-$	0	$+$

(B)

x		a		c		e	
f'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

x		b		d	
f''	$-$	0	$+$	0	$-$

(C)

x		a		c		e	
f'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

x		b		d	
f''	$+$	0	$-$	0	$+$

(D)

x		a		c		e	
f'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

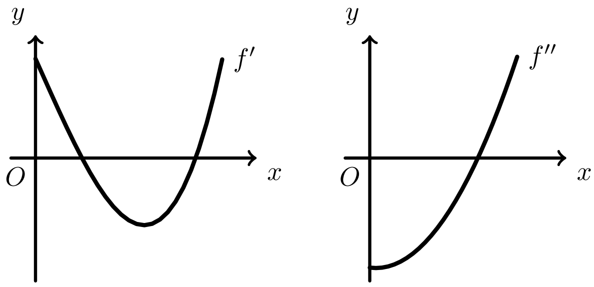
x		b		d	
f''	$-$	0	$+$	0	$-$

Exame – 2002, 1.ª fase - 1.ª chamada (cód. 435)

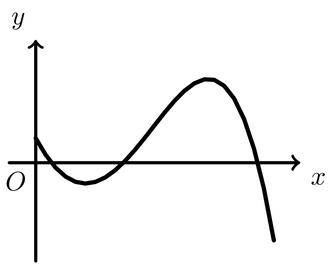
53. Seja f uma função de domínio $[0, +\infty[$

Na figura ao lado, à esquerda, está parte da representação gráfica da função f' e, à direita, parte da representação gráfica da função f'', respetivamente **primeira** e **segunda** derivadas de f.

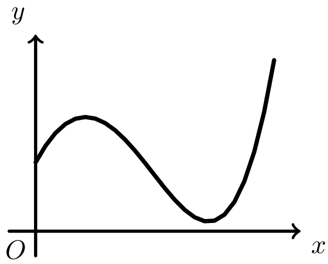
Em qual das figuras seguintes pode estar parte da representação gráfica da função f?



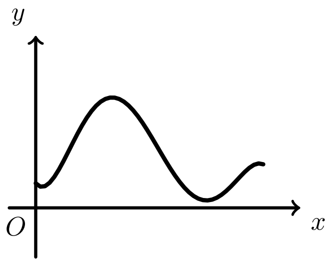
(A)



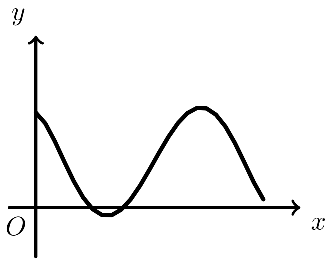
(B)



(C)



(D)



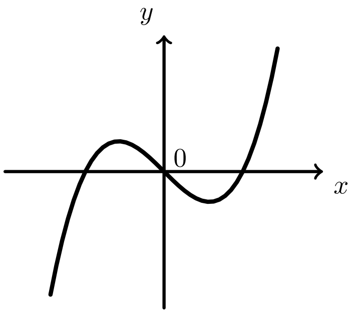
Exame – 2001, Prova para militares (cód. 435)

54. Seja g uma função, de domínio $\mathbb{R}$, tal que a sua **segunda derivada** é definida por

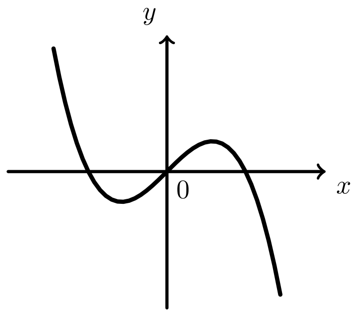
$$g''(x) = 1 - x^2$$

Em qual das figuras seguintes pode estar parte da representação gráfica da **função g** ?

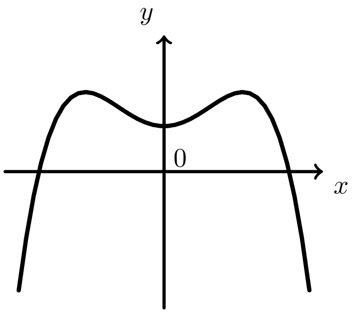
(A)



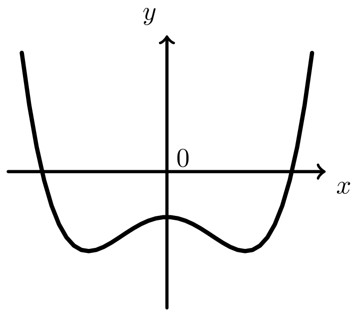
(B)



(C)



