

# MATEMÁTICA A - 12º Ano

## Probabilidades - Cálculo combinatório: Problemas de Contagem

### Exercícios de exames e testes intermédios

1. Com cinco pessoas, quantos conjuntos com, pelo menos, três pessoas é possível formar?

- (A) 60      (B) 81      (C) 10      (D) 16

Exame – 2018, Ép. especial

2. Dispõe-se de catorze caracteres (a saber: os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e as vogais  $a, e, i, o, u$ ) para formar códigos de quatro caracteres.

Quantos códigos iniciados por uma vogal seguida de três algarismos diferentes se podem formar?

- (A) 420      (B) 504      (C) 1840      (D) 2520

Exame – 2018, 2ª Fase

3. Uma escola dedica-se ao ensino de Espanhol e de Inglês, entre outras línguas.

Doze alunos dessa escola, quatro de Espanhol e oito de Inglês, dispõem-se lado a lado em linha reta para tirar uma fotografia.

De quantas maneiras se podem dispor os doze alunos, de modo que os alunos da mesma disciplina fiquem juntos?

- (A) 40 320      (B) 80 64048      (C) 967 680      (D) 1 935 360

Exame – 2018, 1ª Fase

4. Com os algarismos 0, 1, 2, 3 e 4, quantos números naturais maiores do que 20 000 e com os cinco algarismos todos diferentes é possível formar?

- (A) 24      (B) 48      (C) 72      (D) 96

Exame – 2017, Ép. especial

5. Considere todos os números naturais de cinco algarismos diferentes que se podem formar com os algarismos 1, 2, 3, 4, e 5

Destes números, quantos têm os algarismos pares um a seguir ao outro?

- (A) 24      (B) 48      (C) 72      (D) 96

Exame – 2017, 2ª Fase

6. Considere todos os números naturais de quatro algarismos que se podem formar com os algarismos de 1 a 9

Destes números, quantos são múltiplos de 5 ?

- (A) 729      (B) 1 458      (C) 3 645      (D) 6 561

Exame – 2017, 1ª Fase



7. Considere nove fichas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 9

Na figura seguinte, está representado um tabuleiro com 16 casas, dispostas em quatro filas horizontais (A, B, C e D) e em quatro filas verticais (1, 2, 3 e 4)

Pretende-se dispor as nove fichas (numeradas de 1 a 9) no tabuleiro, de modo que cada ficha ocupe uma única casa e que cada casa não seja ocupada por mais do que uma ficha.

De quantas maneiras diferentes é possível dispor as nove fichas, de tal forma que as que têm número par ocupem uma única fila horizontal?

	1	2	3	4
A				
B				
C				
D				

Exame – 2016, 2ª Fase

8. Considere nove bolas, quatro numeradas com o número 1, quatro com o número 2 e uma com o número 4.

Considere agora que se colocam as nove bolas lado a lado, de modo a formar um número com nove algarismos.

Quantos números ímpares diferentes se podem obter?

Exame – 2016, 1ª Fase

9. Nove jovens, três rapazes e seis raparigas, vão dispor-se, lado a lado, para uma fotografia. De quantas maneiras o podem fazer, de modo que os rapazes fiquem juntos?

(A) 40 140      (B) 30 240      (C) 20 340      (D) 10 440

Exame – 2015, Ép. especial

10. Dois rapazes e quatro raparigas vão sentar-se num banco corrido com seis lugares. De quantas maneiras o podem fazer, de modo que fique um rapaz em cada extremidade do banco?

(A) 12      (B) 24      (C) 48      (D) 60

Exame – 2015, 1ª Fase

11. Considere todos os números ímpares com cinco algarismos. Quantos desses números têm quatro algarismos pares e são superiores a 20 000 ?

(A)  $5^4$       (B)  $5^5$       (C)  $3 \times 5^4$       (D)  $4 \times 5^4$

Exame – 2014, Ép. especial

12. Considere todos os números naturais de dez algarismos que se podem escrever com os algarismos de 1 a 9. Quantos desses números têm exatamente seis algarismos 2?

(A)  ${}^{10}C_6 \times 8^4$       (B)  ${}^{10}C_6 \times {}^8A_4$       (C)  ${}^{10}A_6 \times {}^8A_4$       (D)  ${}^{10}A_6 \times 8^4$

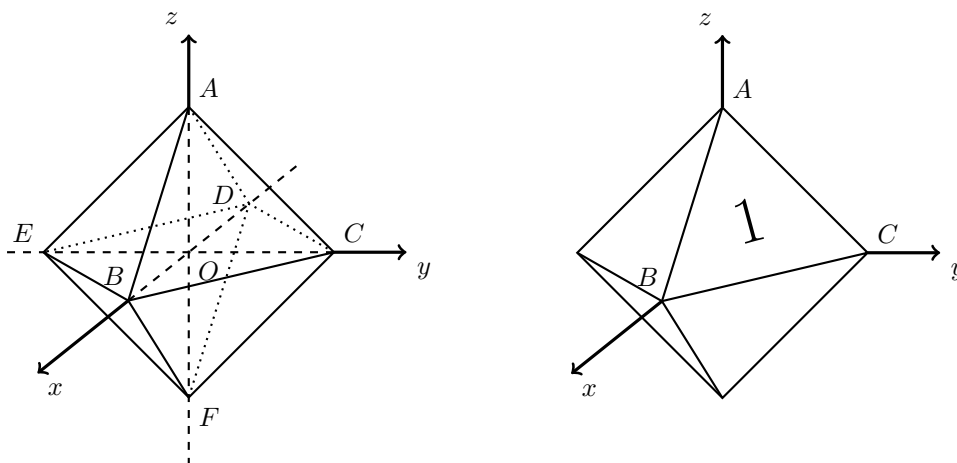
Exame – 2014, 1ª Fase

13. Numa caixa, estão cinco bolas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 5. De quantas maneiras diferentes se podem colocar, lado a lado, as cinco bolas, de modo que as bolas com os números 3 e 4 fiquem ao lado uma da outra?

Teste Intermédio 12º ano – 29.11.2013



14. Na figura seguinte, à esquerda, está representado, num referencial o.n.  $Oxyz$ , um octaedro regular  $[ABCDEF]$ , cujos vértices pertencem aos eixos coordenados. Admita que a face  $[ABC]$  do octaedro está numerada com o número 1, como se observa na figura da direita.



Pretende-se numerar as restantes faces do octaedro com os números de 2 a 8 (um número diferente em cada face).

