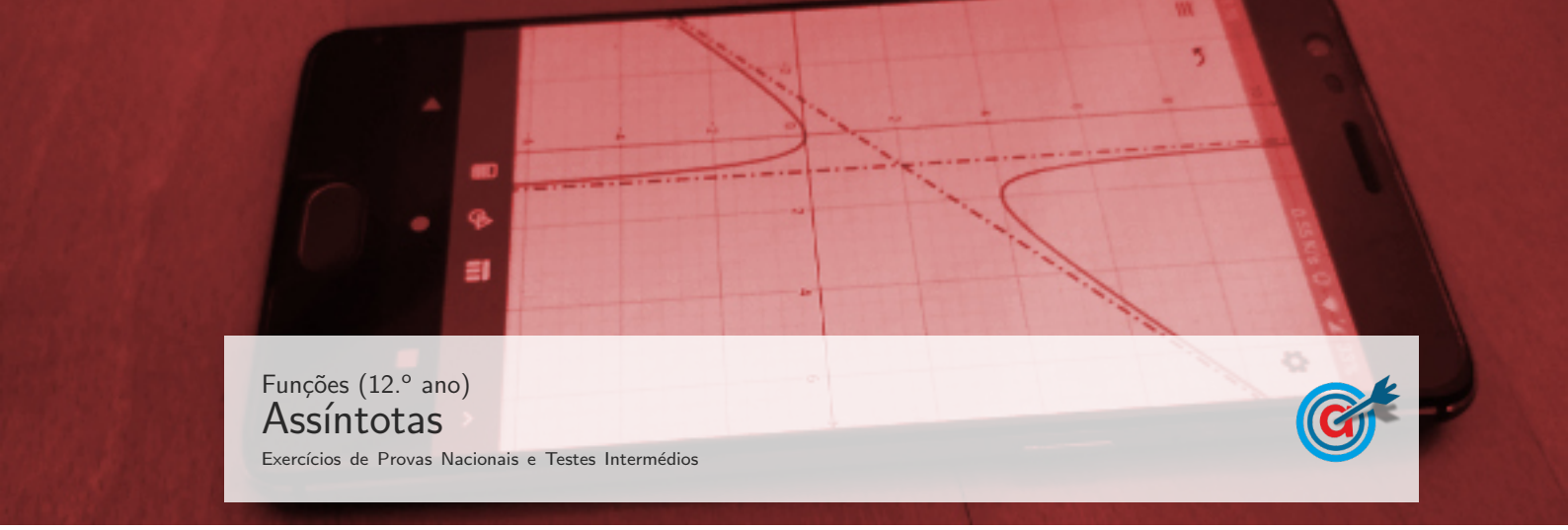


Funções (12.º ano)

Assíntotas

Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios

1. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

   Considere a função f , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, definida, para um certo $a \in \mathbb{R}^+$, por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen}(ax)}{e^x - 1} & \text{se } x < 0 \\ \\ \ln\left(2 - e^{-x}\right) + x + 2 & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

   O gráfico de f admite uma assíntota oblíqua quando x tende para $+\infty$.

   Determine uma equação dessa assíntota.

   Exame – 2023, Ép. especial

2. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

   Considere a função f, de domínio $]0, +\infty[$, definida por

$$f(x) = \frac{\ln x + 2x}{x}$$

   O gráfico da função f admite uma assíntota vertical e uma assíntota horizontal.

   Determine uma equação de cada uma dessas assíntotas.

   Exame – 2023, 2.ª Fase

3. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

   Seja g a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = \ln(1 + e^x) - x$.

   O gráfico de g tem uma assíntota oblíqua, quando x tende para $-\infty$, e tem uma assíntota horizontal, quando x tende para $+\infty$.

   Determine uma equação de cada uma dessas assíntotas.

   Exame – 2022, Ép. especial

4. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

   Seja h a função, de domínio $]0, +\infty[$, definida por $h(x) = \dfrac{e^x + \ln x}{e^x - 1}$.

   Estude a função h quanto à existência de assíntotas ao seu gráfico paralelas aos eixos coordenados e, caso estas existam, escreva as respetivas equações.

   Exame – 2022, 2.ª Fase

5. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

   Seja g a função, de domínio $]1, +\infty[$, definida por $g(x) = 5x - 3\ln(x-1)$.

   Estude a função g quanto à existência de assíntotas verticais e de assíntotas oblíquas ao seu gráfico e, caso existam, escreva as respetivas equações.

   Exame – 2022, 1.ª Fase

6. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x^2-5x+6} & \text{se } x \leq 1 \\ \\ \dfrac{x-1}{e^{x-2}} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

   Estude, sem recorrer à calculadora, a função f quanto à existência de assíntotas horizontais ao seu gráfico e, caso existam, escreva as suas equações.

   Exame – 2021, Ép. especial

7. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x - e^{-x}}{x} & \text{se } x < 0 \\ \\ \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+1} - 3 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

   Resolva o item seguinte sem recorrer à calculadora.

   Estude a função f quanto à existência de assíntotas horizontais ao seu gráfico e, caso estas existam, escreva as respetivas equações.

   Exame – 2021, 2.ª Fase

8. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

   Seja h a função, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $h(x) = \dfrac{x^3}{2x^2 - \ln x}$

   Estude a função h quanto à existência de assíntota oblíqua ao seu gráfico e, caso esta exista, escreva a sua equação reduzida.

   Exame – 2021, 1.ª Fase

9. Seja h a função, de domínio $]-\infty,4[$, definida por

$$h(x) = \begin{cases} 1 + xe^{x-1} & \text{se } x \leq 1 \\ \\ \dfrac{\sqrt{x}-1}{\operatorname{sen}(x-1)} & \text{se } 1 < x < 4 \end{cases}$$

Mostre, sem recorrer à calculadora, que o gráfico da função h tem uma assíntota horizontal e apresente uma equação dessa assíntota.

Exame – 2020, 2.ª Fase

10. Seja f a função definida em $]-\infty,2]$ por $f(x) = x + \ln(e^x + 1)$

Resolva o item seguinte sem recorrer à calculadora.

O gráfico de f tem uma assíntota oblíqua.

Determine uma equação dessa assíntota.

Exame – 2020, 1.ª Fase

11. Seja g a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} x\ln(1-x) & \text{se } x \leq 0 \\ \\ \dfrac{1-3x}{1-e^{-x}} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

O gráfico da função g tem uma assíntota obliqua, quando $x \to +\infty$

Determine a equação reduzida dessa assíntota.

Exame – 2019, Ép. especial

12. Considere a função h , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, definida por $h(x) = \dfrac{e^x}{x-1}$

Estude a função h quanto à existência de assíntotas do seu gráfico paralelas aos eixos coordenados e, caso existam, escreva as suas equações.

Exame – 2019, 2.ª Fase

13. Seja g a função, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, definida por $g(x) = \dfrac{e^{-x}}{x}$

Seja h a função, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $h(x) = g(x) + 2x - \dfrac{1}{\sqrt{x}}$
Sabe-se que o gráfico da função h tem uma assíntota oblíqua.

Qual é o declive dessa assíntota?

