MATEMÁTICA A - 12º Ano
Probabilidades - Binómio de Newton
Propostas de resolução

Exercícios de exames e testes intermédios

1. Pela fórmula do binómio de Newton, sabemos que todos os termos do desenvolvimento de $\left(\frac{2}{x}+x\right)^{10}$ são da forma

$$^{10}C_k\left(\frac{2}{x}\right)^{10-k}(x)^k = {}^{10}C_k\frac{2^{10-k}(x)^k}{x^{10-k}}\ ,\ \ k\in\{0,1,...,10\}$$

Ou seja, o termo que não depende da variável x é o termo em que $\frac{2^{10-k}(x)^k}{x^{10-k}} = 2^{10-k}\times\frac{(x)^k}{x^{10-k}} = 2^{10-k}\times 1$, ou seja, em que, $k = 10-k$

Assim, temos que, $k=10-k \ \Leftrightarrow\ 2k=10 \ \Leftrightarrow\ k=5$

Logo, no termo em causa, $k=5$, ou seja, é o termo

$$^{10}C_5\left(\frac{2}{5}\right)^{10-5}(x)^5 = {}^{10}C_5\left(\frac{2}{5}\right)^5(x)^5 = {}^{10}C_5\frac{2^5\times x^5}{x^5} = {}^{10}C_5\times 2^5 = \ 8\,064$$

Resposta: **Opção B**

Exame – 2014, 2ª Fase

2. Pela fórmula do binómio de Newton, sabemos que todos os termos do desenvolvimento de $(x^2+2)^6$ são da forma

$$^6C_k(x^2)^{6-k}(2)^k\ ,\ \ k\in\{0,1,...,6\}$$

O termo de grau 6, é obtido para quando o expoente de x^2 é 3, porque $(x^2)^3 = x^{2\times 3} = x^6$.

Assim temos que

$$6-k=3 \ \Leftrightarrow\ 6-3=k \ \Leftrightarrow\ 3=k$$

Logo, o termo de grau 6 é

$$^6C_3(x^2)^{6-3}(2)^3 = 20\times(x^2)^3\times 8 = 20\times 8\times x^6 = 160x^6$$

Resposta: **Opção D**

Teste Intermédio 12º ano – 29.11.2013

3. Pela fórmula do binómio de Newton, sabemos que todos os termos do desenvolvimento de $(x+2)^5$ são da forma

$$^5C_k(x)^{5-k}(2)^k\ ,\ \ k\in\{0,1,...,5\}$$

O termo do desenvolvimento do binómio, obtido para $k=2$, é

$$^5C_2(x)^{5-2}(2)^2 = 10\times x^3\times 2^2 = 10\times 4\times x^3 = 40x^3$$

Ou seja, é um monómio da forma kx^3, com $k=40$.

Resposta: **Opção C**

Exame – 2006, Ép. especial

4. Recorrendo ao binómio de Newton, temos que o desenvolvimento de

$$(x+1)^4 = 1\times x^4\times 1^0 + 4\times x^3\times 1^1 + 6\times x^2\times 1^2 + 4\times x^1\times 1^3 + 1\times x^0\times 1^4 =$$
$$= x^4+4x^3+6x^2+4x+1$$

E assim:

$$(x+1)^4 = x^4+4x^3+x+1 \;\Leftrightarrow\; x^4+4x^3+6x^2+4x+1 = x^4+4x^3+x+1 \;\Leftrightarrow\; 6x^2+4x = x \;\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\; 6x^2+4x-x=0 \;\Leftrightarrow\; 6x^2+3x=0 \;\Leftrightarrow\; x(6x+3)=0 \;\Leftrightarrow\; x=0 \vee 6x+3=0 \;\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\; x=0 \vee 6x=-3 \;\Leftrightarrow\; x=0 \vee x=-\frac{3}{6} \;\Leftrightarrow\; x=0 \vee x=-\frac{1}{2}$$

Pelo que a equação $(x+1)^4 = x^4+4x^3+x+1$ tem **duas soluções**.

Resposta: **Opção B**

Exame – 2001, 1ª Fase – 1ª chamada (prog. antigo)

5. Pela fórmula do binómio de Newton, sabemos que todos os termos do desenvolvimento de $(\pi+e)^n$ são da forma

$$^nC_k(\pi)^{n-k}(e)^k\,,\ \ k\in\{0,1,...,n\}$$

Como um dos termos do desenvolvimento de $(\pi+e)^n$ é $120\pi^7e^3$, temos que $k=3$ e $n-k=7$.

Assim, $n-3=7 \;\Leftrightarrow\; n=7+3 \;\Leftrightarrow\; n=10$

Resposta: **Opção A**

Exame – 1999, Prova para militares (prog. antigo)

6.
- Como $(10^{20}+1)^6 = \sum_{k=0}^{6} {}^6C_k\left(10^{20}\right)^{6-k}1^k$

  logo $(10^{20}+1)^6$ é a soma de 7 parcelas, das quais apenas 3 são apresentadas na afirmação da opção (A), ou seja $(10^{20}+1)^6 > {}^6C_0\left(10^{20}\right)^{6-0}1^0 + {}^6C_5\left(10^{20}\right)^{6-5}1^5 + {}^6C_6\left(10^{20}\right)^{6-6}1^6$
- Como $(10^{20}+1)^7 = \sum_{k=0}^{7} {}^7C_k\left(10^{20}\right)^{7-k}1^k$

  logo $(10^{20}+1)^7$ é a soma de 8 parcelas, das quais apenas 2 são apresentadas na afirmação da opção (B), ou seja $(10^{20}+1)^7 > {}^7C_0\left(10^{20}\right)^{7-0}1^0 + {}^7C_7\left(10^{20}\right)^{7-7}1^7$
- Como $(10^{20}+1)^8 = \sum_{k=0}^{8} {}^8C_k\left(10^{20}\right)^{8-k}1^k$

  logo $(10^{20}+1)^7$ é a soma de 9 parcelas, das quais apenas 2 são apresentadas na afirmação da opção (C), ou seja, **a afirmação é verdadeira**, porque
  $(10^{20}+1)^8 > {}^8C_0\left(10^{20}\right)^{8-0}1^0 + {}^8C_7\left(10^{20}\right)^{8-7}1^7 + {}^8C_8\left(10^{20}\right)^{8-8}1^8$
- Como $(10^{20}+1)^9 = \sum_{k=0}^{9} {}^9C_k\left(10^{20}\right)^{9-k}1^k$

  logo $(10^{20}+1)^7$ é a soma de 10 parcelas, das quais apenas 2 são apresentadas na afirmação da opção (D), ou seja $(10^{20}+1)^7 > {}^9C_0\left(10^{20}\right)^{9-0}1^0 + {}^9C_9\left(10^{20}\right)^{9-9}1^9$

Resposta: **Opção C**

Exame – 1999, Ép. especial (prog. antigo)

7. Recorrendo ao binómio de Newton, temos que o desenvolvimento de

$$(x+1)^4 = 1\times x^4\times 1^0 + 4\times x^3\times 1^1 + 6\times x^2\times 1^2 + 4\times x^1\times 1^3 + 1\times x^0\times 1^4 =$$
$$= x^4+4x^3+6x^2+4x+1$$

E assim:

$$(x+1)^4 = 4x^3+6x^2 \;\Leftrightarrow\; x^4+4x^3+6x^2+4x+1 = 4x^3+6x^2 \;\Leftrightarrow\; x^4+4x+1=0$$

Resposta: **Opção D**

Exame – 1998, 1ª Fase – 2ª chamada (prog. antigo)