De quantas maneiras diferentes se podem numerar as restantes sete faces, de modo que, depois de o octaedro ter todas as faces numeradas, pelo menos três das faces concorrentes no vértice  $A$  fiquem numeradas com números ímpares?

Teste Intermédio 12º ano – 29.11.2013

15. Numa turma com 15 raparigas e 7 rapazes, vai ser formada uma comissão com 5 elementos. Pretende-se que essa comissão seja mista e que tenha mais raparigas do que rapazes. Quantas comissões diferentes se podem formar?

- (A)  ${}^{15}A_3 + {}^{15}A_4$                       (B)  ${}^{15}C_3 \times {}^7C_2 + {}^{15}C_4 \times 7$   
 (C)  ${}^{15}C_3 \times {}^7C_2 \times {}^{15}C_4 \times 7$                       (D)  ${}^{22}C_3 \times {}^{19}C_2$

Exame – 2013, Ép. especial

16. Na figura ao lado, está representado um tabuleiro quadrado dividido em dezasseis quadrados iguais, cujas linhas são A, B, C e D e cujas colunas são 1, 2, 3 e 4. O João tem doze discos, nove brancos e três pretos, só distinguíveis pela cor, que pretende colocar no tabuleiro, não mais do que um em cada quadrado. De quantas maneiras diferentes pode o João colocar os doze discos nos dezasseis quadrados do tabuleiro?

	1	2	3	4
A				
B				
C				
D				

- (A)  ${}^{16}C_{12}$                       (B)  ${}^{16}C_9 \times {}^7C_3$                       (C)  ${}^{16}A_{12}$                       (D)  ${}^{16}A_9 \times {}^7A_3$

Exame – 2013, 2ª Fase

17. Numa conferência de imprensa, estiveram presentes 20 jornalistas.

Considere o problema seguinte.

«Admita que a conferência de imprensa se realiza numa sala, cujas cadeiras se encontram dispostas em cinco filas, cada uma com oito cadeiras. Todos os jornalistas se sentam, não mais do que um em cada cadeira, nas três primeiras filas.

De quantas maneiras diferentes se podem sentar os jornalistas, sabendo que as duas primeiras filas devem ficar totalmente ocupadas?»

Apresentam-se, em seguida, duas respostas corretas.

$$\text{Resposta I) } {}^{20}C_{16} \times 16! \times {}^8A_4 \quad \text{Resposta II) } {}^{20}A_8 \times {}^{12}A_8 \times {}^8A_4$$

Numa composição, apresente os raciocínios que conduzem a cada uma dessas respostas.

Exame – 2013, 2ª Fase

18. Num grupo de nove pessoas, constituído por seis homens e três mulheres, vão ser escolhidos três elementos para formarem uma comissão.

Quantas comissões diferentes se podem formar com exatamente duas mulheres?

$$(A) {}^3C_2 \quad (B) 6 \times {}^3C_2 \quad (C) {}^9A_3 \quad (D) 6 \times {}^3A_2$$

Exame – 2013, 1ª Fase

19. Considere todos os números que se podem obter alterando a ordem dos algarismos do número 12 345

Quantos desses números são ímpares e maiores do que 40 000?

$$(A) 18 \quad (B) 30 \quad (C) 120 \quad (D) 240$$

Teste Intermédio 12º ano – 24.05.2013

20. Os três irmãos Andrade e os quatro irmãos Martins vão escolher, de entre eles, dois elementos de cada família para um jogo de matraquilhos, de uma família contra a outra.

De quantas maneiras pode ser feita a escolha dos jogadores de modo que o Carlos, o mais velho dos irmãos da família Andrade, seja um dos escolhidos?

$$(A) 8 \quad (B) 12 \quad (C) 16 \quad (D) 20$$

Teste Intermédio 12º ano – 28.02.2013

21. Uma sequência de algarismos cuja leitura da direita para a esquerda ou da esquerda para a direita dá o mesmo número designa-se por capicua. Por exemplo, 103 301 é capicua.

Quantos números com seis algarismos são capicuas?

$$(A) 729 \quad (B) 900 \quad (C) 810\,000 \quad (D) 900\,000$$

Exame – 2012, Ép. especial

22. O código de acesso a uma conta de e-mail é constituído por quatro letras e três algarismos. Sabe-se que um código tem quatro «a», dois «5» e um «2», como, por exemplo, o código 2aa5a5a

Quantos códigos diferentes existem nestas condições?

$$(A) 105 \quad (B) 210 \quad (C) 5040 \quad (D) 39$$

Exame – 2012, 2ª Fase



23. A empresa AP comercializa pacotes de açúcar.

Considere o problema seguinte.

«A empresa AP pretende aplicar, junto dos seus funcionários, um programa de reeducação alimentar. De entre os 500 funcionários da empresa AP vão ser selecionados 30 para formarem um grupo para frequentar esse programa. A Joana e a Margarida são irmãs e são funcionárias da empresa AP. Quantos grupos diferentes podem ser formados de modo que, pelo menos, uma das duas irmãs, a Joana ou a Margarida, não seja escolhida para esse grupo?»

Apresentam-se, em seguida, duas respostas corretas.

$$\text{I)} {}^{500}C_{30} - {}^{498}C_{28} \quad \text{II)} 2 \times {}^{498}C_{29} + {}^{498}C_{30}$$

Numa composição, apresente o raciocínio que conduz a cada uma dessas respostas.

Exame – 2012, 2ª Fase

24. Numa caixa com 12 compartimentos, pretende-se arrumar 10 copos, com tamanho e forma iguais: sete brancos, um verde, um azul e um roxo. Em cada compartimento pode ser arrumado apenas um copo. De quantas maneiras diferentes se podem arrumar os 10 copos nessa caixa?

$$\text{(A)} {}^{12}A_7 \times 3! \quad \text{(B)} {}^{12}A_7 \times {}^5C_3 \quad \text{(C)} {}^{12}C_7 \times {}^5A_3 \quad \text{(D)} {}^{12}C_7 \times {}^{12}A_3$$

Exame – 2012, 1ª Fase

25. Uma turma de 12.º ano é constituída por 14 raparigas e 10 rapazes.

Os alunos da turma vão dispor-se em duas filas para tirarem uma fotografia de grupo.

Combinaram que:

- os rapazes ficam sentados na fila da frente;
- as raparigas ficam na fila de trás, em pé, ficando a delegada numa das extremidades e a subdelegada na outra extremidade, podendo cada uma destas duas alunas ocupar qualquer uma das extremidades.

Escreva uma expressão que dê o número de maneiras diferentes de, nestas condições, os jovens se poderem dispor para a fotografia.