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** e **(D)** e^2

Exame – 2019, 1.ª Fase

14. Seja h a função, de domínio $\left[-\frac{\pi}{3}, +\infty\right[$, definida por

$$h(x) = \begin{cases} \dfrac{\text{sen}^2 x}{\text{sen}\ (x^2)} & \text{se } -\dfrac{\pi}{3} \leq x < 0 \\ \\ \dfrac{e^x}{x+1} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

Sabendo que a função h é contínua no ponto 0, estude a função h quanto à existência de assíntotas do seu gráfico.

Exame – 2018, Ép. especial

15. Seja f a função, de domínio f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3 + \dfrac{e^x}{1-x} & \text{se } x < 1 \\ \\ \dfrac{\ln(x^2)+2}{x} & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

Estude a função f quanto à existência de assíntotas horizontais do seu gráfico.

Exame – 2018, 2.ª Fase

16. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$

Estude a função f quanto à existência de assíntotas do seu gráfico paralelas aos eixos coordenados, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

Exame – 2017, 2.ª Fase

17. Sejam f e g duas funções de domínio $\mathbb{R}^+$

Sabe-se que a reta de equação $y = -x$ é assíntota oblíqua do gráfico de f e do gráfico de g

Qual é o valor de $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x) \times g(x)}{x}$?

(A) $+\infty$ **(B)** 1 **(C)** -1 **(D)** $-\infty$

Exame – 2017, 1.ª Fase

18. Seja f a função, de domínio $\left]-\frac{3\pi}{2}, +\infty\right[$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x^2 + \cos x & \text{se } -\frac{3\pi}{2} < x < 0 \\ \ln(e^x + x) & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

Determine, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora, $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - x]$

Interprete o valor obtido em termos de assíntotas do gráfico de f

Exame – 2016, Ép. especial

19. Seja f a função, de domínio $\left]-\frac{\pi}{2}, +\infty\right[$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2 + \operatorname{sen} x}{\cos x} & \text{se } -\frac{\pi}{2} < x \leq 0 \\ x - \ln x & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Estude, recorrendo a métodos analíticos, a função f quanto à existência de assíntota oblíqua do seu gráfico.

Exame – 2016, 2.ª Fase

20. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}^-$
Sabe-se que:

- $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x) + e^x - x}{x} = 1$
- o gráfico de f tem uma assíntota oblíqua

Qual é o declive dessa assíntota?

(A) -2 **(B)** -1 **(C)** 1 **(D)** 2

Exame – 2016, 1.ª Fase

21. Considere a função f, de domínio $]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$ definida por $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

Resolva o item seguinte recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

Estude a função f quanto à existência de assíntotas verticais do seu gráfico.

Exame – 2016, 1.ª Fase

22. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}_0^+$, definida por $f(x) = x^2 e^{1-x}$

Estude a função f quanto à existência de assíntota horizontal, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

Exame – 2015, Ép. especial

23. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} 1 + xe^x & \text{se } x \leq 3 \\ \ln(x-3) - \ln x & \text{se } x > 3 \end{cases}$$

Estude a função f quanto à existência de assíntotas horizontais do seu gráfico, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

Exame – 2015, 2.ª Fase

24. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^x - \sqrt{e}}{2x-1} & \text{se } x < \dfrac{1}{2} \\ (x+1)\ln x & \text{se } x \geq \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Averigue, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora, da existência de assíntotas verticais do gráfico da função f

Exame – 2015, 1.ª Fase

25. Considere, para um certo número real k, a função f, de domínio $]-\infty, e[$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} xe^{x-2} & \text{se } x \leq 2 \\ \dfrac{\operatorname{sen}(2-x)}{x^2+x-6} + k & \text{se } 2 < x < e \end{cases}$$

Estude, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora, a função f quanto à existência de assíntota horizontal do seu gráfico e, caso exista, indique uma equação dessa assíntota.

Exame – 2014, Ép. especial

26. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}^+$
A reta de equação $y = 2x - 5$ é assíntota do gráfico da função f

Qual é o valor de $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{6x-1}{f(x)}$?

(A) 0 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** $+\infty$

Exame – 2014, Ép. especial

27. Considere a função f, de domínio $]-\infty, 0[$ definida por $f(x) = x - 1 + \dfrac{\ln(-x)}{x}$

Estude, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora, a função f quanto à existência de assíntotas do seu gráfico e, caso existam, indique as suas equações.

Exame – 2014, 2.ª Fase

28. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{x-4} - 3x + 11}{4 - x} & \text{se } x < 4 \\ \\ \ln(2e^x - e^4) & \text{se } x \geq 4 \end{cases}$$

O gráfico da função f tem uma assíntota oblíqua quando x tende para $+\infty$, de equação $y = x + b$, com $b \in \mathbb{R}$
Determine b, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

Exame – 2014, 1.ª Fase

29. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 + e^{-x} & \text{se } x \leq 0 \\ \\ \dfrac{3x + \ln x}{x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Estude a função f quanto à existência de assíntotas do seu gráfico, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.
Na sua resposta, deve:

- mostrar que existe uma única assíntota vertical e escrever uma equação dessa assíntota;
- mostrar que existe uma assíntota horizontal quando $x \to +\infty$ e escrever uma equação dessa assíntota;
- mostrar que não existe assíntota não vertical quando $x \to -\infty$

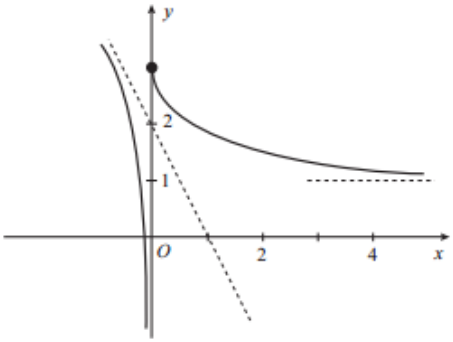
Teste Intermédio 12.º ano – 30.04.2014

30. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$
Sabe-se que:

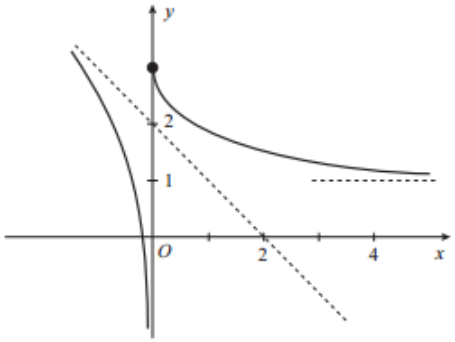
- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) + 2x] = 2$

Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função f?

