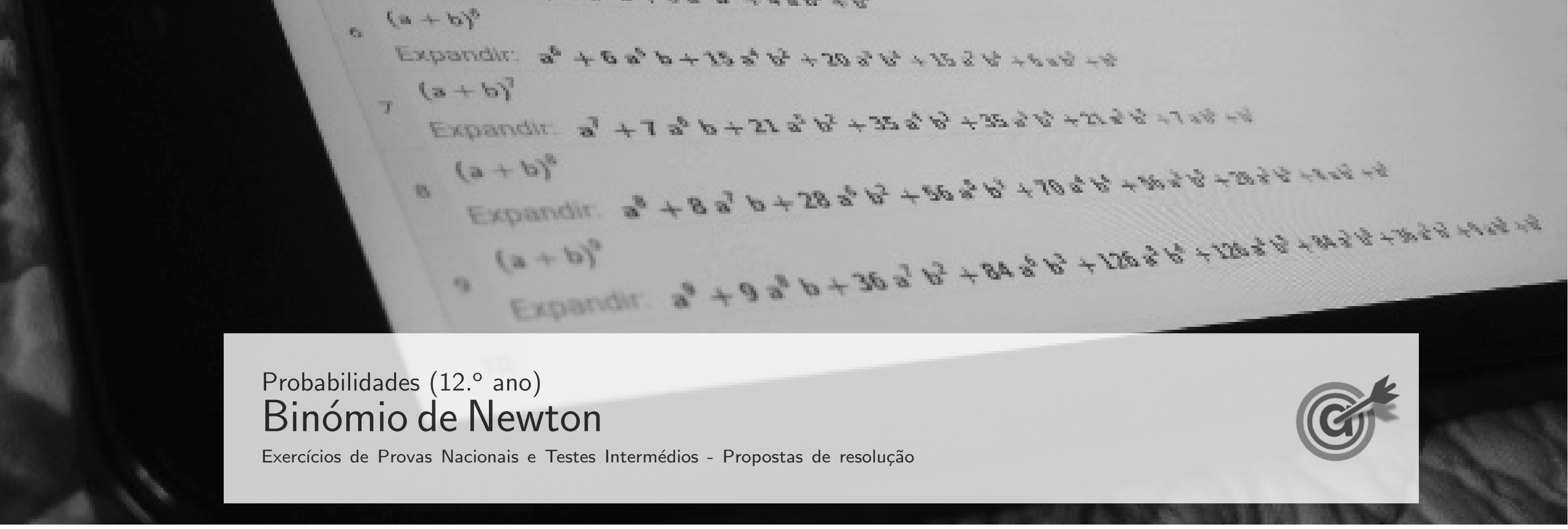

Probabilidades (12.º ano)

Binómio de Newton

Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios - Propostas de resolução

1. Pela fórmula do binómio de Newton, sabemos que todos os termos do desenvolvimento de $\left(\frac{2}{x}+x\right)^{10}$ são da forma

$$^{10}C_k \left(\frac{2}{x}\right)^{10-k} (x)^k = {}^{10}C_k \frac{2^{10-k}(x)^k}{x^{10-k}} \ , \ \ k \in \{0,1,...,10\}$$

Ou seja, o termo que não depende da variável x é o termo em que $\frac{2^{10-k}(x)^k}{x^{10-k}} = 2^{10-k} \times \frac{(x)^k}{x^{10-k}} = 2^{10-k} \times 1$, ou seja, em que, $k = 10-k$

Assim, temos que, $k = 10-k \;\;\Leftrightarrow\;\; 2k = 10 \;\;\Leftrightarrow\;\; k = 5$

Logo, no termo em causa, $k = 5$, ou seja, é o termo

$$^{10}C_5 \left(\frac{2}{5}\right)^{10-5} (x)^5 = {}^{10}C_5 \left(\frac{2}{5}\right)^{5} (x)^5 = {}^{10}C_5 \frac{2^5 \times x^5}{x^5} = {}^{10}C_5 \times 2^5 = \ 8\,064$$

Resposta: **Opção B**

Exame – 2014, 2.ª Fase

2. Pela fórmula do binómio de Newton, sabemos que todos os termos do desenvolvimento de $(x^2+2)^6$ são da forma

$$^{6}C_k (x^2)^{6-k}(2)^k \ , \ \ k \in \{0,1,...,6\}$$

O termo de grau 6, é obtido para quando o expoente de x^2 é 3, porque $(x^2)^3 = x^{2\times 3} = x^6$.
Assim temos que

$$6-k = 3 \;\;\Leftrightarrow\;\; 6-3 = k \;\;\Leftrightarrow\;\; 3 = k$$

Logo, o termo de grau 6 é

$$^{6}C_3 (x^2)^{6-3}(2)^3 = 20 \times (x^2)^3 \times 8 = 20 \times 8 \times x^6 = 160x^6$$

Resposta: **Opção D**

Teste Intermédio 12.º ano – 29.11.2013

3. Pela fórmula do binómio de Newton, sabemos que todos os termos do desenvolvimento de $(x+2)^5$ são da forma

$$^{5}C_k (x)^{5-k}(2)^k \ , \ \ k \in \{0,1,...,5\}$$

O termo do desenvolvimento do binómio, obtido para $k = 2$, é

$$^{5}C_2 (x)^{5-2}(2)^2 = 10 \times x^3 \times 2^2 = 10 \times 4 \times x^3 = 40x^3$$

Ou seja, é um monómio da forma kx^3, com $k = 40$.