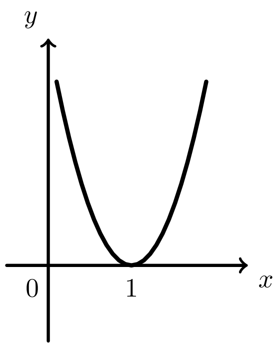
(D)



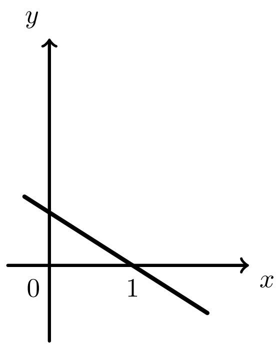
Exame – 2001, 1.ª fase - 1.ª chamada (cód. 435)

55. Seja g uma função cujo gráfico tem um ponto de inflexão de abcissa 1.
Qual dos seguintes gráficos poderá ser o da **segunda derivada** da função g?

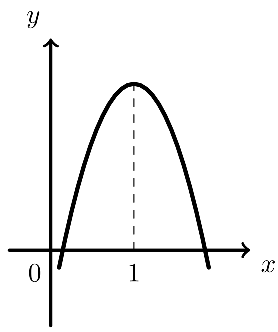
(A)



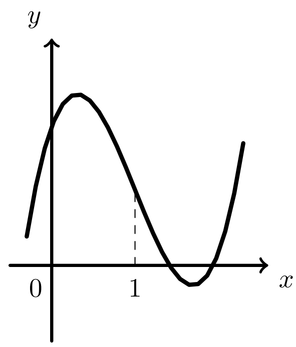
(B)



(C)



(D)

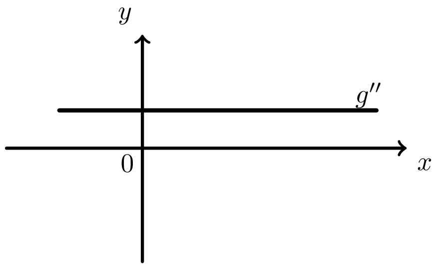


Exame – 2000, 1.ª fase - 2.ª chamada (cód. 435)

56. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = e^x(x^2 + x)$
Sabendo que $f'(x) = e^x(x^2 + 3x + 1)$ e recorrendo exclusivamente a processos analíticos, estude f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

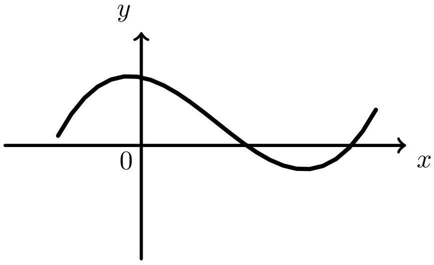
Exame – 2000, 1.ª fase - 1.ª chamada (cód. 435)

57. Na figura ao lado está parte da representação gráfica de g'', segunda derivada de uma certa função g

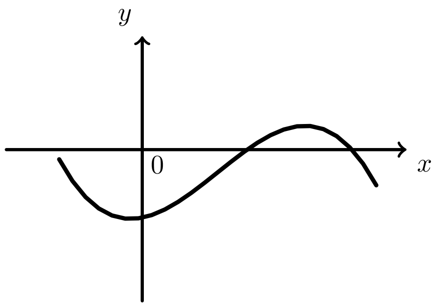


Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função g?

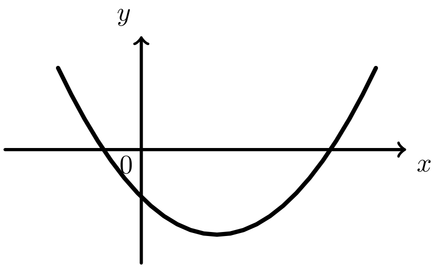
(A)



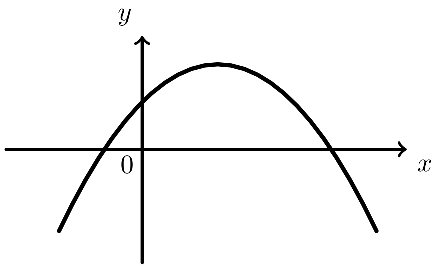
(B)



(C)



(D)



Exame – 2000, Prova modelo (cód. 435)

58. De uma certa função f, de domínio $\mathbb{R}^+$, sabe-se que a sua derivada, f', é definida por $f'(x) = \dfrac{1+\ln x}{x}$

Mostre que $f''(x) = \dfrac{-\ln x}{x^2}$ e estude f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e à existência de pontos de inflexão.

Exame – 1998, 1.ª fase - 2.ª chamada (cód. 135)