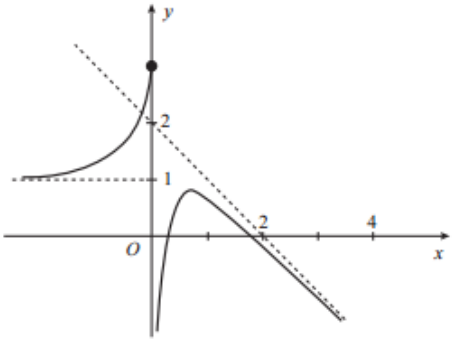
(A)



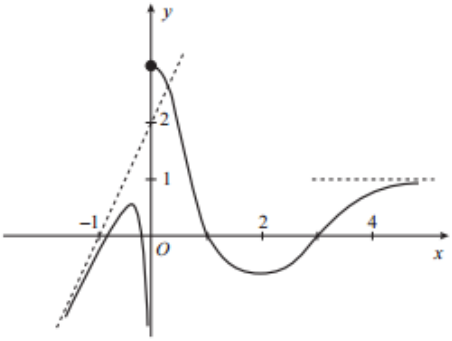
(B)



(C)



(D)



Nota – Em cada uma das opções estão representadas parte do gráfico de uma função e, a tracejado, assíntotas desse gráfico.

Exame – 2013, Ép. especial

31. Considere duas funções g e h, de domínio $\mathbb{R}^+$
Sabe-se que:

- a reta de equação $y = 2x - 1$ é assíntota do gráfico da função g
- a função h é definida por $h(x) = \dfrac{1 - [g(x)]^2}{x^2}$

Mostre que o gráfico da função h tem uma assíntota horizontal.

Exame – 2013, Ép. especial

32. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} xe^{3+x} + 2x & \text{se } x \leq 1 \\ \dfrac{1 - \sqrt{x} + \operatorname{sen}(x-1)}{1-x} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

Mostre recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora, que o gráfico da função f admite uma assíntota oblíqua quando x tende para $-\infty$

Exame – 2013, 2.ª Fase

33. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}^+$
Sabe-se que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x + f(x)}{3x} = 1$
Qual das equações seguintes pode definir uma assíntota do gráfico da função f?

(A) $y = \dfrac{1}{3}x$ **(B)** $y = \dfrac{2}{3}x$ **(C)** $y = x$ **(D)** $y = 3x$

Exame – 2013, 1.ª Fase

34. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^x - 1}{e^{4x} - 1} & \text{se } x < 0 \\ x \ln x & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Estude, a função f quanto à existência de assíntotas verticais do seu gráfico, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

Exame – 2013, 1.ª Fase

35. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 1 - xe^x & \text{se } x < 0 \\ x + \cos x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

Resolva recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora:
O gráfico da função f tem uma assíntota oblíqua quando $x \to -\infty$
Determine a equação reduzida dessa assíntota.

Teste Intermédio 12.º ano – 24.05.2013

36. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x+3}{\sqrt{x^2+9}} & \text{se } x \leq 4 \\ \dfrac{\ln(3x-11)}{x-4} & \text{se } x > 4 \end{cases}$

O gráfico da restrição da função f ao intervalo $]-\infty, 4]$ tem uma assíntota horizontal.
Determine uma equação dessa assíntota, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

Teste Intermédio 12.º ano – 28.02.2013

37. Sejam f e g funções de domínio $]0, +\infty[$
Sabe-se que:
- a reta de equação $y = 3$ é assíntota horizontal do gráfico de f
- f não tem zeros;
- $g(x) = \dfrac{e^{-x} - 3}{f(x)}$

Qual das opções seguintes define uma assíntota horizontal do gráfico de g?

(A) $y = 3$ **(B)** $y = e$ **(C)** $y = 0$ **(D)** $y = -1$

Exame – 2012, Ép. especial

38. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$
Sabe-se que:
- $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - 2x) = 1$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 3$
- $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = 2$

Em qual das opções seguintes as duas equações definem assíntotas do gráfico da função f?

(A) $x = 1$ e $y = -2x + 1$ **(B)** $x = 1$ e $y = 2x + 1$

(C) $y = 3$ e $y = -2x + 1$ **(D)** $y = 2$ e $y = 2x + 1$

Exame – 2012, 2.ª Fase

39. Considere a função f , de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} x\ln(x+1) - x\ln(x) + 3x & \text{se } x > 0 \\ xe^{1-x} & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

Estude a função f quanto à existência de assíntotas não verticais do seu gráfico, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

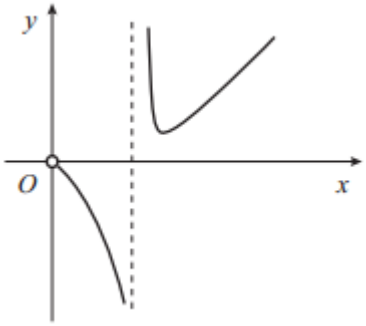
Exame – 2012, 1.ª Fase

40. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}^+$, contínua em todo o seu domínio.
Sabe-se que:

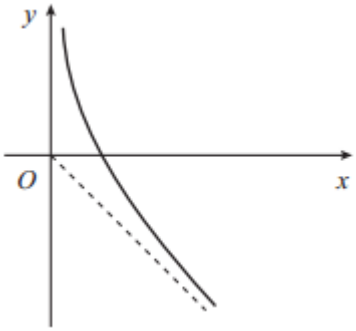
- $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$
- a bissetriz dos quadrantes ímpares é assíntota do gráfico de f

Em qual das opções seguintes pode estar representado o gráfico da função $\dfrac{1}{f}$?

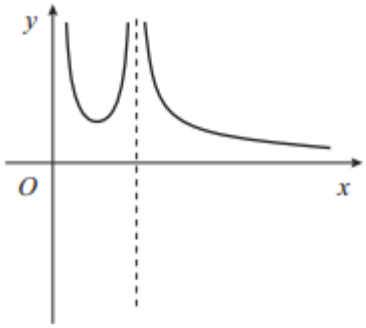
(A)



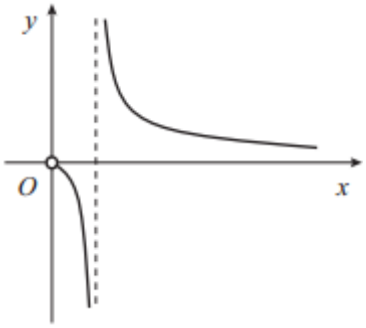
(B)



(C)



(D)



Teste Intermédio 12.º ano – 24.05.2012

41. Para cada valor de k, a expressão

$$f(x) = \begin{cases} k + xe^x & \text{se } x \leq 0 \\ \dfrac{2x + \ln x}{x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

define uma função, de domínio $\mathbb{R}$, cujo gráfico tem:

- uma assíntota horizontal, quando $x \to +\infty$
- uma assíntota horizontal, quando $x \to -\infty$

Existe um valor de k para o qual as duas assíntotas são coincidentes, ficando assim o gráfico de f com uma única assíntota horizontal.
Determine esse valor de k, **sem recorrer à calculadora**.

Teste Intermédio 12.º ano – 13.03.2012

42. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3 + \dfrac{1 - e^{x-1}}{x-1} & \text{se } x < 1 \\ \\ -x + \ln x & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

Estude a função f quanto à existência de assimptotas horizontais do gráfico de f

Exame – 2011, Prova especial

43. Considere uma função f, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{3\}$, contínua em todo o seu domínio.
Sabe-se que:

- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$
- $\lim\limits_{x \to 3} f(x) = -2$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} (f(x) + 2x) = 0$

Em qual das opções seguintes as equações definem duas assíntotas do gráfico de f?