**Nota** – Não calcule o valor da expressão que escreveu.

Teste Intermédio 12º ano – 13.03.2012

26. Considere as 13 cartas do naipe de copas: ás, três figuras (rei, dama e valete) e mais nove cartas (do 2 ao 10).

As cartas vão ser dispostas, ao acaso, sobre uma mesa, lado a lado, de modo a formarem uma sequência de cartas.

Determine o número de sequências diferentes que é possível construir, de modo que as três figuras fiquem juntas.

Exame – 2011, Ép. especial



27. A MatFinance é uma empresa de consultoria financeira.

Considere o problema seguinte.

«Foi pedido a 15 funcionários da MatFinance que se pronunciassem sobre um novo horário de trabalho.

Desses 15 funcionários, 9 estão a favor do novo horário, 4 estão contra, e os restantes estão indecisos.

Escolhe-se, ao acaso, 3 funcionários de entre os 15 funcionários considerados.

De quantas maneiras diferentes podem ser escolhidos os 3 funcionários, de forma que pelo menos 2 dos funcionários escolhidos estejam a favor do novo horário de trabalho?»

Apresentam-se, em seguida, duas respostas.

Resposta I:  ${}^{15}C_3 - {}^6C_3$       Resposta II:  $6 \times {}^9C_2 + {}^9C_3$

**Apenas uma** das respostas está correta.

Elabore uma composição na qual:

- identifique a resposta correta;
- explique um raciocínio que conduza à resposta correta;
- proponha uma alteração na expressão correspondente à resposta incorreta, de modo a torná-la correta;
- explique, no contexto do problema, a razão da alteração proposta.

Exame – 2011, 2ª Fase

28. O código de um auto-rádio é constituído por uma sequência de quatro algarismos, por exemplo 0137

Quantos desses códigos têm dois e só dois algarismos iguais a 7?

(A) 486      (B) 810      (C) 432      (D) 600

Exame – 2011, 1ª Fase

29. A Ana dispõe de sete cartas todas diferentes: quatro cartas do naipe de espadas e três cartas do naipe de copas.

A Ana vai dispor essas sete cartas sobre uma mesa, lado a lado, da esquerda para a direita, de modo a formar uma sequência com as sete cartas. A Ana pretende que a primeira e a última cartas da sequência sejam ambas do naipe de espadas.

Quantas sequências diferentes, nestas condições, pode a Ana fazer?

Teste Intermédio 12º ano – 19.01.2011

30. A Rita tem oito livros, todos diferentes, sendo três de Matemática, três de Português e dois de Biologia. A Rita pretende arrumar, numa prateleira, os oito livros, uns a seguir aos outros.

De quantas maneiras diferentes o pode fazer, ficando os livros de Matemática todos juntos numa das pontas?

(A) 72      (B) 240      (C) 720      (D) 1440

Exame – 2010, Ép. especial

31. Uma turma é constituída por 27 alunos, dos quais 17 são rapazes. A professora de Português vai escolher, ao acaso, um grupo de cinco alunos para definirem as regras de um Jogo de Palavras.

Determine quantos grupos diferentes se podem formar, sabendo que em cada grupo tem de estar, pelo menos, um aluno de cada sexo.

Exame – 2010, Ép. especial

32. Considere todos os números de cinco algarismos que se podem formar com os algarismos 5, 6, 7, 8 e 9.

De entre estes números, quantos têm, exatamente, três algarismos 5?

(A)  ${}^5C_3 \times {}^4A_2$       (B)  ${}^5C_3 \times 4^2$       (C)  ${}^5A_3 \times 4^2$       (D)  ${}^5A_3 \times {}^4C_2$

Exame – 2010, 2ª Fase



33. Dos alunos de uma escola, sabe-se que:

- a quinta parte dos alunos tem computador portátil;
- metade dos alunos não sabe o nome do diretor;
- a terça parte dos alunos que não sabe o nome do diretor tem computador portátil.

Admita que essa escola tem 150 alunos. Pretende-se formar uma comissão de seis alunos para organizar a viagem de finalistas.

Determine de quantas maneiras diferentes se pode formar uma comissão com, exatamente, quatro dos alunos que têm computador portátil.

Exame – 2010, 1ª Fase

34. Quantos números naturais de três algarismos diferentes se podem escrever, não utilizando o algarismo 2 nem o algarismo 5?

- (A) 256      (B) 278      (C) 286      (D) 294

Teste Intermédio 12º ano – 19.05.2010

35. Uma professora de Matemática propôs o seguinte problema aos seus alunos:

*Uma turma tem 25 alunos, dos quais 15 são rapazes e 10 são raparigas.  
Pretende-se formar uma comissão com dois alunos do mesmo sexo.  
Quantas comissões diferentes se podem formar?*

Apresentam-se, em seguida, as respostas da Rita e do André a este problema.

Resposta da Rita:  ${}^{15}C_2 \times {}^{10}C_2$       Resposta do André:  ${}^{25}C_2 - 15 \times 10$

**Apenas uma** das respostas está correta.

Elabore uma composição na qual:

- identifique a resposta correta;
- explique o raciocínio que conduz à resposta correta;
- proponha uma alteração na expressão da resposta incorreta, de modo a torná-la correta;
- explique, no contexto do problema, a razão da alteração.

Teste Intermédio 12º ano – 15.03.2010

36. Quantos números pares de cinco algarismos diferentes se podem escrever, utilizando os algarismos do número 12 345?

- (A) 24      (B) 48      (C) 60      (D) 96

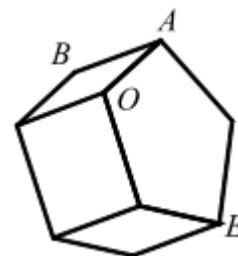
Teste Intermédio 12º ano – 04.12.2009

37. Na figura ao lado está representado um prisma pentagonal regular. Quatro dos vértices desse prisma estão designados pelas letras *A*, *B*, *E* e *O*

Pretende-se designar os **restantes seis** vértices do prisma, utilizando letras do alfabeto português (23 letras).

De quantas maneiras diferentes podemos designar esses seis vértices, de tal modo que os cinco vértices de uma das bases sejam designados pelas cinco vogais?

**Nota:** não se pode utilizar a mesma letra para designar vértices diferentes.



Teste Intermédio 12º ano – 04.12.2009



38. Considere uma turma de uma escola secundária, com 8 rapazes e 12 raparigas.

Pretende-se eleger o Delegado e o Subdelegado da turma. De quantas maneiras se pode fazer essa escolha, de modo a que os alunos escolhidos sejam de sexos diferentes?