Resposta: **Opção C**

Exame – 2006, Ép. especial

4. Recorrendo ao binómio de Newton, temos que o desenvolvimento de

$$(x+1)^4 = 1 \times x^4 \times 1^0 + 4 \times x^3 \times 1^1 + 6 \times x^2 \times 1^2 + 4 \times x^1 \times 1^3 + 1 \times x^0 \times 1^4 =$$

$$= x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$$

E assim:

$$(x+1)^4 = x^4 + 4x^3 + x + 1 \Leftrightarrow x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1 = x^4 + 4x^3 + x + 1 \Leftrightarrow 6x^2 + 4x = x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6x^2 + 4x - x = 0 \Leftrightarrow 6x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x(6x+3) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 6x + 3 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee 6x = -3 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -\frac{3}{6} \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -\frac{1}{2}$$

Pelo que a equação $(x+1)^4 = x^4 + 4x^3 + x + 1$ tem **duas soluções**.

Resposta: **Opção B**

Exame – 2001, 1.ª Fase – 1.ª chamada (prog. antigo)

5. Pela fórmula do binómio de Newton, sabemos que todos os termos do desenvolvimento de $(\pi + e)^n$ são da forma

$$^nC_k (\pi)^{n-k} (e)^k \ , \ \ k \in \{0,1,...,n\}$$

Como um dos termos do desenvolvimento de $(\pi + e)^n$ é $120\pi^7 e^3$, temos que $k = 3$ e $n - k = 7$.

Assim, $n - 3 = 7 \Leftrightarrow n = 7 + 3 \Leftrightarrow n = 10$

Resposta: **Opção A**

Exame – 1999, Prova para militares (prog. antigo)

6.
- Como $(10^{20}+1)^6 = \sum\limits_{k=0}^{6} {^6C_k} \left(10^{20}\right)^{6-k} 1^k$
  logo $(10^{20}+1)^6$ é a soma de 7 parcelas, das quais apenas 3 são apresentadas na afirmação da opção (A), ou seja $(10^{20}+1)^6 > {^6C_0}\left(10^{20}\right)^{6-0}1^0 + {^6C_5}\left(10^{20}\right)^{6-5}1^5 + {^6C_6}\left(10^{20}\right)^{6-6}1^6$
- Como $(10^{20}+1)^7 = \sum\limits_{k=0}^{7} {^7C_k} \left(10^{20}\right)^{7-k} 1^k$
  logo $(10^{20}+1)^7$ é a soma de 8 parcelas, das quais apenas 2 são apresentadas na afirmação da opção (B), ou seja $(10^{20}+1)^7 > {^7C_0}\left(10^{20}\right)^{7-0}1^0 + {^7C_7}\left(10^{20}\right)^{7-7}1^7$
- Como $(10^{20}+1)^8 = \sum\limits_{k=0}^{8} {^8C_k} \left(10^{20}\right)^{8-k} 1^k$
  logo $(10^{20}+1)^7$ é a soma de 9 parcelas, das quais apenas 2 são apresentadas na afirmação da opção (C), ou seja, **a afirmação é verdadeira**, porque
  $(10^{20}+1)^8 > {^8C_0}\left(10^{20}\right)^{8-0}1^0 + {^8C_7}\left(10^{20}\right)^{8-7}1^7 + {^8C_8}\left(10^{20}\right)^{8-8}1^8$
- Como $(10^{20}+1)^9 = \sum\limits_{k=0}^{9} {^9C_k} \left(10^{20}\right)^{9-k} 1^k$
  logo $(10^{20}+1)^7$ é a soma de 10 parcelas, das quais apenas 2 são apresentadas na afirmação da opção (D), ou seja $(10^{20}+1)^7 > {^9C_0}\left(10^{20}\right)^{9-0}1^0 + {^9C_9}\left(10^{20}\right)^{9-9}1^9$

Resposta: **Opção C**

Exame – 1999, Ép. especial (prog. antigo)

7. Recorrendo ao binómio de Newton, temos que o desenvolvimento de

$$(x+1)^4 = 1 \times x^4 \times 1^0 + 4 \times x^3 \times 1^1 + 6 \times x^2 \times 1^2 + 4 \times x^1 \times 1^3 + 1 \times x^0 \times 1^4 =$$

$$= x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$$

E assim:

$$(x+1)^4 = 4x^3 + 6x^2 \quad \Leftrightarrow \quad x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1 = 4x^3 + 6x^2 \quad \Leftrightarrow \quad x^4 + 4x + 1 = 0$$

Resposta: **Opção D**

Exame – 1998, 1.ª Fase – 2.ª chamada (prog. antigo)