(A) $x = -2$ e $y = 1$ **(B)** $x = 3$ e $y = -2x$

(C) $y = -2x$ e $y = 1$ **(D)** $y = 2x$ e $y = -1$

Exame – 2011, Ép. especial

44. Considere a função f, de domínio $[0, +\infty[$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{2-x} - 1}{x-2} & \text{se } 0 \leq x < 2 \\ \\ \dfrac{x+1}{\ln(x+1)} & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

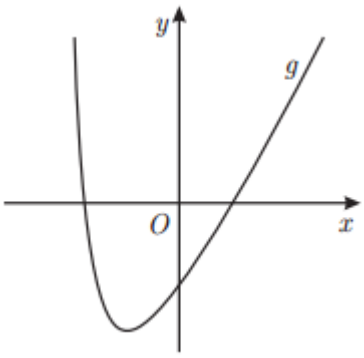
Estude f quanto à existência de assíntotas verticais no seu gráfico, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

Exame – 2011, 2.ª Fase

45. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. xOy, parte do gráfico da função g, de domínio $]-3, +\infty[$

A reta $y = 2x - 4$ é assíntota do gráfico de g

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?



(A) $\lim\limits_{x \to +\infty} (g(x) - 2x - 4) = 0$ **(B)** $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x}{g(x)} = 2$

(C) $\lim\limits_{x \to +\infty} (g(x) - 2x + 4) = 0$ **(D)** $\lim\limits_{x \to +\infty} (g(x) - 2x) = 0$

Exame – 2011, 1.ª Fase

46. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2 + \dfrac{\operatorname{sen}(x-1)}{ex-e} & \text{se } 0 < x < 1 \\ \\ xe^{-x} + 2x & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

O gráfico da função f tem uma assimptota oblíqua.
Determine, sem recorrer à calculadora, a equação reduzida dessa assimptota.

Teste Intermédio 12.º ano – 26.05.2011

47. Considere a função h, de domínio $\mathbb{R}^+$, e a reta de equação $y = -4$, assíntota do gráfico de h

Qual é o valor de $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln\left(\dfrac{1}{2x}\right)}{h(x)}$?

(A) $-\infty$ **(B)** $+\infty$ **(C)** 4 **(D)** 0

Exame – 2010, Ép. especial

48. Seja uma função f, de domínio $\mathbb{R}^+$, e seja a reta de equação $y = 1$ a única assíntota do gráfico de f
Considere a função g, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $g(x) = f(x) + x$
Prove que o gráfico de g tem uma assimptota oblíqua paralela à bissetriz dos quadrantes ímpares.

Exame – 2010, Ép. especial

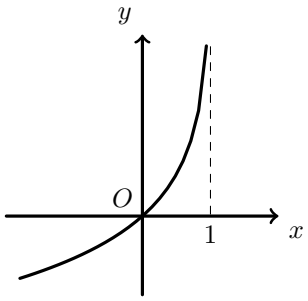
49. Considere a função f, de domínio $]0, +\infty[$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^x - 3x}{x} & \text{se } 0 < x \leq 2 \\ \\ \dfrac{1}{5}x - \ln x & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

Estude a função f quanto à existência de assimptotas oblíquas, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

Exame – 2010, 2.ª Fase

50. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. xOy, parte do gráfico de uma função f, contínua, de domínio $]-\infty, 1[$
Tal como a figura sugere, a reta de equação $x = 1$ é assíntota do gráfico de f



Qual é o valor de $\lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{3x}{f(x)}$?

(A) $-\infty$ **(B)** 3 **(C)** 0 **(D)** $+\infty$

Exame – 2010, 1.ª Fase

51. Considere a função f, de domínio $]-\infty, 2\pi]$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} ax + b + e^x & \text{se } x \leq 0 \\ \dfrac{x - \operatorname{sen}(2x)}{x} & \text{se } 0 < x \leq 2\pi \end{cases}$$

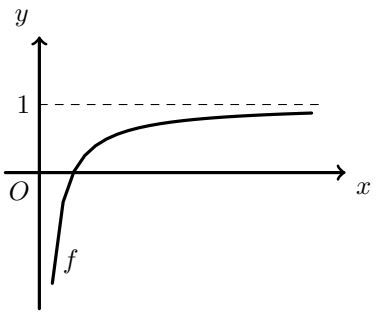
Recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, prove que a reta de equação $y = ax + b$, com $a \neq 0$, é uma assíntota oblíqua do gráfico de f

Exame – 2010, 1.ª Fase

52. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = 3 + 4x^2e^{-x}$
Mostre, usando exclusivamente métodos analíticos, que o gráfico da função f tem uma única assíntota e escreva uma equação dessa assíntota.

Teste Intermédio 12.º ano – 19.05.2010

53. Na figura ao lado, está representada parte do gráfico de uma função f, de domínio $\mathbb{R}^+$



Tal como a figura sugere, a reta de equação $y = 1$ é assíntota do gráfico de f

Indique o valor de $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[\dfrac{\ln x}{x} - f(x) \right]$

(A) -1 **(B)** 0 **(C)** 1 **(D)** $+\infty$

Teste Intermédio 12.º ano – 15.03.2010
Teste Intermédio 12.º ano – 11.03.2009

54. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x-2}{x - \sqrt{2x}} & \text{se } 0 < x < 2 \\ xe^{-x} + x + 1 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$

O gráfico da função f tem uma assíntota oblíqua.
Determine, usando exclusivamente métodos analíticos, a equação reduzida dessa assíntota.

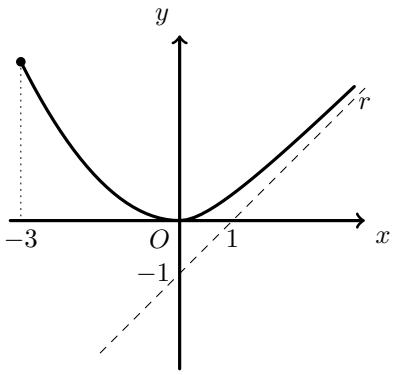
Teste Intermédio 12.º ano – 15.03.2010

55. Considere a função g, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = \dfrac{e^x + 3}{e^x}$.

Estude, **recorrendo a métodos exclusivamente analíticos**, a função g, quanto à existência de assíntotas do seu gráfico e, caso existam, escreva as suas equações.

Exame – 2009, Ép. especial

56. Na figura ao lado, estão representadas parte do gráfico de uma função f, de domínio $[-3, +\infty[$, e parte da reta r, que é a única assíntota do gráfico de f.



Qual é o valor de $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$?

(A) -1 **(B)** 0 **(C)** 1 **(D)** 2

Exame – 2009, 2.ª Fase

57. Considere a função h, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $h(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+4} - x & \text{se } x > 0 \\ 2 & \text{se } x = 0 \\ \dfrac{e^{2x}-1}{x} & \text{se } x < 0 \end{cases}$

Recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, estude a função h quanto à existência de assíntotas do seu gráfico paralelas aos eixos coordenados e, caso existam, escreva as suas equações.