- (A) 96      (B) 190      (C) 192      (D) 380

Exame – 2009, Ép. especial

39. Considere o conjunto  $A = \{1, 3, 5, 6, 8\}$ .

Com os elementos do conjunto  $A$ , quantos números pares de quatro algarismos se podem formar, que tenham dois e só dois algarismos iguais a 5?

Exame – 2009, Ép. especial

40. Considere um baralho com cartas, repartidas por quatro naipes (Copas, Ouros, Espadas e Paus).

Em cada naipe, há um Ás, três figuras (uma Dama, um Valete, um Rei) e mais nove cartas (do Dois ao Dez).

Retiram-se cinco cartas do baralho, que são colocadas lado a lado, em cima de uma mesa, segundo a ordem pela qual vão sendo retiradas.

Quantas sequências se podem formar com as cinco cartas retiradas, caso a primeira carta e a última carta sejam ases, e as restantes sejam figuras?

Exame – 2009, 2ª Fase

41. De um bilhete de lotaria sabe-se que o seu número é formado por sete algarismos, dos quais três são iguais a 1, dois são iguais a 4 e dois são iguais a 5 (por exemplo: 1551414).

Determine quantos números diferentes satisfazem as condições anteriores.

Exame – 2009, 1ª Fase

42. A Ana, a Bárbara, a Catarina, o Diogo e o Eduardo vão sentar-se num banco corrido, com cinco lugares. De quantas maneiras o podem fazer, ficando uma rapariga no lugar do meio?

- (A) 27      (B) 72      (C) 120      (D) 144

Teste Intermédio 12º ano – 11.03.2009

43. Na figura está representado um círculo dividido em quatro sectores circulares diferentes, numerados de 1 a 4.

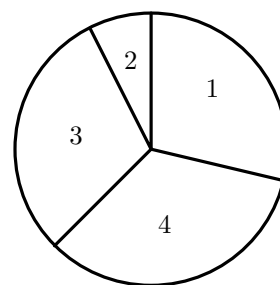
Estão disponíveis **cinco** cores para pintar este círculo.

Pretende-se que sejam respeitadas as seguintes condições:

- todos os sectores devem ser pintados;
- cada sector é pintado com uma única cor;
- sectores com um raio em comum não podem ficar pintados com a mesma cor;
- o círculo deve ficar pintado com **duas** ou com **quatro** cores.

De quantas maneiras diferentes pode o círculo ficar pintado?

- (A) 140      (B) 230      (C) 310      (D) 390



Teste Intermédio 12º ano – 10.12.2008



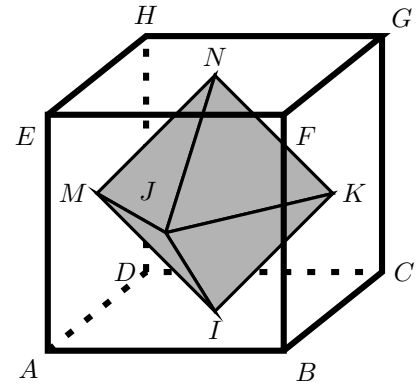


44. Na figura seguinte estão representados dois poliedros, o cubo  $[ABCDEFGH]$  e o octaedro  $[IJKLMN]$  (o vértice  $L$  do octaedro não está visível).

Cada vértice do octaedro pertence a uma face do cubo.

Considere todos os conjuntos que são constituídos por cinco dos catorze vértices dos dois poliedros (como, por exemplo,  $\{A, B, C, K, L\}$ ).

- 44.1. Quantos desses conjuntos são constituídos por três vértices do cubo e dois vértices do octaedro?  
 44.2. Quantos desses conjuntos são constituídos por cinco vértices do mesmo poliedro?



Teste Intermédio 12.º ano – 10.12.2008

45. Quantos números ímpares, de quatro algarismos diferentes, se pode formar com os algarismos 1, 3, 5 e 8?

(A) 4      (B) 6      (C) 18      (D) 24

Exame – 2008, Ép. especial

46. Três rapazes, o João, o Rui e o Paulo, e três raparigas, a Ana, a Maria e a Francisca, decidem passar a tarde juntos.

De quantas maneiras se podem sentar os seis amigos, uns ao lado dos outros, num banco corrido com seis lugares, ficando um rapaz em cada uma das extremidades?

Exame – 2008, Ép. especial

47. Uma turma do 12.º ano de uma Escola Secundária está a organizar uma viagem de finalistas.

A turma é constituída por doze raparigas e dez rapazes, que pretendem formar uma comissão organizadora da viagem. Sabe-se que a comissão terá obrigatoriamente três raparigas e dois rapazes. A Ana e o Miguel, alunos da turma, não querem fazer parte da comissão em simultâneo.

Explique, numa composição, que o número de comissões diferentes que se pode formar é dado por:

$${}^{12}C_3 \times {}^{10}C_2 - {}^{11}C_2 \times 9$$

Exame – 2008, 1ª Fase

48. Os códigos dos cofres fabricados por uma certa empresa consistem numa sequência de cinco algarismos como, por exemplo, 0 7 7 5 7

Um cliente vai comprar um cofre a esta empresa. Ele pede que o respetivo código satisfaça as seguintes condições:

- tenha exatamente três algarismos 5
- os restantes dois algarismos sejam diferentes
- a soma dos seus cinco algarismos seja igual a dezassete

Quantos códigos diferentes existem satisfazendo estas condições?

(A) 20      (B) 40      (C) 60      (D) 80

Teste Intermédio 12.º ano – 17.01.2008



49. Doze amigos vão passear, deslocando-se num automóvel e numa carrinha, ambos alugados. O automóvel dispõe de cinco lugares: o do condutor e mais quatro. A carrinha dispõe de sete lugares: o do condutor e mais seis. Apenas dois elementos do grupo, a Filipa e o Gonçalo, têm carta de condução, podendo qualquer um deles conduzir, quer o automóvel, quer a carrinha.

Os doze amigos têm de se separar em dois grupos, de modo a que um grupo viaje no automóvel e o outro na carrinha.

De quantas maneiras diferentes podem ficar constituídos os dois grupos de amigos?

Teste Intermédio 12º ano – 17.01.2008

50. Considere todos os números de três algarismos que se podem formar com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.

Considere o seguinte problema:

*De entre todos os números de três algarismos diferentes que se podem formar com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, em quantos deles o produto dos seus algarismos é um número par?*

Uma resposta correta a este problema é  ${}^9A_3 - {}^5A_3$ .

Numa pequena composição explique porquê.

