

MATEMÁTICA A - 12º Ano

Probabilidades - Demonstrações

Exercícios de exames e testes intermédios

1. Seja Ω , conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$), com $P(A) \neq 0$

Prove que $P(A \cup \bar{B}) - 1 + P(B) = P(A) \times P(B|A)$

Exame – 2015, 2ª Fase

2. Seja Ω , conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Sabe-se que:

- A e \bar{A} são acontecimentos equiprováveis;
- A e B são acontecimentos independentes.

Mostre que $2P(A \cup B) = 1 + P(B)$

Exame – 2014, Ép. especial

3. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Sabe-se que:

- A e B são incompatíveis;
- $P(A) \neq 0$ e $P(B) \neq 0$

Mostre que as probabilidades $P(A)$, $P(A|B)$ e $P(\bar{B}|A)$ são todas diferentes e escreva-as por ordem crescente.

Teste Intermédio 12º ano – 29.11.2013

4. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Mostre que, se A e B são dois acontecimentos independentes, então

$$P(\bar{A} \cap B) + P(\bar{A}) \times (1 - P(B)) = P(\bar{A})$$

Exame – 2012, Ép. especial

5. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$), com $P(B) \neq 0$

Mostre que $P(\overline{A \cap B}|B) + P(A|B) = 1$

Exame – 2012, 2ª Fase

6. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos tais que $A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$ e, com $P(B) \neq 0$

Mostre que $P(\overline{A \cap B}|B) = P(\bar{A}|B)$

Exame – 2011, Ép. especial



7. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$), com $P(A) \neq 0$

Mostre que $P(B|A) \geq 1 - \frac{1 - P(B)}{P(A)}$

Exame – 2011, 1ª Fase

8. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$) ambos com probabilidade diferente de zero.

Prove que $P(A \cup B) < P(A|B) \times P(\overline{B}) \Leftrightarrow P(A) + P(B) < P(A|B)$

Teste Intermédio 12º ano – 26.05.2011

9. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos tais que $A \subset \Omega$, $B \subset \Omega$ e $P(B) \neq 0$

Mostre que $\frac{P(A \cup B)}{P(B)} - P(\overline{A}|B) = \frac{P(A)}{P(B)}$

(P designa probabilidade; \overline{A} designa o acontecimento contrário de A ; $P(A|B)$ designa a probabilidade de A , dado B)

Exame – 2010, 2ª Fase

10. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam X e Y dois acontecimentos ($X \subset \Omega$ e $Y \subset \Omega$) de probabilidade não nula. Prove que

$$P(\overline{X} \cap \overline{Y}) = P(X) \times P(Y|X) + P(\overline{X}) - P(Y)$$

(P designa probabilidade, \overline{X} e \overline{Y} designam os acontecimentos contrários de X e de Y , respetivamente, e $P(Y|X)$ designa uma probabilidade condicionada).

Teste Intermédio 12º ano – 19.05.2010

11. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$), com $P(A) > 0$

Prove que: $P(A) \times [P(B|A) - 1] + P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A})$

Nota: $P(B|A)$ designa uma probabilidade condicionada.

Teste Intermédio 12º ano – 04.12.2009

12. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Mostre que $P(B) + P(\overline{A}) + P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 2P(\overline{A}) + P(A \cup B)$.

(P designa probabilidade e \overline{A} designa acontecimento contrário de A .)

Exame – 2009, Ép. especial

13. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos tais que $A \subset \Omega$, $B \subset \Omega$ e $P(B) \neq 0$.

Mostre que $1 - P(A|B) \times P(B) - P(A \cap \overline{B}) = P(\overline{A})$

(P designa probabilidade, \overline{A} designa o acontecimento contrário de A e $P(A|B)$ designa a probabilidade de A dado B .)

Exame – 2009, 2ª Fase



14. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$) de probabilidade não nula.
Considere que \overline{B} designa o acontecimento contrário de B e que $P(A|B)$ e $P(B|A)$ designam probabilidades condicionadas.

Mostre que $P(A|B) - P(\overline{B}) \times P(A|B) = P(A) \times P(B|A)$

Teste Intermédio 12º ano – 10.12.2008

15. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória e sejam A e B dois acontecimentos possíveis ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Mostre que $1 - P(\overline{A \cup B}) + P(A|B) \times P(B) = P(A) + P(B)$
(P designa probabilidade, \overline{A} designa o acontecimento contrário de A e $P(A|B)$ designa a probabilidade de A dado B .)

Exame – 2008, Ép. especial

16. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos possíveis ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Prove que: $P(\overline{A \cup B}) = P(\overline{A}) - P(B) + P(A \cup B)$
(P designa a probabilidade, \overline{A} designa o acontecimento contrário de A e \overline{B} designa o acontecimento contrário de B .)

Exame – 2008, 2ª Fase

17. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$), ambos com probabilidade não nula.
Utilizando a fórmula da probabilidade condicionada e as propriedades das operações com conjuntos, prove que

$$P\left(\left(\overline{A \cap B}\right) | B\right) = P(A|B)$$

Teste Intermédio 12º ano – 17.01.2008

18. Considere um espaço de resultados finito, Ω , associado a uma certa experiência aleatória.
A propósito de dois acontecimentos X e Y ($X \subset \Omega$ e $Y \subset \Omega$), sabe-se que,

- $P(X) = a$
- $P(Y) = b$
- X e Y são independentes.

Mostre que a probabilidade de que X não ocorra nem ocorra Y é igual a

$$1 - a - b + a \times b$$

Exame – 2007, 2ª Fase

19. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$), com $P(A) > 0$.
Sejam \overline{A} e \overline{B} os acontecimentos contrários de A e de B , respetivamente.
Seja $P(B|A)$ a probabilidade de B , se A .

Mostre que: $\frac{P(\overline{B}) - P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(A)} = 1 - P(B|A)$

Teste Intermédio 12º ano – 07.12.2005



20. Seja Ω um espaço de resultados finito, associado a uma experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos possíveis, mas não certos.

Prove que A e B são independentes se, e só se, $P(B|A) = P(B|\bar{A})$.

(P designa probabilidade, \bar{A} designa o acontecimento contrário de A e $P(B|A)$ designa a probabilidade de B , se A).

Exame – 2004, Ép. especial

21. Seja S o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos possíveis ($A \subset S$ e $B \subset S$).

Prove que

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}) - P(B) + P(A|B) \times P(B)$$

(P designa probabilidade, \bar{A} e \bar{B} designam os acontecimentos contrários de A e de B respetivamente, $P(A|B)$ designa a probabilidade de A , se B).

Exame – 2002, 1ª Fase – 1ª chamada

22. Seja S o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória.
Sejam E_1 e E_2 dois acontecimentos possíveis ($E_1 \subset S$ e $E_2 \subset S$).

Prove que $P(\bar{E}_1 \cup \bar{E}_2) = 1 - P(E_1) \times P(E_2|E_1)$

(P designa probabilidade, \bar{E}_1 e \bar{E}_2 designam os acontecimentos contrários de E_1 e de E_2 e $P(E_2|E_1)$ designa a probabilidade de E_2 , se E_1).

Exame – 2000, 2ª Fase

23. Seja S o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos (A e B são portanto, subconjuntos de S).

Prove que

$$P(A) + P(B) + P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 + P(A \cap B)$$

(P designa probabilidade e \bar{A} e \bar{B} designam os acontecimentos contrários de A e de B .)

Prova modelo – 2000