Exame – 2009, 2.ª Fase

58. Sejam f e g duas funções, ambas de domínio $\mathbb{R}^+$.
Sabe-se que:

- $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - 2x) = 0$;
- a função g é definida por $g(x) = f(x) + x^2$.

Prove que o gráfico de g não tem assíntotas oblíquas .

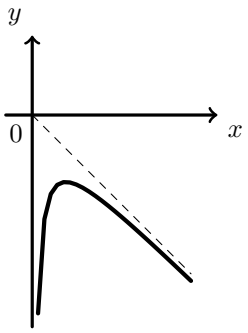
Exame – 2009, 1.ª Fase

59. De uma função g, de domínio $\mathbb{R}^+$, sabe-se que:

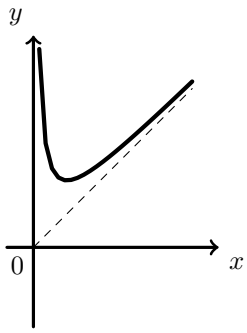
$$\lim_{x \to 0} g(x) = -\infty \text{ e } \lim_{x \to +\infty} [g(x) - x] = 0$$

Em cada uma das alternativas apresentadas abaixo, está representado, em referencial o.n. xOy, o gráfico de uma função e, a tracejado, uma assíntota desse gráfico.
Em qual das alternativas pode estar representado o gráfico de g?

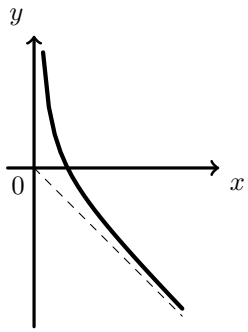
(A)



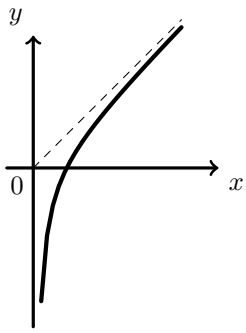
(B)



(C)



(D)



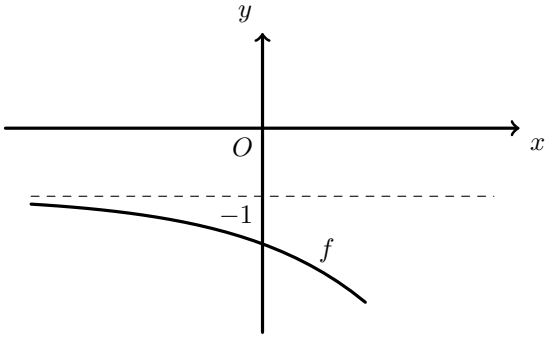
Teste Intermédio 12.º ano – 11.03.2009

60. Seja f a função de domínio $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x^2 - 3}{x^2 - 2x + 1} & \text{se } x < 1 \\ \ln(x) - e^{1-x} & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

Sem recorrer à calculadora, estude a função f quanto à existência de assíntotas do seu gráfico, **paralelas aos eixos coordenados**.
Indique uma equação para cada assíntota encontrada.

Teste Intermédio 12.º ano – 11.03.2009

61. Na figura ao lado está representada parte do gráfico de uma função f, de domínio $\mathbb{R}$, sendo $y = -1$ a única assíntota do seu gráfico.



Qual é o valor do $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{3}{f(x)}$?

(A) $-\infty$ **(B)** -3

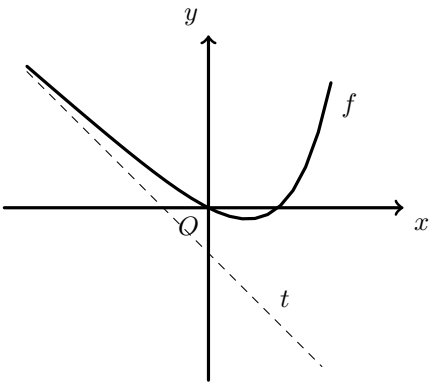
(C) -1 **(D)** 3

Exame – 2008, 2.ª Fase

62. Na figura ao lado, está representada parte do gráfico de uma função f de domínio $]-\infty,2[$
A reta t, de equação $y = -x - 1$, é assíntota do gráfico de f quando x tende para $-\infty$

Qual é o valor do $\lim\limits_{x \to -\infty} (f(x) + x + 1)$?

(A) -1 **(B)** 0 **(C)** 1 **(D)** $+\infty$



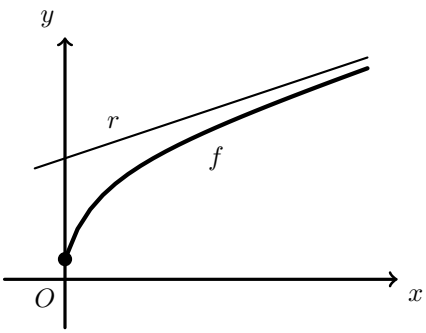
Exame – 2008, 1.ª Fase

63. Na figura ao lado está representada parte do gráfico de uma função f de domínio $[0, +\infty[$
A reta r, de equação , $y = \frac{1}{3}x + 2$ é assíntota do gráfico de f
Seja h a função definida em $[0, +\infty[$ por

$$h(x) = \frac{x}{f(x)}$$

O gráfico de h tem uma assíntota horizontal.
Qual das equações seguintes define essa assíntota?

(A) $y = \frac{1}{3}$ **(B)** $y = \frac{1}{2}$ **(C)** $y = 2$ **(D)** $y = 3$



Teste Intermédio 12.º ano – 29.04.2008

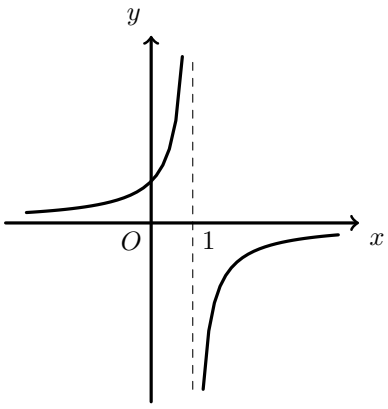
64. Na figura ao lado, está representada parte do gráfico de uma função g, real de variável real.

Tal como a figura sugere, a reta de equação $x = 1$ é assíntota do gráfico da função g

Seja $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a função definida por $h(x) = x - 1$

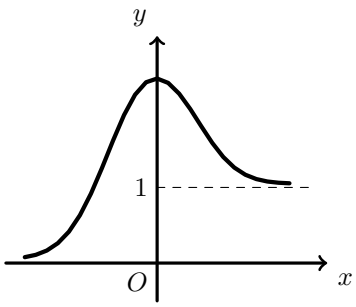
O valor do $\lim\limits_{x \to 1} \frac{h(x)}{g(x)}$ é:

(A) $-\infty$ **(B)** $+\infty$ **(C)** 0 **(D)** 1



Exame – 2007, 2.ª fase

65. Na figura ao lado está parte da representação gráfica de uma função f, de domínio $\mathbb{R}$

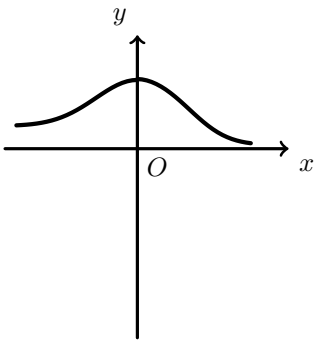


Tal como a figura sugere, o eixo Ox e a reta de equação $y = 1$ são assíntotas do gráfico de f.