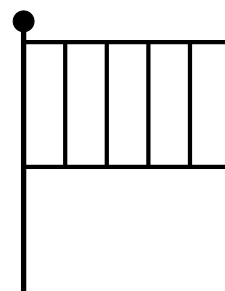
Exame – 2007, 1ª Fase

51. Pretende-se fazer uma bandeira com cinco tiras verticais, respeitando as seguintes condições:

- duas tiras vizinhas não podem ser pintadas com a mesma cor;
- cada uma das três tiras centrais pode ser pintada de vermelho ou de amarelo;
- cada uma das duas tiras das extremidades pode ser pintada de branco, de azul ou de verde.

De acordo com estas condições, quantas bandeiras diferentes se podem fazer?

- (A) 12      (B) 18      (C) 24      (D) 36



Teste Intermédio 12º ano – 07.12.2006

52. Dois rapazes e três raparigas vão fazer um passeio num automóvel com cinco lugares, dois à frente e três atrás.

Sabe-se que:

- apenas os rapazes podem conduzir;
- a Inês, namorada do Paulo, tem de ficar ao lado dele.

De acordo com estas restrições, de quantos modos distintos podem ficar dispostos os cinco jovens no automóvel?

- (A) 10      (B) 14      (C) 22      (D) 48

Teste Intermédio 12º ano – 07.12.2006

53. Um baralho de cartas completo é constituído por 52 cartas, repartidas em 4 naipes (Espadas, Copas, Ouros e Paus). Em cada naipe há 13 cartas: um Ás, três figuras (Rei, Dama e Valete) e mais 9 cartas (do Dois ao Dez).

Utilizando apenas o naipe de paus, quantas sequências diferentes de cartas, iniciadas com uma figura, é possível construir?

Teste Intermédio 12º ano – 07.12.2006



54. Quanto números naturais, escritos com algarismos todos diferentes, existem entre os números 1 000 e 3 000 ?

- (A) 992      (B) 998      (C) 1002      (D) 1008

Exame – 2006, Ép. especial

55. Quatro raparigas e quatro rapazes entram num autocarro, no qual existem seis lugares sentados, ainda não ocupados.

De quantas maneiras diferentes podem ficar ocupados esses seis lugares, supondo que ficam dois rapazes em pé?

- (A) 3 560      (B) 3 840      (C) 4 180      (D) 4 320

Exame – 2006, 2ª Fase

56. Uma coluna com a forma de um prisma hexagonal regular está assente no chão de um jardim. Disparamos de seis cores (amarelo, branco, castanho, dourado, encarnado e verde) para pintar as sete faces visíveis (as seis faces laterais e a base superior) desse prisma.

Admita que se pintam de verde duas faces laterais opostas.

Determine de quantas maneiras diferentes podem ficar pintadas as restantes cinco faces, de tal modo

- que duas faces que tenham uma aresta comum fiquem pintadas com cores diferentes
- e que duas faces laterais que sejam opostas fiquem pintadas com a mesma cor.

Exame – 2006, 1ª Fase

57. Três raparigas e os respetivos namorados posam para uma fotografia.

De quantas maneiras se podem dispor, lado a lado, de modo que cada par de namorados fique junto na fotografia?

- (A) 12      (B) 24      (C) 36      (D) 48

Teste Intermédio 12º ano – 07.12.2005

58. Um baralho de cartas completo é constituído por cartas, repartidas em naipes (Espadas, Copas, Ouros e Paus). Em cada naipe há um Ás, três figuras (Rei, Dama e Valete) e mais nove cartas (do Dois ao Dez). A Joana pretende fazer uma sequência com **seis** cartas do naipe de Espadas.

Ela quer iniciar a sequência com o Ás, quer que as três cartas seguintes sejam figuras e quer concluir a sequência com duas das nove restantes cartas desse naipe.

Quantas sequências diferentes pode a Joana fazer?

- (A) 416      (B) 432      (C) 528      (D) 562

Teste Intermédio 12º ano – 07.12.2005

59. Seja  $C$  o conjunto de todos os números naturais com três algarismos (ou seja, de todos os números naturais de 100 a 999).

59.1. Quantos elementos do conjunto  $C$  são múltiplos de 5?

59.2. Quantos elementos do conjunto  $C$  têm os algarismos todos diferentes?

Teste Intermédio 12º ano – 07.12.2005



60. Seis amigos, a Ana, o Bruno, a Catarina, o Diogo, e Elsa e o Filipe, vão jantar a um restaurante. Sentam-se, ao acaso, numa mesa redonda, com seis lugares (pode considerar que os lugares estão numerados, de 1 a 6).

Depois de sentados, os seis amigos resolvem escolher a refeição.  
Sabe-se que:

- na ementa, existem três pratos de peixe e quatro pratos de carne;
- cada um dos seis amigos vai escolher um único prato, de peixe ou de carne;
- só o Filipe está indeciso se vai escolher peixe ou carne;
- os restantes cinco vão escolher peixe.

De quantas maneiras diferentes podem os seis amigos escolher os seus pratos?

Exame – 2005, Ép. especial (cód. 435)

61. O João tem catorze discos de música ligeira:

- seis são portugueses;
- quatro são espanhóis;
- três são franceses;
- um é italiano.

O João pretende selecionar quatro desses catorze discos.

- 61.1. Quantos conjuntos diferentes pode o João fazer, de tal modo que os quatro discos selecionados sejam de quatro países diferentes, ou seja, um de cada país?
- 61.2. Quantos conjuntos diferentes pode o João fazer, de tal modo que os quatro discos selecionados sejam todos do mesmo país?

Exame – 2005, 2ª Fase (cód. 435)

62. Considere um prisma regular em que cada base tem  $n$  lados.

Numa pequena composição, justifique que o número total de diagonais de todas as faces do prisma (incluindo as bases) é dado por

$$2({}^n C_2 - n) + 2n$$

Exame – 2005, 1ª Fase (cód. 435)

63. Considere todos os números de cinco algarismos **diferentes** que se podem formar com os cinco algarismos ímpares.

Quantos deles são maiores do que 60 000 ?

- (A) 48            (B) 64            (C) 68            (D) 74

Exame – 2004, Ép. especial (cód. 435)

64. A Ana e o Bruno vão disputar entre si um torneio de Xadrez composto por dez partidas.

Cada partida pode terminar com a vitória de um deles ou pode terminar empatada.

Vence o torneio quem ganhar mais partidas.

No final de cada partida é registado o resultado, por meio de uma letra:

- A - vitória da Ana;
- B - vitória do Bruno;
- E - empate.