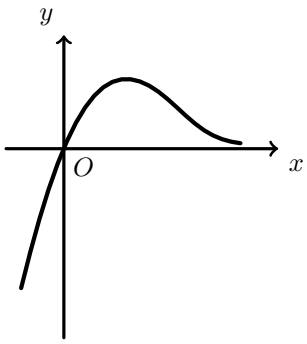
Seja g a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = \ln[f(x)]$

Numa das opções seguintes está parte da representação gráfica da função g.
Em qual delas?

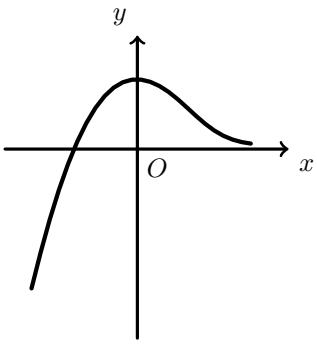
(A)



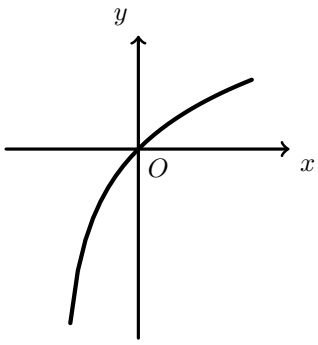
(B)



(C)



(D)



Exame – 2007, 1.ª Fase

66. Seja g uma função de domínio $\mathbb{R}^+$
Sabe-se que a reta de equação $y = 2x + 3$ é assíntota do gráfico de g
Indique o valor de

$$\lim_{x \to +\infty} \left[\frac{g(x)}{x} \times (g(x) - 2x) \right]$$

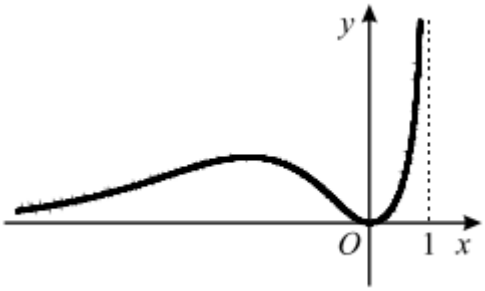
(A) 0 **(B)** 5 **(C)** 6 **(D)** $+\infty$

Teste Intermédio 12.º ano – 15.03.2007

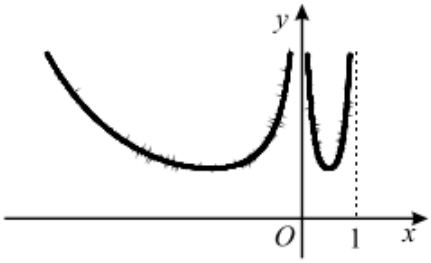
67. Na figura ao lado está representada, em referencial xOy, parte do gráfico de uma função f, de domínio $]-\infty,1[$, contínua em todo o seu domínio.
Tal como a figura sugere, tem-se:

- o gráfico de f contém a origem do referencial;
- as retas de equações $y = 0$ e $x = 1$ são assíntotas do gráfico de f.

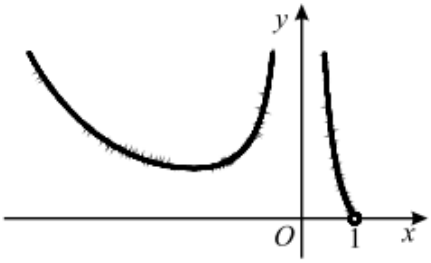
Em qual das opções seguintes poderá estar representada, em referencial xOy, parte do gráfico de $\frac{1}{f}$?



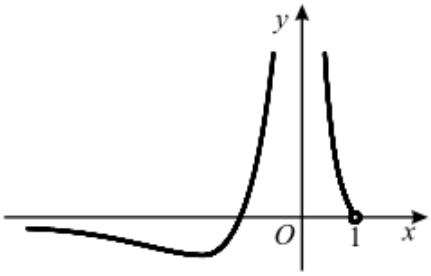
(A)



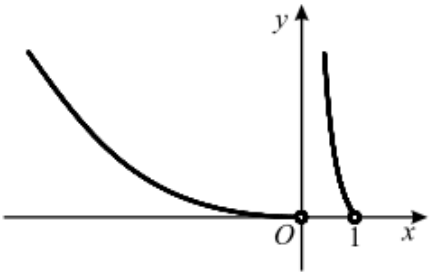
(B)



(C)



(D)



Teste Intermédio 12.º ano – 15.03.2007

68. Seja a função f, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{\ln x} & \text{se } 0 < x < 1 \\ xe^{2-x} & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

Sem recorrer à calculadora, estude a função f quanto à existência de assíntotas do seu gráfico.

Exame – 2006, Ép. especial

69. Seja f a função, de domínio $]1,+\infty[$, definida por $f(x) = x + x\ln(x-1)$.
Sem recorrer à calculadora, estude a função quanto à existência de assimptotas do seu gráfico.

Exame – 2006, 2.ª fase

70. De uma certa função f, de domínio $\mathbb{R}$, sabe-se que:

- f é contínua;
- a reta de equação $y = x$ é assíntota do gráfico de f, quer quando $x \to +\infty$, quer quando $x \to -\infty$.

Mostre que o gráfico da função g, definida, em $\mathbb{R}$, por $g(x) = xf(x)$, não tem qualquer assíntota.

Exame – 2006, 1.ª fase

71. Considere a função f, de domínio $]0, +\infty[$, definida por $f(x) = \dfrac{1 - \ln x}{x}$ (ln designa logaritmo de base e).
Sem recorrer à calculadora, estude a função f quanto à existência de assíntotas do seu gráfico, paralelas aos eixos coordenados.

Teste Intermédio 12.º ano – 17.03.2006

72. De uma função g, de domínio $]0, +\infty[$, sabe-se que:
- não tem zeros;
- a reta de equação $y = x + 2$ é assíntota do seu gráfico.

Seja h a função, de domínio $]0, +\infty[$, definida por $h(x) = \dfrac{x^2}{g(x)}$

Prove que a reta de equação $y = x - 2$ é assíntota do gráfico de h.

Teste Intermédio 12.º ano – 17.03.2006

73. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{3\}$, definida por $f(x) = \dfrac{x-2}{x-3}$
Em cada uma das opções seguintes estão escritas duas equações.
Em qual das opções as duas equações definem as assíntotas do gráfico de f?

(A) $x = 2$ e $y = 1$ **(B)** $x = 2$ e $y = 2$

(C) $x = 3$ e $y = 1$ **(D)** $x = 3$ e $y = 2$

Exame – 2005, Ép. especial (cód. 435)

74. Considere uma função f, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{5\}$, contínua em todo o seu domínio.
Sabe-se que:
- $\lim\limits_{x \to 5} f(x) = 3$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - x] = 0$

Em cada uma das opções seguintes, estão escritas duas equações, representando cada uma delas uma reta.
Em qual das opções as duas retas assim definidas são as assíntotas do gráfico da função f?

(A) $y = x$ e $y = 2$ **(B)** $y = 2$ e $x = 5$

(C) $y = x$ e $x = 5$ **(D)** $y = -3$ e $x = 2$

Exame – 2005, 1.ª fase (cód. 435)

75. Seja g uma função de domínio $\mathbb{R}^+$.
Sabe-se que:

- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{g(x)+x}{x} = 4$
- o gráfico de g tem uma assíntota oblíqua.

Qual das condições seguintes pode ser uma equação dessa assíntota?

(A) $y = x + 3$ **(B)** $y = 3x$ **(C)** $y = x + 4$ **(D)** $y = 4x$

Exame – 2004, Ép. especial (cód. 435)

76. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, definida por $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{x}$

Sem recorrer à calculadora, estude a função f quanto à existência de assíntotas do seu gráfico, paralelas aos eixos coordenados.

Exame – 2004, 2.ª Fase (cód. 435)

77. Seja g uma função de domínio $\mathbb{R}$, não identicamente nula, contínua em todo o seu domínio.
Seja $h = \dfrac{1}{g}$
Relativamente ao gráfico de h, sabe-se que:

- é simétrico relativamente ao eixo Oy
- tem uma única assíntota vertical
- tem uma assíntota horizontal

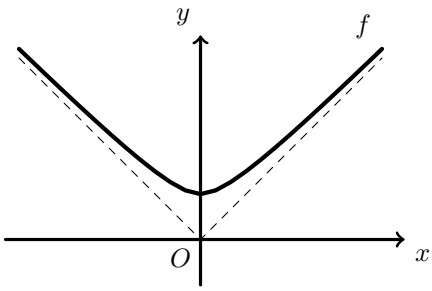
Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) $g(0) = 0$ **(B)** $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = 0$

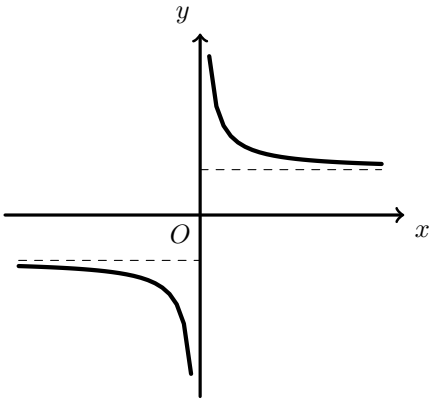
(C) g é uma função ímpar **(D)** g é estritamente crescente

Exame – 2003, Prova para militares (cód. 435)

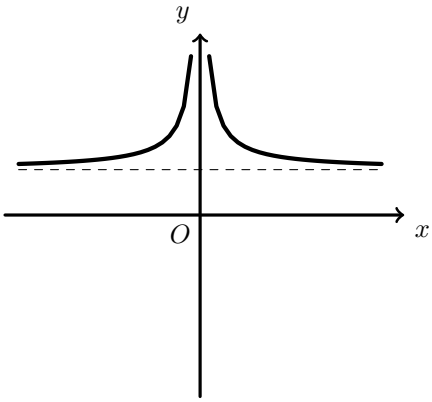
78. Na figura ao lado está representada parte do gráfico de uma função f de domínio $\mathbb{R}$, contínua em todo o seu domínio.
A bissetriz dos quadrantes pares e a bissetriz dos quadrantes ímpares são assimptotas do gráfico de f.
Indique em qual das figuras seguintes pode estar representada parte do gráfico da função g definida por $g(x) = \dfrac{f(x)}{x}$



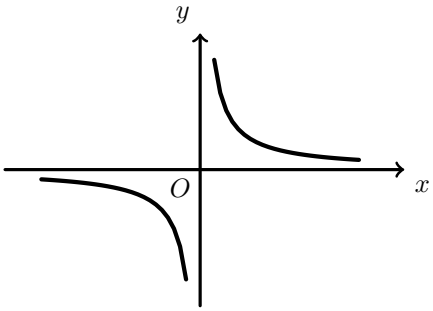
(A)



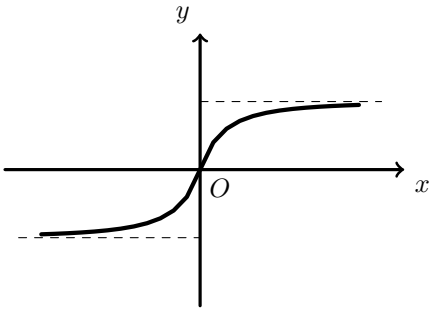
(B)



(C)



(D)



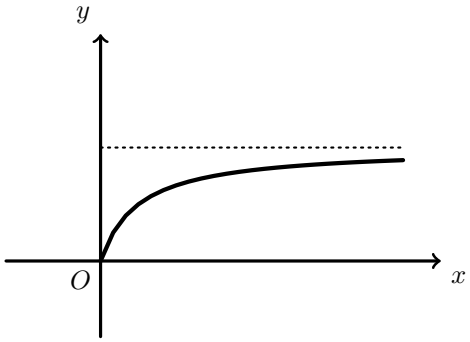
Exame – 2003, 1.ª fase - 2.ª chamada (cód. 435)

79. Considere uma função g de domínio $[0, +\infty[$, contínua em todo o seu domínio.
Sabe-se que:

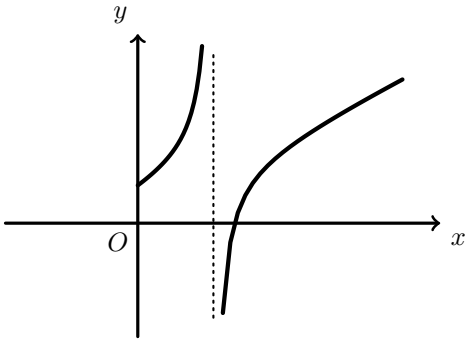
- O gráfico de g tem uma única assíntota
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{g(x)}{x} = \dfrac{1}{2}$

Em qual das alternativas seguintes podem estar representadas, em referencial o. n. xOy, parte do gráfico da função g e, a tracejado, a sua assíntota?