Deste modo, ao fim das dez partidas, tem-se um registo como o que se exemplifica a seguir:

A E A B B E E A B E

Quantos registos diferentes poderão acontecer, de tal forma que haja exatamente sete empates e a Ana seja a vencedora do torneio?

- (A) 420            (B) 440            (C) 460            (D) 480

Exame – 2004, Ép. especial (cód. 435)



65. De quantas maneiras distintas podem ficar sentados três rapazes e quatro raparigas num banco de sete lugares, sabendo que se sentam alternadamente por sexo, ou seja, cada rapaz fica sentado entre duas raparigas?

- (A) 121      (B) 133      (C) 144      (D) 156

Exame – 2004, 2ª Fase (cód. 435)

66. Uma pessoa vai visitar cinco locais, situados no Parque das Nações, em Lisboa: o Pavilhão de Portugal, o Oceanário, o Pavilhão Atlântico, a Torre Vasco da Gama e o Pavilhão do Conhecimento. De quantas maneiras diferentes pode planear a sequência das cinco visitas, se quiser começar na Torre Vasco da Gama e acabar no Oceanário?

- (A) 6      (B) 12      (C) 24      (D) 120

Exame – 2004, 1ª Fase (cód. 435)

67. De quantas maneiras distintas podem ficar sentados quatro rapazes e cinco raparigas, num banco de nove lugares, de tal modo que os rapazes fiquem todos juntos?

- (A) 16 470      (B) 17 280      (C) 18 560      (D) 19 340

Exame – 2003, Prova para militares (cód. 435)

68. Queremos colocar 6 bolas indistinguíveis em 4 caixas distintas, de forma a que cada caixa contenha pelo menos uma bola.

De quantas maneiras diferentes podem as bolas ficar colocadas nas caixas?

- (A) 4      (B) 8      (C) 10      (D) 12

Exame – 2003, Prova para militares (cód. 435)

69. De um baralho de cartas, selecionam-se seis cartas do naipe de Espadas: Ás, Rei, Dama, Valete, Dez e Nove.

Dispõem-se as seis cartas, em fila, em cima de uma mesa.

69.1. Quantas disposições diferentes podem ser feitas, de modo que as duas cartas do meio sejam o Ás e o Rei (não necessariamente por esta ordem)?

69.2. Quantas disposições diferentes podem ser feitas, de modo que o Rei não fique ao lado da Dama?

Exame – 2003, 2ª Fase (cód. 435)

70. No balcão de uma geladaria existe um recipiente com dez compartimentos, cinco à frente e cinco atrás, para colocar gelado. Em cada compartimento só é colocado um sabor, e nunca existem dois compartimentos com o mesmo sabor.

Num certo dia, a geladaria tem sete sabores disponíveis: cinco são de fruta (morango, ananás, pêssago, manga e framboesa) e os outros dois são baunilha e chocolate.

70.1. De quantas maneiras distintas se podem colocar os sete sabores no recipiente?

70.2. De quantas maneiras distintas se podem colocar os sete sabores no recipiente, de tal forma que os cinco de fruta preencham a fila da frente?

Exame – 2003, 1ª Fase – 1ª chamada (cód. 435)

71. A Joana comprou dez discos, todos diferentes, sendo três deles de música clássica e os restantes de Jazz. Pretende oferecer esses dez discos aos seus dois irmãos, o Ricardo e o Paulo, de modo a que

- cada irmão fique com o mesmo número de discos;
- o Ricardo fique com exatamente dois discos de música clássica.

De quantas maneiras o poderá fazer?

- (A)  ${}^3C_2 \times {}^7C_3$       (B)  ${}^3C_2 \times {}^7C_3 \times {}^3C_1 \times {}^7C_4$       (C)  ${}^3C_2 + {}^7C_3$       (D)  ${}^3C_2 \times {}^7C_3 + {}^3C_1 \times {}^7C_4$

Exame – 2002, Prova para militares (cód. 435)



72. Pretende-se dispor, numa prateleira de uma estante, seis livros, dois dos quais são de Astronomia. De quantas maneiras diferentes o podemos fazer, de tal forma que os dois primeiros livros, do lado esquerdo, sejam os de Astronomia?

- (A) 24      (B) 36      (C) 48      (D) 60

Exame – 2002, 2ª Fase (cód. 435)

73. Considere todos os números de quatro algarismos que se podem formar com os algarismos de 1 a 9. Considere o seguinte problema:

«De todos os números de quatro algarismos que se podem formar com os algarismos de 1 a 9, alguns deles cumprem as três condições seguintes:

- começam por 9;
- têm os algarismos todos diferentes;
- a soma dos quatro algarismos é par.

Quantos são esses números? »

Uma resposta correta a este problema é  $3 \times 4 \times {}^4A_2 + {}^4A_3$

Numa pequena composição, com cerca de vinte linhas, explique porquê.

Exame – 2002, 1ª Fase – 2ª chamada (cód. 435)

74. Das raparigas que moram em Vale do Rei, sabe-se que:

- a quarta parte tem olhos verdes;
- a terça parte tem cabelo louro;
- das que têm cabelo louro, metade tem olhos verdes.

Admita que em Vale do Rei moram cento e vinte raparigas.

Pretende-se formar uma comissão de cinco raparigas, para organizar um baile.

Quantas comissões diferentes se podem formar com exatamente duas raparigas louras?

Exame – 2002, 1ª Fase – 1ª chamada (cód. 435)

75. Considere o seguinte problema:

«Utilizando os cinco algarismos do número 41 123, quantos números podem ser formados? »

${}^5C_2 \times 3!$  e  ${}^5A_3$  são duas respostas corretas.

Numa pequena composição, com cerca de dez linhas, explique o raciocínio que conduziu a cada uma dessas respostas.

Exame – 2001, Prova para militares (cód. 435)

76. Numa turma com doze raparigas e sete rapazes, vão ser escolhidos cinco elementos para formar uma comissão.

Pretende-se que essa comissão seja constituída por alunos **dos dois sexos**, mas tenha mais raparigas do que rapazes.

Nestas condições, quantas comissões diferentes se podem formar?

- (A)  ${}^{19}C_5 \times {}^5C_3 + {}^{19}C_5 \times {}^5C_2$       (B)  ${}^{12}C_4 \times {}^7C_1 + {}^8C_3 \times {}^6C_2$   
(C)  ${}^{19}C_{12} \times {}^{12}C_3 + {}^{19}C_7 \times {}^7C_2$       (D)  ${}^{12}C_4 \times {}^7C_1 + {}^{12}C_3 \times {}^7C_2$

Exame – 2001, Ép. especial (cód. 435)

77. Num certo país existem três operadoras de comunicações móveis: A, B e C.

Independentemente do operador, os números de telemóvel têm nove algarismos.