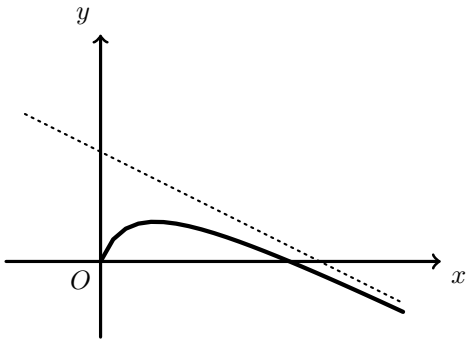
(A)



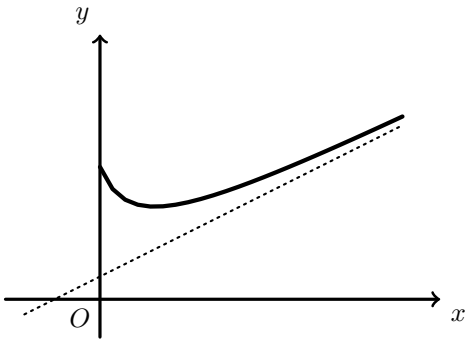
(B)



(C)



(D)

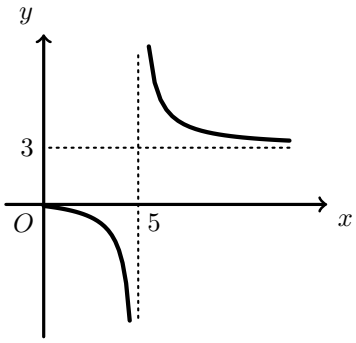


Exame – 2003, 1.ª fase - 1.ª chamada (cód. 435)

80. Na figura ao lado está representada parte do gráfico de uma função h, de domínio $[0{,}5[\cup]5, +\infty[$

As retas de equações $x = 5$ e $y = 3$ são as únicas assíntotas do gráfico de h.

Indique o valor de $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{h(x)}{3 + e^{-x}}$



(A) 0 **(B)** 1 **(C)** 5 **(D)** $+\infty$

Exame – 2003, 1.ª fase - 1.ª chamada (cód. 435)

81. De uma função f, de domínio $[0, +\infty[$, sabe-se que as retas de equações $y = 1$ e $x = 2$ são assíntotas do seu gráfico.
Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) A função f é contínua em todo o seu domínio.

(B) A função $|f|$ tem máximo absoluto

(C) O gráfico de f não tem assíntota oblíqua.

(D) O gráfico de $-f$ não tem assimptota vertical

Exame – 2002, Prova para militares (cód. 435)

82. Considere a função f de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = \frac{1}{3} + 2e^{1-x}$
Utilizando métodos exclusivamente analíticos, estude a função f quanto à existência de assíntotas do seu gráfico paralelas aos eixos coordenados.

Exame – 2002, 2.ª Fase (cód. 435)

83. De uma função h, de domínio $\mathbb{R}^-$, sabe-se que a reta de equação $y = 2$ é assíntota do seu gráfico.

Qual é o valor de $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{h(x)}{e^x}$?

(A) $+\infty$ **(B)** $-\infty$ **(C)** 0 **(D)** 2

Exame – 2002, 1.ª fase - 2.ª chamada (cód. 435)

84. O gráfico da função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = 0{,}1 + 0{,}2e^{0{,}3x}$ uma única assíntota.
Qual das condições seguintes é uma equação dessa assíntota?

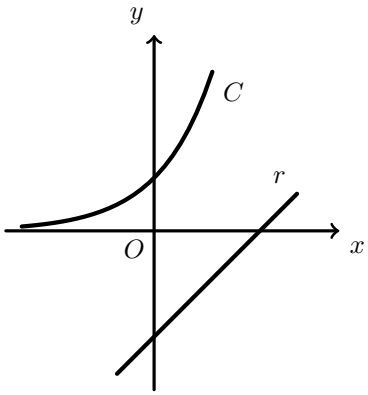
(A) $y = 0$ **(B)** $y = 0{,}1$ **(C)** $y = 0{,}2$ **(D)** $y = 0{,}3$

Exame – 2002, 1.ª fase - 1.ª chamada (cód. 435)

85. Na figura ao lado estão representadas, em referencial o. n. xOy

- uma curva C, gráfico da função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = e^x$
- uma reta r, gráfico da função g, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = x - 2$

Estude a função $f + g$ quanto à existência de assimptotas do seu gráfico, utilizando métodos exclusivamente analíticos.



Exame – 2001, Ép. especial (cód. 435)

86. De uma função g, de domínio $\mathbb{R}^+$, sabe-se que a bissetriz dos quadrantes ímpares é uma assíntota do seu gráfico.
Seja h a função, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $h(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

Prove que o eixo Ox é uma assíntota do gráfico de h.

Exame – 2001, 1.ª fase - 2.ª chamada (cód. 435)

87. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $f(x) = 3x - 2\ln x$ (ln designa o logaritmo de base e).
Estude f quanto à existência de assíntotas do seu gráfico, utilizando métodos exclusivamente analíticos.

Exame – 2001, 1.ª fase - 1.ª chamada (cód. 435)

88. Malmequeres de Baixo é uma povoação com **cinco mil** habitantes.
Num certo, dia ocorreu um acidente em Malmequeres de Baixo, que foi testemunhado por algumas pessoas.
Admita que, t horas depois do acidente o número (expresso em **milhares**) de habitantes de Malmequeres de Baixo que sabiam do ocorrido eram, aproximadamente,

$$f(t) = \frac{5}{1 + 124e^{-0{,}3t}}\ ,\ \ t \geq 0$$

Recorrendo exclusivamente a processos analíticos, estude a função f quanto à existência de assíntotas do seu gráfico. Interprete a conclusão a que chegou, no contexto do problema.

Exame – 2001, Prova modelo (cód. 435)

89. Sejam f e g duas funções de domínio $\mathbb{R}$.
Sabe-se que:

- o gráfico de g é uma reta, que designamos por s
- $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - g(x)) = 0$

Qual das afirmações seguinte é **necessariamente verdadeira**?

(A) A reta s é tangente ao gráfico de f

(B) A reta s é secante ao gráfico de f

(C) A reta s não interseta o gráfico de f

(D) A reta s é um assíntota do gráfico de f

Exame – 2000, 2.ª Fase (cód. 435)

90. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, definida por $f(x) = \dfrac{e^x}{x-1}$

Estude a função f quanto à existência de assíntotas verticais e horizontais do seu gráfico, recorrendo exclusivamente a processos analíticos.

Exame – 2000, 1.ª fase - 2.ª chamada (cód. 435)

91. Considere uma função f de domínio $\mathbb{R}^+$. Admita que f é positiva e que o eixo Ox é assíntota do gráfico de f. Mostre que o gráfico da função $\dfrac{1}{f}$ não tem assíntota horizontal.

Exame – 2000, 1ª fase - 1ª chamada (cód. 435)

92. De uma função f, contínua em $\mathbb{R}$, sabe-se que:

- f é estritamente crescente
- $f(0) = 1$
- O eixo Ox e a bissetriz dos quadrantes ímpares são assíntotas do gráfico de f

Qual é o contradomínio de f ?

(A) $[-1, +\infty[$ **(B)** $]-\infty, 1]$ **(C)** $]0, +\infty[$ **(D)** $]-\infty, 0[$

Exame – 2000, Prova modelo (cód. 435)

93. De uma certa função g sabe-se que

$$\lim_{x \to 3^-} g(x) = +\infty \qquad g(3) = 1 \qquad \lim_{x \to 3^+} g(x) = 2$$

Qual das afirmações seguintes é verdadeira ?

(A) O contradomínio da função g é o intervalo $[2, +\infty[$

(B) A reta de equação $x = 3$ é assíntota do gráfico da função g

(C) 3 não pertence ao domínio da função g

(D) Existe $\lim\limits_{x \to 3} g(x)$

Exame – 2000, Prova para militares (cód. 135)