Os números do operador A começam por 51, os do B por 52 e os do C por 53.

Quantos números de telemóvel constituídos **só por algarismos ímpares** podem ser atribuídos nesse país?

- (A) 139 630      (B) 143 620      (C) 156 250      (D) 165 340

Exame – 2001, 2ª Fase (cód. 435)



78. Uma turma do 12º ano é constituída por vinte e cinco alunos (quinze raparigas e dez rapazes). Nessa turma, vai ser escolhida uma comissão para organizar uma viagem de finalistas. A comissão deverá ser formada por três pessoas: um **presidente**, um **tesoureiro**, e um responsável pelas **relações públicas**.

78.1. Se o delegado de turma tivesse obrigatoriamente de fazer parte da comissão, podendo ocupar qualquer um dos três cargos, quantas comissões distintas podem ser formadas?

78.2. Admita agora que o delegado de turma pode, ou não, fazer parte da comissão.

Quantas comissões mistas distintas podem ser formadas?

**Nota:** Entenda-se por comissão mista uma comissão constituída por jovens que não são todos do mesmo sexo.

Exame – 2001, 2ª Fase (cód. 435)

79. Num curso superior existem dez disciplinas de índole literária, das quais três são de literatura contemporânea.

Um estudante pretende inscrever-se em seis disciplinas desse curso.

Quantas escolhas pode ele fazer se tiver de se inscrever em, pelo menos, duas disciplinas de literatura contemporânea?

(A)  ${}^3C_2 + {}^7C_4 \times {}^7C_3$       (B)  ${}^3C_2 + {}^7C_4 + {}^7C_3$       (C)  ${}^3C_2 \times {}^7C_4 \times {}^7C_3$       (D)  ${}^3C_2 \times {}^7C_4 + {}^7C_3$

Exame – 2001, 1ª Fase – 2ª chamada (cód. 435)

80. *Capicua* é uma sequência de algarismos cuja leitura da direita para a esquerda ou da esquerda para a direita dá o mesmo resultado.

Por exemplo, 75957 e 30003 são *capicuas*. Quantas *capicuas* existem com cinco algarismos, sendo o primeiro algarismo ímpar?

(A) 300      (B) 400      (C) 500      (D) 600

Exame – 2001, 1ª Fase – 1ª chamada (cód. 435)

81. Um frigorífico tem cinco prateleiras.

Pretende-se guardar, nesse frigorífico, um iogurte, um chocolate e um queijo.

De quantas maneiras diferentes se podem guardar os três produtos no frigorífico, sabendo que devem ficar em prateleiras distintas?

(A)  ${}^5C_3$       (B)  ${}^5A_3$       (C)  $5^3$       (D)  $3^5$

Exame – 2000, Ép. especial (cód. 135)

82. Três rapazes e duas raparigas vão dar um passeio de automóvel.

Qualquer um dos cinco jovens pode conduzir.

De quantas maneiras podem ocupar os cinco lugares, dois à frente e três atrás, de modo a que o condutor seja uma rapariga e a seu lado viaje um rapaz?

(A) 36      (B) 120      (C) 12      (D) 72

Exame – 2000, 2ª Fase (cód. 435)

83. Considere todos os números de seis algarismos que se podem formar com os algarismos de 1 a 9. Destes números quantos têm exatamente um algarismo 4?

(A)  $8^5$       (B)  $9^5$       (C)  $6 \times 8^5$       (D)  $6 \times {}^8A_5$

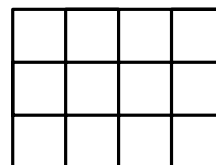
Exame – 2000, 1ª Fase – 2ª chamada (cód. 435)



84. Uma caixa tem doze compartimentos para colocar iogurtes (ver figura). Em cada compartimento cabe apenas um iogurte.

Considere o seguinte problema:

«De quantas maneiras diferentes podemos colocar sete iogurtes nessa caixa, sabendo que quatro iogurtes são naturais (e portanto indistinguíveis) e os restantes três são de fruta (um de morango, um de banana e um de ananás)?»  
 Sabendo que  ${}^{12}C_7 \times {}^7A_3$  e  ${}^{12}C_4 \times {}^8A_3$  são ambas respostas certas ao problema, numa pequena composição (quinze a vinte linhas, aproximadamente) explique cada uma das respostas.



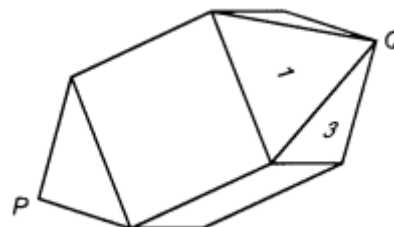
Exame – 2000, 1ª Fase – 2ª chamada  
 Exame – 2000, 1ª Fase – 2ª chamada (cód. 135)

85. Na figura está representado um poliedro com doze faces, que pode ser decomposto num cubo e em duas pirâmides quadrangulares regulares.

Pretende-se numerar as doze faces do poliedro com os números de 1 a 12 (um número diferente em cada face).

Como se vê na figura, duas das faces do poliedro, já estão numeradas com os números 1 e 3.

- 85.1. De quantas maneiras podemos numerar as outras dez faces, com os restantes dez números?  
 85.2. De quantas maneiras podemos numerar as outras dez faces, com os restantes dez números, de forma a que, nas faces de uma das pirâmides fiquem só números ímpares e, nas faces da outra pirâmide, fiquem só números pares?



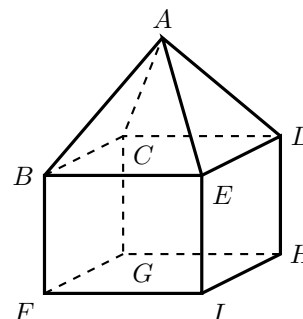
Exame – 2000, 1ª Fase – 1ª chamada (cód. 435)

86. Na figura está representado o sólido [ABCDEFGHI]

Dispomos de cinco cores (amarelo, branco, castanho, preto e vermelho) para colorir as suas nove faces.

Cada face é colorida por uma única cor.

De quantas maneiras diferentes podemos colorir o sólido, supondo que as quatro faces triangulares só podem ser coloridas de amarelo, de branco ou de castanho, e que as cinco faces retangulares só podem ser coloridas de preto ou de vermelho?



Exame – 1999, Prova para militares (cód. 135)

87. De quantas maneiras se podem sentar três raparigas e quatro rapazes, num banco de sete lugares, sabendo que em cada um dos extremos fica uma rapariga?

(A) 120      (B) 240      (C) 720      (D) 5040

Exame – 1999, 2ª Fase (cód. 135)

88. Para representar Portugal num campeonato internacional de hóquei em patins foram selecionados dez jogadores: dois guarda-redes, quatro defesas e quatro avançados.

Sabendo que o treinador da seleção nacional opta por que Portugal jogue sempre com um guarda-redes, dois defesas e dois avançados, quantas equipas diferentes pode ele constituir?

Exame – 1999, 2ª Fase (cód. 135)



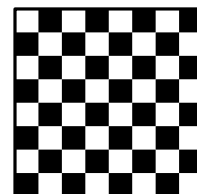


89. A Joana tem na estante do seu quarto três livros de José Saramago, quatro de Sophia Mello Breyner Andresen e cinco de Carl Sagan. Quando soube que ia passar férias a casa da sua avó, decidiu escolher seis desses livros, para ler durante este período de lazer. A Joana pretende levar dois livros de José Saramago, um de Sophia Mello Breyner Andresen e três de Carl Sagan.

De quantas maneiras pode fazer a sua escolha?

Exame – 1999, 1ª Fase – 1ª chamada (cód. 135)

90. Admita que tem à sua frente um tabuleiro de xadrez, no qual pretende colocar os dois cavalos brancos, de tal modo que fiquem na mesma fila horizontal. De quantas maneiras diferentes pode colocar os dois cavalos no tabuleiro, respeitando a condição indicada?



- (A)  $8 \times {}^8C_2$       (B)  ${}^{64}C_2$       (C)  $\frac{{}^{64}C_2}{8}$       (D)  ${}^8A_2$

Prova Modelo – 1999 (cód. 135)

91. Os números de telefone de uma certa região têm sete algarismos, sendo os três primeiros 123 (por esta ordem).  
Quantos números de telefone podem existir nessa região?

- (A)  $10^7$       (B)  $10^4$       (C)  $7^4$       (D)  ${}^{10}A_4$

Exame – 1998, Prova para militares (cód. 135)

92. Num torneio de xadrez, cada jogador jogou uma partida com cada um dos outros jogadores. Supondo que participaram no torneio dez jogadores, o número de partidas disputadas foi

- (A)  ${}^{10}C_2$       (B)  ${}^{10}C_9$       (C)  $10!$       (D)  $10 \times 9$

Exame – 1998, 2ª Fase (cód. 135)

93. O código de um cartão multibanco é uma sequência de quatro algarismos como, por exemplo, 0559. Quantos códigos diferentes existem com um e um só algarismo zero?

Exame – 1998, 1ª Fase – 2ª chamada (cód. 135)

94. Uma turma de uma escola secundária tem 27 alunos: 15 raparigas e 12 rapazes. O delegado de turma é um rapaz. Pretende-se constituir uma comissão para organizar um passeio. A comissão deverá ser constituída por 4 raparigas e 3 rapazes. Acordou-se que um dos 3 rapazes da comissão será necessariamente o delegado de turma.

Quantas comissões diferentes se podem constituir?

Exame – 1998, 1ª Fase – 1ª chamada (cód. 135)



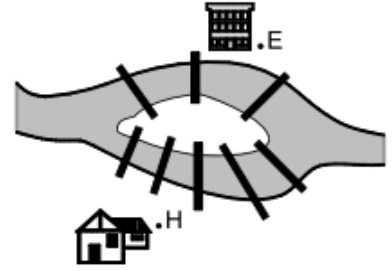
95. Na figura ao lado estão representados:

- o rio que atravessa certa localidade;
- uma ilha situada no leito desse rio;
- as oito pontes que ligam a ilha às margens.

H representa a habitação e E a escola de um jovem dessa localidade. Para efetuar o percurso **de ida** (casa-ilha-escola) e **volta** (casa-ilha-escola), o jovem pode seguir vários caminhos, que diferem uns dos outros pela sequência de pontes utilizadas.

Indique quantos caminhos diferentes pode o jovem seguir, num percurso, **de ida e volta, sem passar duas vezes pela mesma ponte.**

- (A)  $5 \times 3 + 4 \times 2$       (B)  $5 \times 4 \times 3 \times 2$       (C)  $5 + 4 + 3 + 2$       (D)  $5^2 \times 3^2$

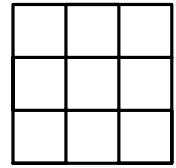


Prova modelo – 1998 (cód. 135)

96. Pretende-se colocar, sobre um tabuleiro situado à nossa frente, como o representado na figura, nove peças de igual tamanho e feito, das quais quatro são brancas e cinco são pretas.

Cada casa do tabuleiro é ocupada por uma só peça.

Mostre que existem 126 maneiras diferentes de as peças ficarem colocadas no tabuleiro.



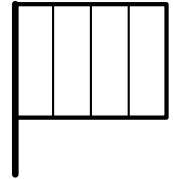
Prova modelo – 1998 (cód. 135)

97. Um novo país, a Colorilândia, quer escolher a sua bandeira que terá quatro tiras coloridas verticais.

Estão disponíveis cinco cores diferentes. Como é óbvio, duas tiras vizinhas não podem ser da mesma cor.

Quantas bandeiras diferentes se podem fazer nestas condições?

- (A)  $5 \times 4^3$       (B)  $5 \times 4 \times 3 \times 2$       (C)  $5^4$       (D) 1



Exame – 1997, Prova para militares (cód. 135)

98. Foram oferecidos dez bilhetes para uma peça de teatro a uma turma com doze rapazes e oito raparigas. Ficou decidido que o grupo, que vai ao teatro, é formado por cinco rapazes e cinco raparigas. De quantas maneiras diferentes se pode formar este grupo?

- (A)  ${}^{12}C_5 \times {}^8C_5$       (B)  ${}^{12}A_5 \times {}^8A_5$       (C)  $12 \times 8 \times 5^2$       (D)  $\frac{12! \times 8!}{5!}$

Exame – 1997, 1ª Fase – 2ª chamada (cód. 135)

99. Considere todos os números pares com cinco algarismos. Quantos destes números têm quatro algarismos ímpares?

- (A)  $5 \times {}^5C_4$       (B)  $5^5$       (C)  $5!$       (D)  $5 \times {}^5A_4$

Exame – 1997, 1ª Fase – 1ª chamada (cód. 135)

